FONDO PIZZOFALCONE

9.D.18
BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XIII
Palchetto C
Num.° d' ordine 10221
9-D-18

R. BIBLIOTECA NAZIONALE
B. Prov.
I
1516
VITT. EM. III
NAPOLI

R. Pwv.
I
1516

# ÉLÉMENS

## *DE*

# NAVIGATION.

C07.705

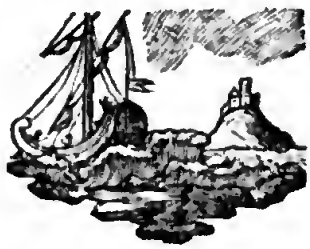
# ÉLÉMENS

## DE

# NAVIGATION.

Par N. C. DUVAL-LE-ROY,

Associé non résidant de l'Institut National de France, & Professeur de Mathématiques aux Écoles de Navigation.



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

*A BREST,*

Chez R. Malassis, fils, Imprimeur-Libraire, Grand'rue, nº. 78.

*Et se trouve à PARIS,*

Chez Louis, Libraire, rue de Savoie, nº. 12.

An. X. (1802).

R. ISTITUTO ORIENTALE NAPOLI BIBLIOTECA M. RIPA

# AVERTISSEMENT.

Ces Élémens ſont compoſés de deux parties, l'une Aſtronomique, l'autre Nautique. Nous avons renfermé dans le texte les connoiſſances indiſpenſables au Navigateur, & dans les notes celles dont il peut ſe paſſer à la rigueur, mais qu'il eſt puiſſamment intéreſſé à acquérir, s'il veut connoître toutes les reſſources que lui offre l'état actuel de ſon art pour naviguer avec sûreté. Nous y avons traité la plupart des ſujets avec plus d'étendue qu'on ne le fait communément. Nous nous ſommes permis, quand l'occaſion s'en eſt préſentée, quelques excurſions dans des genres différens de celui qu'un cenſeur un peu moroſe jugera peut-être devoir ſeul nous occuper, dans la vue d'augmenter l'intérêt par la variété & de tempérer l'eſpèce de ſéchereſſe que reprochent à l'étude des Sciences, ceux qui n'ont pas un goût bien déterminé pour elles.

Quiconque n'a pas aſſez réfléchi ſur la force & la tenacité des habitudes contractées dès l'enfance, nous blâmera ſans doute de n'avoir pas employé les meſures nouvelles & de nous être contentés de donner leurs rapports avec

les anciennes. En y penſant un peu, on doit cependant ſentir que, peu éloignés du temps où ces nouvelles meſures ont pris naiſſance, elles ne ſont pas encore aſſez généralement connues pour pouvoir en introduire dès-à-préſent l'uſage dans la Navigation, & qu'en les employant, nous euſſions ſouvent riſqué de n'être pas entendus. D'ailleurs on ne peut ignorer que les tranſitions bruſques ne ſont point dans la Nature, & qu'on ne briſe pas, comme on veut, d'anciennes habitudes pour en prendre de nouvelles. Il n'y a guère que l'exemple & le temps qui puiſſent opérer ſans effort un changement qui trouve dans notre pareſſe naturelle une réſiſtance difficile à vaincre.

---

Nous avons maintenant dans chaque ſcience de très-bons éléments qui la préſentent dans l'état où des hommes de génie l'ont élevée. Nous avons de très-bons éléments de Géométrie, d'Algebre, de Calcul différenciel & intégral, de Mécanique, d'Aſtronomie, même de Phyſique & de Chymie. Il ne nous manque plus que des éléments du Calcul des probabilités, bien faits & auſſi clairs que le permet la nature du ſujet. Il ſeroit bien à deſirer que quelqu'un de nos premiers Géomètres eût le courage d'abandonner pour un temps ſes ſublimes recherches, pour entreprendre un ouvrage auſſi important. Des éléments pareils ſeroient incomparablement plus utiles que tous ces éléments de Grammaire, de Géographie, d'Hiſtoire, dont la France eſt inondée, & qui ſe multiplient comme autrefois les ſauterelles en Égypte.

# TABLE
## DES CHAPITRES.

### PREMIERE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER. *Notions préliminaires d'Aſtronomie.* . . . . . 1
CHAP. II. *De la figure & de la grandeur de la Terre* . . . . . 43
CHAP. III. *De la maniere de déterminer les poſitions des Aſtres par rapport aux Cercles fixes de la Sphère céleſte.* . . . . . 57
CHAP. IV. *De la meſure du Temps.* . . . . . 62
CHAP. V. *Des déclinaiſons & des aſcenſions droites des Aſtres, & de leur uſage.* . . . . . 79
CHAP. VI. *De la Parallaxe.* . . . . . 91
CHAP. VII. *Des Réfractions aſtronomiques.* . . . 101
CHAP. VIII. *Du diamètre apparent des Aſtres & de la dépreſſion de l'Horizon.* . . . . . 114
CHAP. IX. *De la maniere de déterminer l'heure en mer.* . . . . . 120
CHAP. X. *De la révolution annuelle du Soleil, de la maniere de trouver ſa longitude, ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon.* . . . . . 129
CHAP. XI. *De la Lune, de ſes Phaſes, de la maniere de les calculer,* &c. . . . . 146
CHAP. XII. *Des Inſtrumens qui ſervent à obſerver, en mer, la hauteur des Aſtres.* . . . . . 160
CHAP. XIII. *De la latitude & de la maniere*

*de la déterminer à la mer.* . . . . . 197
CHAP. XIV. *De la longitude & de la maniere de la déterminer à la mer.* . . . . . 209

## SECONDE PARTIE.

CHAP. I. *Du Flux & du Reflux de la Mer* . . 239
CHAP. II. *Du Loch.* . . . . . 267
CHAP. III. *De la Bouſſole & de ſes uſages.* . . 274
CHAP. IV. *Des Cartes géographiques.* . . . . . 301
CHAP. V. *Des Principes de la réduction des routes.* 311
CHAP. VI. *Application de la Théorie précédente.* 317

## ADDITIONS.

*Des Réfractions terreſtres.* . . . . . 343
*De la maniere de remédier aux erreurs qui peuvent réſulter du défaut de paralléliſme des deux ſurfaces du grand Miroir d'un octant ou ſextant.* 348
*De l'abaiſſement de la mer.* . . . . . 349
*Des Courants.* . . . . . 365
*Sur le paſſage par le Nord, de l'Océan Atlantique dans la Mer Pacifique.* . . . . . 377
*Formules trigonométriques.* . . . . . 387

---

## TABLES *à l'uſage de la Navigation.*

TABLE Ire. De l'aſcenſion droite & de la déclinaiſon des principales Étoiles, au 11 Nivôſe an VIII.
Table II. De l'équation du Temps.
Table III. Parallaxe du Soleil à divers degrés de hauteur.
Table IV. Réduction de la parallaxe horizontale de la Lune, pour Paris, à celle qui convient à une autre latitude.
Table V. Des réfractions ſuivant les obſervations de Bradley.
Table VI. Des demi-diamètres du Soleil.
Table VII. Augmentation du demi-diamètre horizontal de la Lune, à divers degrés de hauteur.

Table VIII. Inclinaiſon de l'horizon de la Mer.
Table IX. Époques des longitudes moyennes du Soleil pour les années.
Table X. Moyens mouvemens du Soleil pour les Mois complets.
Table XI. Moyens mouvemens du Soleil pour les jours du mois, les heures, les minutes & les ſecondes.
Table XII. Équation du centre du Soleil.
Table XIII. De ce que l'on doit retrancher de la longitude vraie du Soleil, ou lui ajouter, pour avoir l'aſcenſion droite.
Table XIV. Pour la déclinaiſon du Soleil.
Tables XV. XVI. & XVII. Pour calculer le temps vrai des Phaſes de la Lune pour le Méridien de Paris.
Table XVIII. Des corrections pour la déviation du plan dans lequel on obſerve le contact.
Table XIX. Des corrections relatives au défaut de paralléliſme des ſurfaces du grand Miroir.
Table XX. Des erreurs des ſurfaces du grand Miroir, lorſque ces ſurfaces ſont entr'elles un angle de 1′.
Table XXI. De la différence entre la hauteur méridienne d'un Aſtre & ſa hauteur obſervée une minute avant ou après ſon paſſage au Méridien.
Table XXII. Des hauteurs auxquelles il faut obſerver le Soleil pour déterminer l'heure.
Table XXIII. De la correction qu'il faut appliquer à l'heure de l'Établiſſement du Port pour avoir le temps de la pleine mer, à un jour propoſé.
Table XXIV. Des latitudes croiſſantes ou des longueurs qu'on doit donner aux diviſions du Méridien dans les Cartes réduites.
Table XXV. Du nombre de toiſes dont il faut diminuer la hauteur des lieux vus dans la ligne horizontale.
Table XXVI. Établiſſement du Port dans les différents pays de la Terre.
Table XXVII. Des Courants & des Vents réglés.

# ÉLÉMENS DE NAVIGATION.

## PREMIERE PARTIE.

### CHAPITRE PREMIER.

*Notions préliminaires d'Astronomie.*

L'ASTRONOMIE eſt une Science qui a pour objet la détermination des mouvemens des Corps céleſtes, de leurs diſtances, de leur ſituation reſpective, de leurs grandeurs, &c.

Lorſqu'on regarde toute la partie de l'eſpace qu'il eſt poſſible d'appercevoir, on la voit parſemée d'une multitude de Corps lumineux, qu'on juge, pour la plupart, à des diſtances immenſes de nos yeux. On en remarque un nombre conſidérable qui paroiſſent occuper conſtamment la même place dans l'eſpace. On a donné à ces Corps le nom d'*Étoiles* On en remarque un petit nombre d'autres qui changent de place, ſe meuvent dans le même ſens, & ſuivent preſque la même route. Ces derniers, qui ſe font diſtinguer encore des autres par leur peu d'éclat, ſe nomment *Planetes.* Il y en a d'autres qu'on n'apperçoit que rare-

ment, & preſque toujours pendant un temps aſſez court, leſquels ſont, pour l'ordinaire, mal terminés & accompagnés d'une lumiere éparſe & foible (du moins dans les premiers & les derniers temps de leur apparition), qui, dans la plupart, croît & forme une queue d'une grande étendue; ces corps ſe meuvent ſuivant toutes ſortes de directions, & ſont connus ſous le nom de *Cometes*.

Entre tous les Corps céleſtes, on en remarque particulierement un qui paroît les ſurpaſſer infiniment en groſſeur & en lumiere, qu'on nomme le *Soleil*. Cet Aſtre eſt une vraie Etoile, laquelle ne nous paroît ſi groſſe & ſi lumineuſe, que parce qu'elle eſt incomparablement plus proche de la Terre que toutes les autres. Les mouvemens des Planetes & des Cometes ſe font autour de cet Aſtre. On ne peut douter qu'il n'y ait des corps ſemblables qui tournent autour de chaque Etoile; chaque Etoile avec les corps qui tournent autour d'elle, forme un tout, un ſyſtême qu'on nomme *Monde*. Il y a donc autant de Mondes que d'Etoiles.

La connoiſſance du nôtre, ou du moins la détermination des mouvemens de tous les Corps qui le compoſent, eſt l'objet de l'Aſtronomie. Ceux qu'on nomme *Planetes* ſont au nombre de ſept, en y comprenant le Globe que nous habitons, qu'on a reconnu tourner, comme eux, dans le même ſens autour du Soleil, & qui conſéquemment eſt une *vraie Planete*.

Les Planetes ſont leurs révolutions autour du Soleil dans des temps très-différens. En les prenant ſuivant les temps de leurs révolutions, depuis celle dont la révolution eſt la plus courte, juſqu'à celle dont la révolution eſt la plus longue, on les nomme, *Mercure*, *Venus*, la *Terre*, *Mars*, *Jupiter*, *Saturne* & *Herſchel*. Il y a entre les diſtances auxquelles elles ſe meuvent autour du Soleil, une différence ſemblable à celle qu'on a découverte entre les temps de leurs révolutions, c'eſt-à-dire, que ces diſtances ſont d'autant plus conſidérables que ces temps le ſont davantage. Ainſi *Mercure*

eſt celle dont la diſtance au Soleil eſt la plus courte; & *Herſchel* celle dont la diſtance eſt la plus conſidérable. On verra par la ſuite que les durées des révolutions ont un rapport déterminé avec les diſtances au Soleil. On appelle *Orbites* ou *Trajectoires*, les courbes que les Planetes décrivent autour du Soleil.

Pour nous conformer à l'uſage, nous nommerons l'eſpace, le *Ciel*, & nous le conſidérerons comme formant une Sphere immenſe au centre de laquelle nous imaginerons tantôt le Soleil, tantôt la Terre; ſans cependant prétendre lui aſſigner de limites, l'eſpace étant, comme le temps, abſolument ſans limites.

Les Planetes ſe meuvent toutes dans le même ſens; mais non dans le même plan; les plans de leurs orbites ſont peu inclinés les uns aux autres, en ſorte qu'étant continués juſqu'au fond du Ciel, ils n'en occupent qu'une bande ou Zone de peu d'étendue. La Zone dans laquelle on les apperçoit ſe mouvoir, eſt ce qu'on nomme le *Zodiaque*.

Quelques-unes des Planetes ſont accompagnées d'autres petites Planetes qui tournent autour d'elles, & qu'on nomme *Satellites*. La *Terre*, *Jupiter*, *Saturne* & *Herſchel* paroiſſent, juſqu'à préſent, les ſeules qui ſoient dans ce cas. La Terre en a un; c'eſt la Lune; Jupiter en a quatre; Saturne ſept; & juſqu'à préſent on n'en a reconnu que ſix à Herſchel ou *Uranus*; les ſatellites de chacune de ces Planetes ſe meuvent dans le même ſens, mais ils font leurs révolutions dans des temps différents. On nomme premier Satellite, celui dont la révolution eſt la plus courte; ſecond Satellite, celui dont la révolution eſt la plus courte après celle-là; & ainſi de ſuite. Leurs diſtances à la Planete principale ne ſont pas non plus les mêmes. Le premier en eſt plus proche que le ſecond, le ſecond plus que le troiſieme, &c. Les plans de leurs orbites ſont différents du plan de l'orbite de la Planete, & différents les uns des autres; mais les angles qu'ils font entr'eux ſont généralement très-petits.

Les Planetes n'ont pas ſeulement un mouvement progreſſif autour du Soleil, elles ont encore un mouvement de rotation autour d'un de leurs diametres, qu'alors on nomme *Axe*, en vertu duquel elles ſont une révolution autour de cet Axe, dans un temps déterminé. Ce mouvement ſe fait dans le même ſens que leur mouvement progreſſif, & l'Axe de rotation demeure parallele à lui-même pendant tout le mouvement de la Planete autour du Soleil. Ainſi les Planetes ſont animées à la fois d'un double mouvement.

Après avoir donné une légere idée du Monde auquel appartient la Planete que nous habitons, nous avons à faire connoître comment on parvient à déterminer les mouvements de toutes les parties qui le compoſent, ſoit leurs mouvements apparents, ſoit leurs mouvements vrais.

Examinons d'abord les apparences qui réſultent du mouvement de la Terre autour de ſon axe, comme étant les premiers Phénomenes qui frappent nos yeux.

Conſidérons la Terre comme occupant le centre de cette Sphere immenſe que nous avons nommée le *Ciel.* Si l'on conçoit un plan qui touche ſa ſurface en un point, ce plan qu'on nomme *Horizon*, diviſe pour l'habitant de la Terre en ce point, le Ciel en deux parties dont il apperçoit l'une, & dont l'autre lui eſt cachée par la Terre. Quoique ce plan, loin de paſſer par le centre de la Terre, ne faſſe qu'en toucher la ſurface, le ſpectateur n'en doit pas moins conſidérer comme égales les deux parties dans leſquelles il diviſe le Ciel, parce que le rayon de la Terre étant comme infiniment petit par rapport au rayon de la Sphere céleſte, ce plan peut être conſidéré comme faiſant le même effet que s'il paſſoit par le centre de la Terre, ou ſi l'on veut, comme ſe confondant avec un plan parallele, paſſant par le centre, lequel diviſe rigoureuſement le Ciel en deux Hémiſpheres égaux, que par cette raiſon on nomme *Horizon vrai ou rationnel.*

Il eſt bon d'obſerver que l'Horizon n'eſt vraiment

un plan, qu'autant qu'il appartient bien véritablement à un point de la ſurface de la Terre, tel qu'eſt celui d'un point de la ſurface de la Mer. Car ſi l'on eſt ſur un lieu élevé, ou au fond d'une vallée, ce qu'on nomme l'*Horizon* forme alors un cone, au ſommet duquel l'œil eſt placé, droit dans le premier cas, renverſé dans le ſecond, en ſorte que l'œil voit plus de la moitié du Ciel dans le premier cas, & moins que cette moitié dans le ſecond. C'eſt ce qui a fait donner en général le nom d'Horizon ſenſible à l'Horizon d'un lieu quelconque, pour le diſtinguer de l'Horizon rationnel ou vrai, qui diviſe le Ciel en deux parties parfaitement égales.

Une droite menée par le centre de la Terre, & par le point où l'Horizon la touche, prolongée de part & d'autre juſqu'au fond du Ciel, y détermine deux points, dont l'un, placé au-deſſus de la tête de l'obſervateur, ſe nomme *Zenith*, & celui qui lui eſt oppoſé, *Nadir*.

La Terre tournant autour de ſon axe, les différents points de ſa ſurface décrivent des cercles qui ont leurs centres dans cet axe. Celui qui eſt décrit par un point éloigné de 90 degrés des extrémités de cet axe, ſe nomme *Equateur*. Les autres cercles ſe nomment des *Paralleles*. L'Equateur étant un grand cercle, diviſe la Terre en deux Hémiſpheres parfaitement égaux; les extrémités de l'axe ſont les poles de ce grand cercle, & ont auſſi le nom de *Poles*. On nomme *Hémiſphere Boréal*, la moitié de la ſurface de la Terre, dont une partie eſt habitée par les Européens; & *Hémiſphere Auſtral*, l'autre moitié. On nomme de même *Pole Boréal*, le pole qui appartient au premier de ces deux Hémiſpheres, & *Pole Auſtral*, celui qui appartient au ſecond.

Du mouvement de la Terre autour de ſon axe, il réſulte un mouvement apparent de tout le Ciel en ſens contraire, qui ſe fait exactement dans le même temps & avec la même uniformité. C'eſt en vertu de ce mouvement que les Aſtres apparoiſſent ſur l'Horizon, ou ſe lèvent, montent, deſcendent enſuite, diſparoiſſent ou

ſe couchent. La Région du Ciel où les Aſtres ſe lèvent, ſe nomme l'*Orient* ou l'*Eſt*, & celle où ils ſe couchent, ſe nomme l'*Occident* ou l'*Oueſt*. Ainſi le mouvement dont il s'agit ſe fait de l'*Orient* à l'*Occident*; d'où il ſuit que le mouvement de la Terre autour de ſon axe, auquel il eſt dû, ſe fait de l'Occident à l'Orient. On nomme *Mouvement diurne*, chacun de ces deux mouvements.

Il eſt évident que ce mouvement apparent de tous les Aſtres, ſe fait autour d'un axe qui n'eſt autre choſe que l'axe de la Terre, prolongé juſqu'au fond du Ciel; que par conſéquent ils décrivent des cercles dont les centres ſont dans cet axe. On a donné, aſſez improprement, à cet axe, le nom d'*Axe du Monde*, & aux points où il rencontre le fond du Ciel, le nom de *Poles du Monde*. Celui qui répond au pole boréal de la Terre, ſe nomme *Pole Boréal*, l'autre ſe nomme *Pole Auſtral*. L'Equateur de la Terre, continué juſqu'au fond du Ciel, forme l'Equateur de la Sphere céleſte, lequel étant un grand cercle de cette Sphere, la diviſe en deux Hémiſpheres égaux, l'un boréal, l'autre auſtral. Tous les cercles que les Aſtres décrivent dans leur mouvement diurne, leſquels ſont paralleles entr'eux & à l'Equateur, ſe nomment des *Paralleles*.

L'Equateur & l'Horizon vrai continué juſqu'au fond du Ciel, étant deux grands cercles de la Sphere, ſe coupent en deux parties égales. Leur interſection joint évidemment l'Orient & l'Occident. L'extrémité qui répond à l'Orient ou à l'Eſt, ſe nomme le *vrai point d'Eſt*, & l'autre ſe nomme le *vrai point d'Oueſt*.

L'Axe de la Terre ou de la Sphere céleſte, formant un angle avec l'Horizon, l'Equateur en forme auſſi un avec l'Horizon, lequel eſt le complément de celui-là. L'Equateur coupant donc l'Horizon plus ou moins obliquement, les paralleles ſont néceſſairement diviſés par l'Horizon en deux parties inégales, & ces parties ſont d'autant plus inégales que les paralleles ſont plus éloignés de l'Equateur ou plus petits. En comparant

cette inégalité, d'un Horizon à un autre, on voit qu'elle eſt d'autant plus grande que l'angle de l'Equateur ou de ces paralleles avec l'Horizon eſt plus aigu. Il eſt évident que la partie de chaque parallele, qui eſt au-deſſus de l'Horizon, eſt celle que l'Aſtre décrit pendant la durée de ſon ſéjour ſur l'Horizon; & que celle qui eſt au-deſſous de l'Horizon, eſt celle qu'il décrit pendant tout le temps qu'il ne paroît pas. Il eſt encore facile de voir que les paralleles qui appartiennent à l'Hémiſphere où ſe trouve le pole élevé ſur l'Horizon, ont leur partie au-deſſus de l'Horizon plus grande que celle qui eſt au-deſſous; en ſorte que les Aſtres qui décrivent ces paralleles, paroiſſent pendant plus long-temps qu'ils ne diſparoiſſent. Au contraire, les paralleles qui appartiennent à l'Hémiſphere où ſe trouve le pole abaiſſé au-deſſous de l'Horizon, ont leur partie au-deſſus de l'Horizon plus petite que celle qui eſt au-deſſous; en ſorte que le temps pendant lequel les Aſtres qui décrivent ces paralleles, ſont viſibles, eſt plus petit que celui pendant lequel ils ſont inviſibles. Il eſt encore évident que les paralleles ne rencontrent pas tous l'Horizon, qu'il y en a dans le voiſinage des poles, qui ſont entierement au-deſſus, & d'autres entierement au-deſſous; d'où il ſuit que les Aſtres qui décrivent les premiers ne diſparoiſſent jamais, ce qui les a fait nommer *Aſtres de perpetuelle apparition*, & qu'on ne voit jamais ceux qui décrivent les ſeconds.

Un grand cercle qui paſſe par l'axe de la Terre, ſe nomme *Méridien terreſtre*; & ſi l'on conçoit le plan de ce cercle, continué juſqu'au fond du Ciel, il forme un grand cercle de la Sphere, qu'on nomme *Méridien céleſte*, ou ſimplement *Méridien*. Il eſt évident que chaque point de la ſurface de la Terre a ſon Méridien, & que ce cercle paſſe par ſon Zenith. On voit encore que ce cercle paſſant par les poles de l'Horizon & de l'Equateur, eſt perpendiculaire à l'un & à l'autre; qu'enfin l'interſection de ces deux cercles lui eſt perpendiculaire, en ſorte que les vrais points d'Eſt & d'Oueſt en ſont les poles.

Comme les centres des paralleles ſont dans l'axe de la Sphere, & par conſéquent dans le plan du Méridien, il diviſe les paralleles en deux parties égales. Il diviſe même auſſi les deux parties d'un parallele, dont l'une eſt au-deſſus de l'Horizon, l'autre au-deſſous, chacune en deux parties égales. Lorſqu'en vertu du mouvement diurne, un Aſtre eſt parvenu dans ce cercle, il eſt donc à ſa plus grande hauteur au-deſſus de l'Horizon, ou à ſa plus grande dépreſſion au-deſſous On nomme *Midi*, l'inſtant où, lorſque le Soleil eſt ſur l'Horizon, ſon centre vient à ſe trouver dans ce cercle. L'eſpace de temps que le Soleil emploie à revenir au Méridien, eſt ce qu'on nomme *Jour*. On le diviſe en vingt-quatre parties égales, qu'on nomme *Heures*, que les Aſtronomes comptent depuis un midi juſqu'à l'autre, mais qu'on eſt convenu de partager, pour l'uſage civil, en deux parties égales, qui ſont par conſequent chacune de douze heures. Les premieres douze heures ſe comptent depuis midi juſqu'à un autre inſtant qu'on nomme *Minuit*, qui eſt celui où le Soleil parvient au Méridien, en d'écrivant la partie de ſon parallele qui eſt au-deſſous de l'Horizon; & les autres douze heures ſe comptent depuis cet inſtant juſqu'au midi ſuivant.

Puiſque l'heure ſe compte depuis le moment du paſſage du Soleil par le Méridien, & que le mouvement diurne du Soleil ſe fait comme celui de tous les autres Aſtres, de l'Orient à l'Occident, il s'en ſuit qu'on doit compter davantage, au même inſtant, ſous un Méridien qui eſt à l'Orient d'un autre, & moins ſous un Méridien qui en eſt à l'Occident, que ſous cet autre là. Ainſi comme le Soleil parcourt 360° en $24^h$, autour de la Terre, & par conſéquent 15° en une heure, il s'enſuit que ſi un Méridien qui eſt à l'Orient d'un autre, fait avec lui un angle de 15°, de 30°, &c., on compte dans tous les lieux ſitués ſous ce Méridien, $1^h$, $2^h$, &c. de plus que dans tous ceux qui ſont ſous ce dernier; qu'au contraire, on compte $1^h$, $2^h$, &c. de moins dans les lieux ſitués ſous un Méridien qui eſt de 15°, de 30°, &c.

à l'Occident de ce même Méridien pris pour terme de comparaiſon.

Il ſuit delà, que la différence des temps que l'on compte au même inſtant en deux lieux différents, peut faire connoître la quantité dont l'un eſt plus à l'Orient ou à l'Occident que l'autre. Car le mouvement diurne étant uniforme, l'angle que forment les Méridiens de ces lieux, ou l'arc de l'Equateur compris entre ces deux Méridiens, eſt exactement proportionnel à cette différence; en ſorte que pour avoir cet arc qui meſure la quantité dont l'un de ces lieux eſt plus à l'Eſt ou à l'Oueſt, il ne s'agit que de faire la proportion; 24 heures ſont à la différence des temps qu'on compte en ces deux endroits, au même inſtant, comme 360° ſont au nombre de degrés & minutes de l'arc cherché.

On peut s'épargner cette proportion, en remarquant que, puiſque 15° répondent à une heure, un degré vaut 4′ d'heure, une minute de degré vaut 4″ d'heure, &c.; que par conſéquent ſi l'on vouloit convertir un nombre de degrés, minutes, ſecondes, &c., en temps, il faudroit quadrupler le tout, & compter les degrés pour des minutes d'heure, les minutes pour des ſecondes, les ſecondes pour des tierces, &c. Donc pour convertir des heures, minutes, ſecondes, &c. en degrés, minutes, ſecondes, &c. de degré, on n'aura qu'à réduire les heures en minutes, compter le nombre total de minutes, les ſecondes & les tierces, pour des degrés, minutes & ſecondes de degré, & prendre le quart du tout; on aura évidemment le nombre de degrés & de parties de degré qu'on cherche.

Il eſt clair qu'on a déjà en partie la poſition d'un lieu ſur la ſurface de la Terre, lorſqu'on connoît l'arc de l'Equateur compris entre un Méridien dont la poſition eſt connue, & le Méridien de ce lieu; & que pour l'avoir entierement, il ne s'agit plus que de connoître l'arc du Méridien de ce lieu, compris entre ce lieu & l'Equateur. C'eſt auſſi en déterminant les deux arcs de

l'Equateur & du Méridien dont il s'agit, qu'on détermine la position des lieux. Le Méridien qu'on suppose connu, & auquel on rapporte la position des autres Méridiens, se nomme *premier Méridien*; l'arc de l'Equateur compris entre ce Méridien & le Méridien du lieu, se nomme la *Longitude de ce lieu*; elle se compte en allant de l'Ouest à l'Est, jusqu'à 360°, ou de part & d'autre du premier Méridien, jusqu'à 180°, en sorte qu'on a alors, *Longitude Orientale* & *Longitude Occidentale*. L'arc du Méridien du lieu dont il s'agit, compris entre ce lieu & l'Equateur, se nomme *Latidude* de ce lieu. La Latitude est donc boréale ou australe, suivant que le lieu est dans l'Hémisphere boréal de la Terre, ou dans l'Hémisphere austral.

L'arc du Méridien céleste correspondant à un Méridien terreste, compris entre l'Equateur céleste & le Zenith d'un lieu, est évidemment égal à l'arc du Méridien terrestre compris entre ce lieu & l'Equateur de la Terre. Ainsi on pourra prendre pour la latitude du lieu, l'arc du Méridien céleste compris entre l'Equateur & le Zenith. L'arc de ce Méridien compris entre le pole élevé & l'Horizon, qu'on nomme *Hauteur du Pole*, est égal à l'arc dont il s'agit. Si donc on connoît la hauteur du pole, on a la latitude du lieu. Or il est aisé d'avoir la hauteur du pole, au moyen des Astres qui ne se couchent jamais. Pour cela, on n'aura qu'à placer un instrument propre à mesurer des angles, dans le plan du Méridien, mesurer les deux arcs du Méridien, compris entre chacun des passages de l'Astre par ce cercle & l'Horizon, & prendre la moitié de leur somme; cette moitié sera la hauteur du pole.

L'angle que l'Equateur forme avec l'Horizon d'un lieu, est mesuré par l'arc du Méridien de ce lieu, compris entre ces deux cercles. Cet arc se nomme la *Hauteur* de l'Equateur. Il est évident que la hauteur de l'Equateur est le complément de la latitude.

On conçoit que la quantité dont un Astre est élevé sur l'Horizon, ce qu'on nomme autrement sa *Hauteur*,

ne peut être auſſi meſurée que par l'arc d'un grand cerle perpendiculaire à l'Horizon, compris entre l'Aſtre & l'Horizon. Auſſi cet arc même eſt-il ce qu'on nomme la *Hauteur* de l'Aſtre. Le grand cercle dont cet arc fait partie, lequel paſſe évidemment par le Zenith, ſe nomme *Vertical*. On a donné le nom de *premier Vertical*, à celui qui paſſe par les vrais points d'Eſt & d'Oueſt. L'angle au Zenith, formé par le vertical de l'Aſtre & le Méridien, ſe nomme *l'Azimut*, & l'angle au Zenith, formé par le vertical de l'Aſtre & le premier vertical, ſe nomme *Amplitude*. On la nomme Amplitude *ortive* ou *occaſe*, lorſque l'Aſtre eſt à l'Horizon; elle eſt *ortive* s'il ſe lève, elle eſt *occaſe* s'il ſe couche.

Comme les phénomenes du mouvement diurne des Aſtres, dépendent de l'angle que l'Equateur fait avec l'Horizon, & de la diſtance des Aſtres à l'Equateur, ſi l'on veut déterminer ce qui appartient au mouvement diurne, il faut au préalable ſavoir déterminer la diſtance d'un aſtre à l'Equateur. Cette diſtance qui eſt meſurée par un arc de grand cercle paſſant par l'Aſtre, & perpendiculaire à l'Equateur, ſe nomme la *Déclinaiſon de l'Aſtre*; & l'on donne à ce cercle, qui paſſe par les poles de l'Equateur, le nom de *Cercle de déclinaiſon*. Or connoiſſant la hauteur du pole, & par conſéquent celle de l'Equateur, il ſera facile de déterminer la déclinaiſon d'un Aſtre. On n'aura qu'à meſurer ſa hauteur, lorſqu'il paſſe au Méridien, avec un inſtrument propre à meſurer des angles; la comparer enſuite avec la hauteur de l'Equateur, c'eſt-à-dire, la retrancher de la hauteur de l'Equateur, ſi elle eſt plus petite, ou en retrancher la hauteur de l'Equateur, ſi elle eſt plus grande; on aura l'arc du Méridien compris entre l'aſtre & l'Equateur, & par conſéquent ſa déclinaiſon, puiſque le cercle de déclinaiſon de l'Aſtre ſe confond alors avec le Méridien. On obſervera que ſi l'Aſtre eſt au Nord de l'Equateur, ſa déclinaiſon eſt Boréale, & qu'elle eſt Auſtrale ſi l'Aſtre eſt au Sud de l'Equateur.

On peut actuellement se former une idée de la maniere de déterminer les circonstances du mouvement diurne des Astres.

Soit *HO* ( *Fig.* 1 ) la moitié de l'Horizon, *Z* le Zenith, *EQ* la moitié de l'Equateur, *P* le pole élevé, *EZPOQ* le Méridien, *ZA* le premier vertical, *mn* la moitié du parallele que l'Astre décrit dans son mouvement apparent autour de la Terre en 24 heures; soit l'Astre en un point quelconque *S* de son parallele; *ZSC* le vertical, dont la partie *SC* mesure sa hauteur; *PSB* le cercle de déclinaison de cet Astre; & par conséquent la partie *SB* de ce cercle, sa déclinaison. L'angle *CZH* est l'Azimut de cet Astre, & l'angle *CZA* son Amplitude. Il est facile de voir qu'au moyen du triangle sphérique *ZPS*, on peut embrasser tout ce qui est relatif à la position d'un Astre en vertu du mouvement diurne. Car dans ce triangle, le côté *ZP* est égal à la hauteur de l'Equateur, ou le complément de la hauteur du pole; le côté *SP* est le complément de la déclinaison, ou composé de 90° plus la déclinaison, si l'Astre est de l'autre côté de l'Equateur, par rapport au pole élevé; le côté *ZS* est le complément de la hauteur de l'Astre; l'angle *SZP* est le supplément de l'Azimut; l'angle *ZPS* la distance de l'Astre au Méridien, auquel on donne le nom d'*Angle horaire*, parce que le mouvement diurne étant uniforme & se faisant autour de l'axe de la Sphere, cet angle est proportionnel au temps que l'Astre doit mettre à se rendre au Méridien, ou qu'il a employé à s'en éloigner, & à parvenir à la distance du Méridien où on le suppose, s'il a déjà passé par ce cercle. Or dans ce triangle, si l'on connoît trois choses, il sera toujours possible de connoître les trois autres.

Si l'Astre est au point *D* où son parallele coupe l'Horizon, c'est-à-dire, s'il se leve ou se couche, le triangle qu'on a alors à résoudre, est le triangle *ZPD*, dans lequel le côté *ZD* est de 90°; l'angle *ZPD* est l'angle horaire qui répond à l'instant du lever ou du cou-

cher de l'Aſtre, & eſt par conſéquent la valeur de l'arc ſémi-diurne ; l'angle *DZP*, l'angle azimutal, complément de l'amplitude ortive ou occaſe, ou la ſomme de 90° & de l'amplitude, &c.

A la place du triangle *ZPD*, on ſe ſert ordinairement, dans ce cas, du triangle *ADF*, rectangle en *F*, dans lequel l'angle *DAF* eſt le complément de la hauteur du pole, *DF* la déclinaiſon de l'Aſtre, *AD* l'amplitude ortive ou occaſe, *AF* ce qu'on nomme *Différence aſcenſionnelle*, laquelle retranchée de 90° ou ajoutée à 90°, donne l'arc *EF* de l'Equateur, qui meſure l'angle horaire *ZPD*.

On pourroit encore employer le triangle *DOP*, rectangle en *O*, dans lequel *OP* eſt la hauteur du pole, l'angle *OPD* le ſupplément de l'angle horaire, *DP* la diſtance polaire, &c.

Après ces premieres conſidérations ſur le mouvement de rotation de la Terre & les phénomenes qui en dépendent, examinons ſon mouvement autour du Soleil, qu'on nomme *Mouvement annuel*. Ce mouvement ſe fait ainſi que celui des autres Planetes autour de cet Aſtre, d'Occident en Orient. La Terre occupant ſucceſſivement différens points de l'eſpace, le Soleil paroît répondre ſucceſſivement en différens points du fond du Ciel, leſquels ſont oppoſés directement à ceux-là. Il doit donc paroître ſe mouvoir exactement avec la même vîteſſe qu'elle, & dans le même ſens, c'eſt-à-dire, d'Occident en Orient. On peut donc attribuer au Soleil le mouvement que la Terre a réellement autour de lui, en ſorte que pour avoir le mouvement annuel de la Terre, il ne s'agit que de chercher les moyens de déterminer le mouvement annuel apparent du Soleil.

Le cercle de la Sphere céleſte, que forment les points du fond du Ciel, auquel on le rapporte pendant l'eſpace d'une année, & que par conſéquent il paroît décrire dans cet eſpace de temps, ſe nomme l'*Ecliptique*. Ce cercle ou le plan de l'orbite de la Terre,

fait un angle avec l'Equateur. Car pour que ces deux cercles ne fiſſent point d'angle, ou ne fiſſent qu'un ſeul & même cercle, il faudroit que la hauteur du Soleil, lorſqu'il paſſe au Méridien, fût conſtamment égale à celle de l'Équateur. Or il n'y a que deux jours dans l'année où cela arrive. Dans tout autre temps, la hauteur du Soleil à ſon paſſage au Méridien, eſt différente de celle de l'Equateur; pendant ſix mois elle eſt plus grande, & pendant les ſix autres elle eſt plus petite. Elle croît pendant la premiere moitié des ſix premiers mois, décroît pendant l'autre moitié, continue de décroître pendant la premiere moitié des ſix derniers, & croît enſuite pendant l'autre moitié; & lorſqu'elle eſt la plus grande, elle ſurpaſſe la hauteur de l'Equateur préciſément de la même quantité dont celle-ci la ſurpaſſe lorſqu'elle eſt la plus petite. Ainſi on voit non-ſeulement que l'Ecliptique fait un angle avec l'Equateur, mais encore que c'eſt un grand cercle de la Sphere céleſte. Cet angle qu'on nomme l'*Obliquité de l'Ecliptique*, eſt actuellement d'environ 23° 28′. Nous diſons *actuellement*, car nous verrons par la ſuite qu'il n'eſt pas conſtant, & qu'il va en diminuant.

Le Soleil ayant un double mouvement apparent, le mouvement annuel & le mouvement diurne, voyons qu'elle eſt l'effet de ces deux mouvemens combinés. Soit *EAQC* (*Fig.* 2) l'Equateur céleſte, *P*,*P′* ſes poles; *ABCD* l'Ecliptique coupant l'Equateur ſuivant *AC*; *L*, *L′* les poles de l'Ecliptique; *ELPBQL′P′DE* un grand cercle qui paſſe par leurs poles, & par conſéquent leur eſt perpendiculaire. Suppoſant que *P* ſoit le pole boréal, & *P′* le pole auſtral, la moitié *ABC* du cercle *AECD* repréſentera la moitié de l'Ecliptique, qui ſe trouve dans la partie boréale du Ciel, & la moitié *CDA* l'autre moitié de l'Ecliptique, ſituée dans la partie auſtrale. Soit d'abord le Soleil en un des deux points de l'Ecliptique, où la circonférence de ce cercle coupe celle de l'Equateur, par exemple, en *A*. Il eſt évident qu'en vertu

du mouvement diurne, il décrit alors l'Equateur. Si l'on ſuppoſe que le mouvement du Soleil dans l'Ecliptique ſe faſſe dans le ſens *ABCD*, ainſi que cela a lieu en effet, il décrit, en vertu du mouvement diurne, des paralleles de plus en plus petits, à meſure qu'il s'avance, en vertu de ſon mouvement annuel, dans l'arc *AB*, & par conſéquent à meſure qu'il s'éloigne de l'Equateur; & lorſqu'au bout de trois mois il eſt arrivé en *B*, à 90° de *A*, c'eſt-à-dire, à ſa plus grande diſtance de l'Equateur, le parallele qu'il décrit eſt le plus petit de tous ceux qu'il parcourt tant qu'il eſt dans la partie du Ciel *EAPQC*; car continuant ſon mouvement dans l'arc *BC*, il ſe rapproche de l'Equateur, & décrit toujours, en vertu du mouvement diurne, des paralleles de plus en plus grands. Arrivé, au bout de trois autres mois, à l'autre point *C*, où la circonférence de l'Ecliptique coupe celle de l'Equateur, après avoir parcouru l'arc *BC* de 90°, le Soleil décrit encore une fois l'Equateur dans ſon mouvement diurne. S'avançant enſuite dans l'arc *CD* de l'autre côté de l'Equateur, il décrit des paralleles de plus en plus petits; parvenu, au bout de trois autres mois, au point *D* de l'Ecliptique, éloigné de *C* de 90°, le parallele qu'il décrit eſt le plus petit de tous, & parfaitement égal à celui qu'il a décrit ſix mois auparavant, lorſqu'il étoit en *B*, puiſque le point *D* eſt à la même diſtance de l'Equateur que le point *B*. Continuant ſon mouvement dans l'arc *DA*, les paralleles qu'il décrit deviennent de plus en plus grands, juſqu'à ce qu'il ſoit de retour au point *A* de l'Ecliptique & de l'Equateur, d'où il étoit parti un an auparavant, & où il décrit de nouveau l'Equateur.

Nous ne devons pas oublier de faire remarquer que le Soleil par ſon mouvement annuel, changeant continuellement de diſtance par rapport à l'Equateur, les paralleles qu'il décrit, en vertu du mouvement diurne, ne ſont pas exactement des cercles, mais des eſpeces de ſpirales extrêmement peu inclinées à l'axe de la Sphere.

Les points *A* & *C* où la circonférence de l'Ecliptique & celle de l'Equateur ſe coupent, ſe nomment *Points Équinoxiaux*, parce que le Soleil décrivant alors l'Equateur, en vertu du mouvement diurne, il demeure préciſément autant de temps ſur l'Horizon que deſſous, & que par conſéquent le jour eſt égal à la nuit par toute la Terre. Le point *A* où le Soleil paſſe de la partie auſtrale du Ciel dans la partie boréale, ſe nomme *le point de l'Equinoxe du Printemps*, & le point oppoſé *C* où il repaſſe de la partie boréale du Ciel dans la partie auſtrale, ſe nomme *le point de l'Equinoxe d'Automne*; parce que la ſaiſon du Printemps commence pour les Européens, lorſque le Soleil paſſe par le premier de ces points, & la ſaiſon d'Automne, lorſqu'il paſſe par le ſecond. Les inſtants où le Soleil ſe trouve dans ces points, ſe nomment *Equinoxes*; ainſi il y a Equinoxe de Printemps & Equinoxe d'Automne. On appelle les points *B* & *D* de l'Ecliptique les plus éloignés de l'Equateur, *points Solſtitiaux*, parce que les petites portions de l'Ecliptique, dont ces points ſont partie, étant ſenſiblement paralleles aux petites portions correſpondantes de l'Equateur, le Soleil ſt alors comme ſtationnaire pendant un peu de temps, par rapport à l'Equateur, c'eſt à-dire, que ſon mouvement annuel ne l'en éloigne ni ne l'en approche ſenſiblement. Le premier de ces points ſe nomme *le point du Solſtice d'Eté*, & le ſecond *le point du Solſtice d'Hiver*; parce que les Européens entrent en Eté lorſque le Soleil paſſe par le premier, & que lorſqu'il paſſe par le ſecond, ils entrent en Hiver. On appelle *Solſtices* les inſtans du paſſage du Soleil par ces points. Ainſi il y a *Solſtice d'Eté* & *Solſtice d'Hiver*. Les paralleles que le Soleil décrit alors, en vertu du mouvement diurne, ſe nomme *Tropiques* Ce ſont, comme on l'a dit, les plus petits des paralleles qu'il décrit dans le cours de l'année.

Comme pour meſurer le mouvement annuel du Soleil, il faut néceſſairement partir d'un point fixe, les Aſtronomes

Aſtronomes ont pris pour ce point là, le point de l'Equinoxe du Printemps; & ils ont nommé *Longitude du Soleil*, l'arc de l'Ecliptique compris entre ce point & celui où ſe trouve le Soleil à un inſtant quelconque, en le prenant dans le ſens du mouvement, en ſorte qu'ils comptent la longitude de l'Oueſt à l'Eſt. Ainſi le point *A* repréſentant l'Equinoxe du printemps, & le mouvement du Soleil ſe faiſant dans le ſens *ABCD*, ou de l'Oueſt à l'Eſt, l'arc *AS* de l'Ecliptique ſera la longitude du Soleil parvenu en *S*.

On eſt convenu de partager l'Ecliptique, à commencer du point Equinoxial du Printemps, en douze parties égales, & par conſéquent de 30 degrés chacune, qu'on nomme *Signes*, & de compter la longitude du Soleil en ſignes, degrés, minutes, &c.; et comme l'Ecliptique paſſe au milieu de cette bande ou Zone du Ciel, large de 17 ou 18 degrés, dans laquelle nous voyons les Planetes ſe mouvoir, qu'on nomme *Zodiaque*, on les appelle auſſi *Signes du Zodiaque*. On appelle ces douze ſignes, à commencer par le premier: le *Belier*, le *Taureau*, les *Gémeaux*, l'*Ecreviſſe*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verſeau*, les *Poiſſons*.

On voit que les ſix premiers ſignes ſont dans la moitié *ABC* de l'Ecliptique, qui eſt au Nord de l'Equateur, & les ſix derniers dans l'autre moitié *CDA*, qui eſt au Sud. Delà la dénomination de ſignes ſeptentrionaux, donnée aux ſix premiers, & de ſignes méridionaux, donnée aux ſix derniers. Comme le ſigne du Belier commence au point équinoxial du Printemps, on appelle encore ce point, le premier point du Belier; par une raiſon ſemblable, on appelle le point équinoxial d'Automne, le premier point de la Balance; & comme les points Solſticiaux ſe trouvent, l'un au commencement du ſigne de l'Ecreviſſe, l'autre au commencement du ſigne du Capricorne, le Tropique qui appartient au premier de ces points, ſe nomme *Tropique de l'Ecreviſſe*, & celui qui appar-

tient au ſecond, ſe nomme *Tropique du Capricorne.*

Ainſi les quatre ſaiſons de l'année commencent lorſque le Soleil commence à parcouir, par ſon mouvement annuel apparent, les ſignes du Belier, de l'Ecreviſſe, de la Balance & du Capricorne. Le Printemps commence pour les habitans de l'Hémiſphere boréal de la Terre, lorſque le Soleil entre dans le ſigne du Belier; l'Eté, lorſqu'il entre dans le ſigne de l'Ecreviſſe; l'Automne, lorſqu'il entre dans le ſigne de la Balance; l'Hiver, lorſqu'il entre dans le ſigne du Capricorne; ce qui arrive le 20 Mars, le 21 Juin, le 23 Septembre, & le 21 Décembre, reſpectivement.

On diſtingue encore les ſignes de l'Ecliptique ou du Zodiaque, en *Signes Aſcendans* & en *Signes Deſcendans.* On appelle *Signes Aſcendans*, ceux que le Soleil parcourt en montant vers le pole élevé ſur l'Horizon, & *ſignes Deſcendans*, ceux qu'il parcourt en s'éloignant de ce pole, ou en deſcendant vers le pole abaiſſé. Ainſi les ſignes, ſoit aſcendans ſoit deſcendans, ſont parcourus par le Soleil, d'un Solſtice à l'autre. Les ſignes aſcendans pour les habitans de l'Hémiſphere boréal de la Terre, ſont le Capricorne, le Verſeau, les Poiſſons, le Belier, le Taureau & les Gémeaux; & les ſignes deſcendans ſont l'Ecreviſſe, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire. Pendant que le Soleil parcourt les ſix premiers, les jours augmentent & les nuits diminuent; & pendant qu'il parcourt les ſix derniers, les jours diminuent & les nuits augmentent; parce que, dans le premier cas, les arcs diurnes des paralleles que le ſoleil décrit en vertu du mouvement diurne, croiſſent d'un jour à l'autre, & que dans le ſecond, ils diminuent.

Le Cercle *ELPBCL'P'D* que nous avons fait paſſer par les poles de l'Equateur & de l'Ecliptique, ſe nomme *Colure* des Solſtices, parce que les points Solſtitiaux *B* & *D* tombent dans ce cercle; & ſi l'on fait paſſer un autre grand cercle *APCP'* par les poles de l'Equateur & par les points Equinoxiaux,

on le nomme *Colure* des Equinoxes. On a imaginé ces cercles pour rapporter plus commodément, ainſi qu'on le verra bientôt, les mouvemens des Aſtres au plan de l'Equateur & de l'Ecliptique.

Chacune des deux parties *BQ*, *ED* du Colure des Solſtices, eſt de 23° 28′; car elles meſurent l'angle de l'Ecliptique avec l'Equateur. Ainſi les Tropiques ſont éloignés l'un de l'autre, de 46° 56′.

Les poles de l'Ecliptique décrivent, en vertu du mouvement diurne, des paralleles *Ll*, *Ll′*, qu'on nomme *Cercles Polaires*. Celui qui eſt voiſin du pole boréal ou arctique, ſe nomme *Cercle Polaire Arctique*, & celui qui eſt voiſin du pole auſtral ou antarctique, ſe nomme *Cercle Polaire Antarctique*. Il eſt évident que chacun de ces cercles eſt éloigné du pole qui en eſt voiſin, de 23° 28′, & par conſéquent de l'Equateur, de 66° 32′.

Chaque parallele céleſte ayant ſon correſpondant ſur la ſurface de la Terre, on a donné aux paralleles décrits par des points éloignés de l'Equateur, de part & d'autre, de 23° 28′, le nom de *Tropiques*, & on a nommé *Cercles Polaires*, les paralleles décrits par des points éloignés de l'Equateur, de part & d'autre, de 66° 32′. Ces cercles diviſent la ſurface de la Terre en cinq parties qu'on appelle *Zones*.

Celle qui eſt compriſe entre les Tropiques, ſe nomme *Zone torride*. Elle renferme tous les lieux qui peuvent voir le Soleil à leur Zenith. Elle eſt nommée Zone Torride, parce que les rayons du Soleil frappant preſque perpendiculairement ſa ſurface, la chaleur y eſt très-grande.

Les Zones compriſes entre les Tropiques & les cercles polaires, ſe nomment *Zones tempérées*. Elles renferment tous les lieux qui ne perdent point le Soleil de vue en hiver. On les nomment tempérées, parce que ne recevant les rayons de cet Aſtre, ni trop perpendiculairement, ſi ce n'eſt dans le voiſinage des Tropiques, ni trop obliquement, ſi ce n'eſt

aux environs des cercles polaires, la chaleur ni le froid n'y ſont jamais très-grands.

Enfin on nomme *Zones glaciales*, les deux autres parties de la ſurface de la Terre, qui ſont terminées par les cercles polaires, & comprennent ſes poles. Les lieux qu'elles renferment, perdent, en hiver, le Soleil de vue, pendant un temps plus ou moins conſidérable. La grande obliquité avec laquelle ſes rayons y frappent la ſurface de la Terre, les diſparitions de cet Aſtre en hiver, & le peu de temps qu'il reſte ſur l'Horizon, lorſqu'il paroît, ſont cauſe qu'il y régne des froids exceſſifs, & c'eſt par cette raiſon qu'elles ont été nommées *Zones glaciales*.

---

Les Étoiles ſont des corps lumineux par eux-mêmes, prodigieuſement éloignés de la Terre, qui ne paroiſſent point avoir de mouvement réel, & que par cette raiſon on nomme *fixes*. Elles n'ont que de petits mouvemens apparens, dont la plupart ſont connus. Le plus conſidérable eſt celui qui provient de la préceſſion des équinoxes, & c'eſt le ſeul qu'on ait beſoin de conſidérer dans l'Aſtronomie Nautique. Nous parlerons, dans ſon lieu, de la maniere de le déterminer.

Ces corps paroiſſent de grandeur différente, & l'on ne peut douter qu'ils ne ſoient en effet de différente groſſeur; mais la différence de leur grandeur apparente, vient peut-être bien moins de celle de leur groſſeur réelle, que de celle de leurs diſtances à la Terre; celles qui paroiſſent les plus grandes, n'ont probablement cette apparence, que parce qu'elles ſont beaucoup plus proches que celles qui paroiſſent beaucoup plus petites, parmi leſquelles il peut y en avoir beaucoup de plus groſſes qu'elles. Quoi qu'il en ſoit, cette différence dans leur grandeur apparente, les a fait diviſer, juſqu'à préſent, en ſept ou huit claſſes. Celles de la premiere ſont en petit nombre, & ne ſont qu'environ 18; ce ſont: *Sirius, la Lyre, la Chevre, Arcturus, Aldebaran, l'épaule d'Orion, Rigel, Regulus, l'épi de la Vierge, Procyon, Antarès, Fomalhaut, l'Aigle, Acharnar, Canopus, le pied de la Croix, la Jambe & le pied du Centaure*; les cinq dernieres ne ſont point viſibles en Europe. Elles ſont beaucoup plus nombreuſes dans les autres claſſes, qui cependant ſont infiniment éloignées de les contenir toutes; car il paroît qu'il y en a un nombre prodigieux. Le Journal des Savans, de Mai 1784, nous apprend que M. Herſchel, qui, par la force preſque incroyable qu'il

eſt parvenu à donner aux Téleſcopes, a fait dans le Ciel des découvertes ſi importantes, aſſure avoir diſtingué 44 mille petites Etoiles dans un eſpace de 8 degrés de longueur & de trois degrés de largeur; & ſuivant le Citoyen Lalande, la premiere partie des tranſactions philoſophiques de 1795, contient un mémoire de M. Herſchel, où il rapporte des obſervations qui lui ont donné 250 mille Etoiles, dans ſon Téleſcope, en moins de trois quarts d'heure.

Pour pouvoir déſigner les Etoiles, ſans être obligé de donner à chacune un nom particulier, ce qui ne ſeroit guere poſſible, vu leur grand nombre, quoique nous n'entendions parler que de celles qui ſont viſibles à la vue ſimple, on a imaginé de les partager en groupes, de deſſiner ſur chacun une figure telle que les Etoiles de ce groupe ſoient toutes renfermées dans cette figure & répondent à ſes différentes parties dont on leur fait porter le nom, & de donner à chaque groupe le nom de la figure deſſinée. Ces groupes d'Etoiles ſe nomment *Conſtellations*. Pour y diſtinguer les Etoiles d'une maniere abrégée & commode, Bayer imagina de les déſigner chacune par une lettre grecque ou latine, dans des Cartes céleſtes qu'il publia en 1603, où les Conſtellations ſont deſſinées avec toutes les Etoiles viſibles dont chacune eſt compoſée; & en cela il a été ſuivi par les Aſtronomes qui ſont venus depuis. Le Zodiaque, cette Zone du Ciel, large de 17 à 18 degrés, que parcourent les Planetes, contient douze Conſtellations, qu'on appelle auſſi *Signes du Zodiaque*; ſavoir: le *Belier*, le *Taureau*, les *Gémeaux*, l'*Ecreviſſe*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verſeau* & les *Poiſſons*. Les Anciens comptoient 21 Conſtellations au Nord du Zodiaque, ou dans l'Hémiſphere boréal, auxquelles Ticho en a ajouté deux, en ſorte qu'on en compte 23; ſavoir: la *grande Ourſe*, la *petite Ourſe*, le *Dragon*, *Cephée*, *Caſſiopée*, *Andromede*, *Perſée*, *Pégaſe*, le *petit Cheval*, le *Triangle boréal*, le *Cocher*, la *Chevelure de Bérenice*, le *Bouvier*, la *Couronne boréale*, le *Serpentaire*, le *Serpent*, *Hercule*, l'*Aigle*, *Antinous*, la *Fléche*, la *Lyre*, le *Cygne* & le *Dauphin*.

Au midi du Zodiaque ou dans l'Hémiſphere auſtral, les Anciens comptoient 15 Conſtellations, qui ſont: *Orion*, la *Baleine*, l'*Eridan*, le *Lievre*, le *grand Chien*, le *petit Chien*, l'*Hydre*, la *Coupe*, le *Corbeau*, le *Centaure*, le *Loup*, l'*Autel*, le *Poiſſon auſtral*, le *Navire*, la *Couronne auſtrale*. Les Modernes, qui, dans leurs navigations au Sud de l'Equateur, ont vu un Ciel inconnu aux Anciens, ont formé 12 Conſtellations des Etoiles qu'ils y ont apperçues; ſavoir: le *Paon*, la *Grue*, le *Toucan*, le *Phénix*, la *Dorade*, le *Poiſſon volant*, l'*Hydre mâle*, le *Caméléon*, la *Mouche*, l'*Oiſeau de Paradis*, le *Triangle auſtral* & l'*Indien*.

Comme ceux qui avoient formé ces Conſtellations, avoient laiſſé, entre elles, des vuides plus ou moins conſidérables, ils ont été remplis par M. la Caille, de 14 nouvelles Conſtellations.

Dans la diſtribution des Etoiles par Conſtellations, il y en a eu qui n'ont point entré dans les figures des Conſtellations qui les avoiſinoient. On les a, par cette raiſon, nommées *Informes*. Depuis un certain temps on a fait de celles qui ſe trouvoient en plus grand nombre dans une même partie du Ciel, de nouvelles Conſtellations, dont cinq dans l'Hémiſphere boréal, & quatre dans l'Hémiſphere auſtral; il y en a eu encore d'autres de faites.

En nous bornant à ce qui concerne le Zodiaque, relativement aux mouvemens apparens, occaſionnés dans les Etoiles par la préceſſion des Equinoxes, nous ferons remarquer que, dans des temps très-reculés à l'égard du nôtre, l'Etoile ϒ du Belier, répondant au point de l'Ecliptique, où le Soleil ſe trouvoit à l'Equinoxe du Printemps, les anciens Aſtronomes la prirent pour le premier point du Zodiaque; & comme alors chaque Conſtellation répondoit aſſez exactement au ſigne dont elle porte le nom, que la Conſtellation du Belier occupoit le premier ſigne, celle du Taureau le ſecond ſigne, &c., on donna aux ſignes de l'Ecliptique les noms de ces Conſtellations, qu'ils portent encore, quoique les conſtellations ne répondent plus aux ſignes, parce que le point du Ciel, où arrive le Printemps, recule d'environ 50″ par an, & qu'ainſi les Etoiles paroiſſent avancées de cette même quantité; d'où il eſt arrivé que l'Etoile ϒ du Belier, a avancé d'un ſigne entier, & que par conſéquent cette Conſtellation eſt toute entiere dans le ſigne du Taureau, la Conſtellation du Taureau preſque toute entiere dans le ſigne des Gémeaux, &c.

Il eſt facile de reconnoître les Conſtellations dans le Ciel, au moyen de grandes Cartes céleſtes, telles que celles de Senex, ou d'un Globe céleſte un peu gros. La grande Ourſe eſt une des plus faciles à reconnoître, & on peut partir de cette Conſtellation pour reconnoître toutes les autres. Elle eſt formée de ſept Etoiles principales, dont quatre font à-peu-près un rectangle, & les trois autres forment une ligne un peu courbe. Si par les deux Etoiles les plus éloignées de la queue, on mène une droite, & qu'on la prolonge du même côté que la convexité de la queue, elle paſſera très-près d'une Etoile brillante de la troiſième grandeur, qui eſt à l'extrémité de la queue de la petite Ourſe, & qu'on appelle l'*Etoile Polaire*, parce qu'elle eſt très-proche du pole: elle n'en eſt éloignée que d'environ deux degres. De l'autre côté du pole, on apperçoit Caſſiopée, Conſtellation fort remarquable par ſa figure, qui eſt celle d'une chaiſe renverſée; en s'éloignant de Caſſiopée, du côté oppoſé à l'Etoile du Nord, on trouve Andromède, remarquable par trois Etoiles

principales en ligne droite. On reconnoît auſſi très-aiſément le Taureau, par un amas d'Etoiles qu'on nomme les *Playades*, auprès deſquelles eſt une Etoile ſingulierement remarquable par ſon éclat & ſa couleur rouge, qu'on nomme *Aldebaran*; au Sud & vers l'Eſt, on découvre Orion, dont la ceinture contient trois Etoiles de la ſeconde grandeur, en ligne droite, nommées vulgairement les *trois Rois*. Entre le Taureau & Caſſiopée, on trouve Perſée, où l'on remarque quatre Etoiles, dont une de la ſeconde grandeur, & dont les trois qui ſont les plus proches de Caſſiopée, forment un arc dont la concavité eſt tournée vers la grande Ourſe. A l'Eſt de cette Conſtellation, eſt le Cocher, entre la grande Ourſe & le Taureau, remarquable par une Etoile de la premiere grandeur, qu'on nomme la *Chevre*, dans l'alignement, à-peu-près, des deux Etoiles les plus boréales du rectangle de la grande Ourſe; &c. Lorſqu'on eſt parvenu à reconnoître quelques Conſtellations, rien n'eſt ſi facile que de reconnoître toutes les autres, en diſpoſant la Carte comme l'eſt alors le Ciel, & en comparant ce qu'on voit dans le Ciel, avec ce qui eſt ſur la Carte.

On peut auſſi, par différents alignements, reconnoître les principales Etoiles; ce qui conduira à reconnoître toutes les autres, au moyen de la Carte ou du Globe. Si l'on mene une ligne de l'Etoile du Nord, entre la derniere de la queue de la grande Ourſe, & l'Etoile de l'épaule de la petite Ourſe, qui eſt à-peu-près à égale diſtance de cette derniere Etoile & de l'Etoile du Nord, elle va rencontrer une belle Etoile du Bouvier, de la premiere grandeur, qu'on nomme *Areturus*. On trouve ſur la droite menée de l'Etoile du Nord, par la ſeconde de la queue de la grande Ourſe, une Etoile de la premiere grandeur, qu'on appelle l'*épi de la Vierge*. Dans l'alignement de l'Etoile de l'épaule de la petite Ourſe, & du milieu du rectangle de la grande Ourſe, on trouve une Etoile du Lion, de la premiere grandeur, qu'on nomme *Regulus*. Il y a dans la Lyre une Etoile de la premiere grandeur, qui fait un triangle avec l'Etoile du Nord & Arcturus, dont l'angle à cette Etoile, approche d'être droit. Une ligne menée par Aldebaran & par la ceinture d'Orion, rencontre Sirius, l'Etoile la plus lumineuſe du Ciel, qui eſt dans la gueule du grand Chien. On trouve une Etoile de la premiere grandeur, qu'on nomme *Procyon*, au Nord de Sirius & à l'Eſt d'Orion, qui fait avec Sirius & la ceinture d'Orion, un triangle preſque équilatéral. Il y a dans l'épaule d'Orion une Etoile de la premiere grandeur, nommée *Rigel*, qui fait le ſommet de l'angle droit d'un triangle rectangle, dont Procyon & la Chevre ſont les ſommets des autres angles. Si l'on imagine un grand cercle par Regulus & par l'épi de la Vierge, ce cercle paſſera, au Sud de la couronne boreale, par une Etoile de la premiere grandeur, d'une couleur fort rouge, nommée *Antarès*, qui appartient au Scorpion; &c.

Les Etoiles offrent des ſingularités remarquables, que nous ne ferons qu'indiquer, renvoyant pour ce qui les concerne, aux livres d'Aſtronomie, & particulierement à l'Aſtronomie du Citoyen Lalande. Il y en a qu'on a vues autrefois, & qui ont entierement diſparu; d'autres qu'on voit pendant un temps, qui diſparoiſſent après, & enſuite reparoiſſent; d'autres dont la grandeur diminue après avoir augmenté, mais ſans qu'elles ceſſent d'être viſibles. Il y a auſſi beaucoup de ces Etoiles qu'on appelle Étoiles *doubles*. Tous les jours on en découvre de nouvelles. Au reſte ces Etoiles doubles ne ſont autre choſe que deux Etoiles qui ſe trouvent preſque dans une même direction par rapport à la Terre.

Il y a auſſi de répandues dans le Ciel, de petites blancheurs plus ou moins irrégulieres, qu'on appelle *Nébuleuſes*. Il y en a où l'on diſtingue des Etoiles, d'autres où l'on n'en diſtingue point du tout, même avec les plus fortes lunettes.

Nous ne parlerons pas de cette blancheur irréguliere qui paroît faire le tour du Ciel, qu'on appelle *la Voie lactée*. Il n'eſt perſonne qui ne la connoiſſe.

Nous avons dit que les Etoiles ſont à une diſtance immenſe de la Terre ou du Soleil. Suivant M. Herſchel, l'Etoile la plus voiſine de la Terre, en eſt plus de quatre cent douze millions de fois plus éloignée que le Soleil. Les Etoiles de la ſeconde grandeur ſont une fois plus éloignées que celles de la premiere; celles de la troiſieme, ſont à-peu-près trois fois plus éloignées que celles de la premiere; & ainſi des autres dans la même proportion.

Abandonnant à celui qui aura le courage d'écrire l'hiſtoire des erreurs humaines, celle des erreurs des Philoſophes ſur l'ordre & l'arrangement des corps qui compoſent notre ſyſtême, nous avons dit que le Soleil en occupe le centre, & que c'eſt autour de lui que les Planetes & les Cometes exécutent leurs mouvements. Cette vérité découverte, il y a des milliers de ſiècles, ſoutenue par l'école de Pythagore, négligée enſuite, pour ne pas dire oubliée, pendant des ſiècles, fut reconnue par Copernic, auquel la crainte d'une puiſſance formidable, qui ne régne que par l'ignorance & l'erreur, ne permit de la préſenter que comme une hypothèſe; mais il ſuppoſa, comme les autres, les orbites circulaires, & laiſſa à Kepler la gloire de découvrir leur véritable figure. Celui-ci ayant cherché à établir la théorie de Mars, d'après les obſervations de Tycho, trouva que l'orbite ne ſatisfaiſoit aux obſervations qu'en la ſuppoſant elliptique; & bientôt il conclut généralement que toutes les Planetes decrivent des Ellipſes dont le Soleil occupe un des foyers.

Il conçut de bonne heure qu'il doit y avoir un rapport entre la grandeur de leurs orbites & le temps qu'elles emploient à les parcourir. Il le chercha pendant long-temps, & après beaucoup de tatonnements il parvint enfin à le découvrir. Il reconnut que les carrés des

temps des révolutions des Planetes, ſont entr'eux comme les cubes de leurs diſtances moyennes au Soleil.

Il découvrit enſuite que les aires que les Planetes décrivent autour du Soleil, ſont proportionnelles aux temps employés à les décrire ; découverte non-moins importante que les autres, puiſqu'au moyen de cette loi, on détermine le mouvement des planetes dans leur orbite.

Tous les corps qui compoſent notre ſyſtême ſuivent ces loix ; les Cometes en tournant autour du Soleil, & les Satellites en tournant autour de la Planete à laquelle ils appartiennent.

Kepler ne ſe borna pas à chercher & à découvrir les lois que ſuivent les mouvements des corps de notre ſyſtême, il chercha encore à remonter juſqu'à la cauſe générale de ces mouvements, & il conçut bientôt que les Planetes ne ſe meuvent autour du Soleil, que parce que cet Aſtre exerce ſur elles une force qui les détourne à chaque inſtant de la ligne droite qu'elles tendent naturellement à décrire ; que la Lune ne tourne autour de la Terre, que parce que la Terre exerce ſur ce Satellite une force ſemblable ; que cette force eſt préciſément la même que la peſanteur ; que la Lune agiſſant en même temps ſur la Terre, y produit les phénomenes du flux & du reflux, &c. En un mot, il admit l'exiſtence d'une force générale qui porte tous les corps de la Nature l'un vers l'autre. Il fut donc auſſi heureux dans la découverte de la cauſe, que dans celle de ſes effets ; car il n'eſt plus permis de douter que cette force exiſte en effet, que tous les phénomenes céleſtes lui ſont dus, qu'enfin elle eſt une propriété inhérente aux corps, ſur-tout depuis que M. Newton, profitant habilement de la découverte faite par Kepler, des lois générales du mouvement des Planetes, s'eſt aſſuré de ſon exiſtence, & même a découvert la loi ſuivant laquelle elle agit.

Les Planetes ſont donc retenues dans leurs orbites par une force qui réſide dans le Soleil même, laquelle eſt proportionnelle à ſa maſſe, & qui agit, comme Newton l'a démontré, en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Il en eſt de même des Cometes. Comme les Satellites ſuivent, dans leurs mouvements autour de leur Planete principale, les mêmes lois que les Planetes & les Cometes, il eſt également certain qu'ils ſont retenus dans leurs orbites, par une force qui réſide dans la Planete principale & qui eſt proportionnelle à ſa maſſe.

Si le Ciel fournit des preuves inconteſtables que la matiere eſt revêtue d'une force attractive, la Terre en fournit qui ne le ſont pas moins. Une multitude de phénomenes dont quantité ſe préſentent journellement à l'obſervateur le moins attentif, prouvent invinciblement que les parties les plus petites des corps ont une action marquée les unes ſur les autres. C'eſt d'elle principalement que réſultent tous les phénomenes chimiques ; les criſtalliſations, les diſſolutions, les

fermentations, les précipitations, &c., tous les effets, en un mot, qui s'obſervent dans la combinaiſon & la décompoſition des corps, en ſont une ſuite néceſſaire. Tous prouvent également que les parties les plus ſubtiles des corps s'attirent mutuellement, que toutes ont une tendance à s'unir, dont l'effet ne peut être détruit que par l'action d'une force contraire & finie. *

Il eſt donc abſolument hors de doute que toutes les parties de la matiere ſont revêtues d'une force qui les fait tendre l'une vers l'autre; c'eſt une propriété de la matiere, comme l'étendue, l'impénétrabilité. Une maſſe quelconque attire donc avec une force qui lui eſt proportionnelle; car cette force eſt compoſée de toutes les forces particulieres dont ſes parties ſont revêtues; delà action & réaction continuelle de tous les corps les uns ſur les autres. Si donc le Soleil agit ſur tous les corps du ſyſtême, tous réagiſſent ſur lui, & malgré l'énormité de ſa maſſe par rapport à la leur, ils le déplacent. Ces corps agiſſent de même les uns ſur les autres, & ſe troublent mutuellement dans leurs mouvements. Il y a donc des inégalités de produites dans le mouvement des Planetes, tant parce qu'elles agiſſent les unes ſur les autres, que parce que déplaçant le Soleil par leur action ſur cet Aſtre & par conſéquent le foyer de leur orbite, leur diſtance au foyer augmente ou diminue, & que la diſpoſition de l'orbite, par rapport au foyer, éprouve un changement. On doit en dire autant des Cometes qui éprouvent l'action des Planetes. L'action des Satellites l'un ſur l'autre & ſur leur Planete principale, occaſionne de même des inégalités dans leurs mouvements, ſans compter celles qui proviennent de l'action du Soleil. Nous donnerons ci-après un peu de développement à ce que nous diſons ici.

Comme on ne peut que déſirer d'avoir quelque connoiſſance de notre ſyſtême, eſſayons de donner une idée des corps qui le compoſent, & de leurs mouvements.

Nous avons dit que le Soleil, centre des mouvements de tous les

* Si, à cette force, on joint une force répulſive, due à un fluide très-ſubtil, très-élaſtique, très-actif, qui remplit l'eſpace, lequel s'inſinuant entre les molecules des corps, tend ſans ceſſe à les écarter l'une de l'autre, par ſon expanſibilité, & une puiſſance active, une force vitale inhérente à la matiere, on aura les trois grands agens de la Nature. Cette derniere force, long-temps méconnue, eſt peut-être le plus puiſſant de tous. On eſt venu enfin à ſentir que toute la matiere doit être organique, vivante, animée, qu'elle doit, par ſa ſeule énergie, pouvoir produire tous les êtres tant inorganiques qu'organiques. On a vu clairement que la puiſſance active doit conſtituer le fond de l'être, qu'elle en doit être l'attribut le plus eſſentiel, & que le matériel n'eſt que le ſujet auquel cette force s'applique, ou ſi l'on veut, le moyen par lequel elle manifeſte ſes opérations. C'eſt où a conduit naturellement la notion générale de l'être, dans laquelle ſont compriſes l'activité & la matiere. La production des êtres organiques, leur faculté de ſe nourrir, de ſe développer, de ſe reproduire, n'ont plus été conſidérées que comme les effets généraux de cette activité vitale, dont on s'eſt apperçu que la matiere eſt revêtue, & dont chacune de ſes molecules reſte éternellement imprégnée.

corps qui compoſent notre ſyſtême, eſt une vraie Etoile que ſa grande proximité de la Terre fait paroître incomparablement plus groſſe que les autres Etoiles. On regarde avec raiſon cet Aſtre comme la ſource de la chaleur & de la lumiere. On a tout lieu de penſer qu'il eſt compoſé d'un corps ſolide, couvert d'une couche plus ou moins épaiſſe de fluide ; ce qui rend cette opinion très-problable, c'eſt que ſes taches ne changeant point de place, quoiqu'elles changent de figure, on eſt fondé à les regarder comme des éminences du corps du Soleil, qui étant ſucceſſivement couvertes ou découvertes, forment les diverſes apparences des taches. Le mouvement de ces taches à fait découvrir ſa rotation, qui eſt de 25 jours 10 heures, l'axe faiſant avec le plan de l'Ecliptique un angle de 82° 40′.

Mercure eſt la plus petite des Planetes. Cette Planete eſt fort brillante. Elle eſt preſque conſtamment plongée dans les rayons du Soleil, dont elle ne paroît jamais s'éloigner de plus de 28°. Elle a des phaſes comme la Lune.

Vénus eſt de toutes les Planetes celle qui a le plus d'éclat; quelquefois elle eſt ſi brillante qu'on la voit, en plein jour, à la vue ſimple. Elle a auſſi ſes phaſes comme la Lune. Elle eſt pleine pour nous, quand elle eſt la plus éloignée ; mais ce n'eſt pas alors qu'elle a le plus d'éclat; c'eſt quand elle paroît en croiſſant.

Suivant M. Herſchel, Vénus eſt environnée d'une atmoſphere très-denſe, qui empêche qu'on n'apperçoive une diverſité ſenſible ſur ſon diſque. Cependant avec ſon téleſcope de 20 pieds, il y a vu quelquefois des apparences de taches obſcures, mais très-foibles, très-variables, & dont la ſituation ne pouvoit être bien déterminée.

Il exiſte à la ſurface de cette Planete des inégalités très-conſidérables. Si on en croit M. Schroeter, cette Planete a des montagnes hautes de cinq à ſix lieues, ce dont M. Herſchel ne convient pas. Il aſſigne la rotation de Vénus, de 23ʰ 21′ 19″, par un intervalle de 1189 rotations, en comparant la corne ronde avec la corne pointue (*connoiſſance des temps pour l'an VIII*). Bianchini, dans les obſervations qu'il fit de cette Planete, en 1726, 1727, 1728, trouva que le pole boréal de cette Planete étoit élevé de 15 degrés ſur le plan de l'Ecliptique.

Mars n'eſt pas beaucoup plus grand que Mercure. Il eſt d'une couleur rougeâtre. On y obſerve des taches. Dominique Caſſini en fit la découverte en 1666, & en conclut la révolution de cette Planete autour de ſon axe, de 24ʰ 40′. M. Herſchel l'a trouvée depuis, de 24ʰ 39′ 21″ ; l'axe faiſant avec le plan de l'orbite de Mars, un angle de 28° 42′. Ces taches ſont ſujettes à changer. Pluſieurs ſont fort grandes. On en voit diſparoître au bout d'un certain temps, & d'autres ſe former, qui viennent auſſi à diſparoître au bout de quelques mois ou de quelques années. Il y en a qui ont la forme de bandes, leſquelles ſont paralleles à ſon Equateur. Ces bandes ſont plus ou moins irrégulieres.

Le Citoyen Flaugergues ayant obſervé cette Planete vers ſon oppoſition, en l'an cinq, apperçut dans ſa partie auſtrale, une groſſe tache en forme de fer à cheval ; & l'ayant obſervée vers l'oppoſition ſuivante, an huitieme, il apperçut deux bandes obſcures, ſeparées par une bande claire, coupée par d'autres bandes obſcures tranſverſales. Il avertit que la face qu'il a obſervée alors étoit, à 48 degrés près, la face oppoſée à celle qu'il avoit obſervée, l'an cinq.

Ces taches lui ont paru fixes & immobiles ; il les a obſervées chacune pluſieurs heures ſans remarquer aucun changement dans leur poſition & leur figure.

Il paroît que la ſurface de cette Planete eſt ſujette à de grands changements, puiſque nous pouvons les appercevoir de la Terre, ce qui n'arrive à la vérité que dans ſes oppoſitions. Dans cette poſition, où Mars eſt le plus près de la Terre, il paroît grand & lumineux, tandis que dans les conjonctions, où il ſe trouve ſept fois plus éloigné de la Terre, que dans les oppoſitions, il paroît fort petit & ſans éclat. Il a auſſi des Phaſes, mais jamais on ne le voit en croiſſant, comme la Lune, Mercure & Vénus. Dans ſes quadratures ſa forme eſt ovale.

Jupiter eſt la plus grande des Planetes. Il paroît moins grand que Vénus, à cauſe de ſa grande diſtance à la Terre. Quoiqu'il ait beaucoup d'éclat, il en a moins que cette Planete. Galilée obſerva le premier des bandes obſcures ſur cette Planete, à-peu-près paralleles. En 1665, Dominique Caſſini apperçut des changements dans ces bandes & dans le reſte du diſque. Des taches qu'il vint à y découvrir, leſquelles paroiſſoient aller de l'Orient à l'Occident, diſparoître & enſuite reparoître au bout de neuf heures 56 minutes, lui firent connoître la durée de ſa rotation, de $9^h\ 56'$, l'axe étant incliné ſur l'Écliptique, de $87°$. Les taches & les bandes de Jupiter varient ſingulierement, ſoit pour le nombre, ſoit pour la forme, ſoit pour la grandeur, ſoit pour leur diſpoſition relative. Les unes diſparoiſſent pour reparoître dans un autre temps lequel eſt quelquefois conſidérable, d'autres s'effacent entierement, & de nouvelles ſe forment. Ainſi l'on voit que tout eſt en mouvement à ſa ſurface, & qu'elle éprouve les changements les plus étranges.

Le Citoyen Flaugergues s'apperçut, en obſervant avec ſoin Jupiter dans ſa quadrature occidentale, an 8, que le bord occidental étoit beaucoup moins bien terminé que l'oriental, & il reconnut que cela provenoit de ce qu'on voyoit alors le cercle terminateur de la lumiere & de l'ombre de ce côté là, tandis que le bord oriental appartient à la partie éclairée du globe de cette Planete. On peut conjecturer, dit-il, des inégalités que préſentoit la partie viſible du cercle terminateur, qu'il en exiſte de très-conſidérables ſur le globe de Jupiter.

J'ai remarqué encore, ajoute-t-il, qu'une eſpece de calotte obſ-

cure qui paroît autour du pole boreal de cette Planete, eſt devenue beaucoup plus claire depuis la derniere conjonction, que pendant les deux années précédentes.

Saturne paroît peu lumineux & même aſſez petit, à cauſe de ſa grande diſtance à la Terre. Le globe de cette Planete eſt environné, à une certaine diſtance, d'une bande circulaire, formant comme un anneau plat & mince, qui paroit ſitué dans le plan de l'Equateur de cette Planete. Cet anneau, qui eſt concentrique à Saturne, paroit ſous la forme d'un Ellipſe plus ou moins ouverte, ſuivant que l'œil eſt plus ou moins élevé ſur ſon plan, qui, comme celui de l'Equateur, fait avec le plan de l'orbite de Saturne un angle de 30 degrés, ou de $31^{\circ}\frac{1}{2}$ avec l'Écliptique. Il eſt d'une lumiere à-peu-près égale à celle du globe de Saturne; la partie la plus proche de Saturne eſt un peu plus lumineuſe que les parties les plus éloignées. Le diametre de ſa circonférence extérieure eſt au diametre de Saturne comme 7 à 3. La largeur de cet anneau eſt à-peu-près égale à celle de l'eſpace compris entre le globe & ſa circonférence intérieure. Le Citoyen Lalande rapporte, dans ſon Aſtronomie, que M. Herſchel a vu cinq points lumineux en forme de protuberances, qui débordent même l'épaiſſeur de l'anneau, leſquels ont fait juger à M. Herſchel que l'anneau avoit un mouvement de rotation, & que la durée de cette rotation étoit de $10^{h}\,32'\,15'',4$. Ce mouvement ſe fait d'Occident en Orient, autour d'un axe perpendiculaire à ſon plan, & paſſant par le centre de Saturne.

L'anneau diſparoît quelquefois, & on ne voit plus alors que le globe de Saturne. Cela arrive 1°. quand le plan de l'anneau eſt dirigé vers le Soleil, en ſorte qu'il ne reçoit plus de lumiere que ſur ſon épaiſſeur; 2°. quand ſon plan paſſe par notre œil, ou eſt dirigé vers la Terre; 3°. quand ſon plan paſſe entre nous & le Soleil, parce qu'alors ſa ſurface éclairée n'eſt point tournée vers nous.

La ſurface de l'anneau n'eſt pas continue. Elle eſt diviſée en deux parties, par une bande noire concentrique à ſa circonférence. Ces deux parties ſemblent former deux anneaux diſtincts. Quelques obſervateurs y ont apperçu pluſieurs autres bandes noires concentriques, ce qui porteroît à penſer que l'anneau de Saturne eſt compoſé d'un certain nombre d'anneaux dans un même plan. Cet anneau eſt ſoutenu par la peſanteur naturelle de ſes parties, combinée avec la force centrifuge qui naît de ſa rotation.

Nous devons ajouter que, ſuivant le Citoyen Lalande, M. Herſchel, dans la premiere partie des tranſactions philoſophiques de 1792, établit la diviſion de l'anneau de Saturne en deux parties ſéparées par un intervalle de $\frac{115}{8300}$ du diametre total; que la largeur de l'anneau intérieur eſt de 805; celle de l'anneau extérieur de 280; en ſorte qu'ajoutant l'eſpace vide 115, on a 1200 pour la largeur totale de la couronne; que le diametre intérieur de l'anneau eſt de 5900, & le diametre extérieur de 8300.

M. Herſchel a apperçu des taches ſur cette Planete, qui lui ont fait trouver ſa rotation de 10 heures 16 minutes. Il paroît que l'axe de rotation fait un angle d'environ 60 degrés avec le plan de l'orbite de Saturne. On y voit auſſi en différents temps, une ou deux bandes foibles, à-peu-près diſpoſées en ligne droite, & paralleles à l'anneau. En 1719, l'anneau ayant diſparu, & Saturne paroiſſant exactement rond, on y apperçut trois bandes obſcures, diſpoſées en ligne droite, & paralleles entr'elles; celle du milieu, qui étoit la plus foible, étoit formée par l'ombre de l'anneau, projetée ſur le globe de Saturne (*Elémens d'Aſtronomie de Caſſini*).

Herſchel ou Uranus eſt la Planete la plus éloignée du Soleil, de toutes celles qu'on connoît. Elle fut découverte en Angleterre, le 13 Mars 1781, par M. Herſchel, né à Hanovre en 1738. Suivant lui, cette Planete eſt très-applatie, & il y ſoupçonne deux anneaux.

Les Satellites de Jupiter, de Saturne & d'Herſchel étant très-petits & très-éloignés, on ne peut y rien appercevoir de remarquable. Nous dirons ſeulement qu'au rapport du Citoyen Lalande, M. Herſchel a conclu de ſes obſervations, ſur la diminution de lumiere qu'on apperçoit en certains temps de l'année dans le cinquieme Satellite de Saturne, que ce Satellite tourne ſur ſon axe dans le même temps qu'autour de Saturne, ainſi que la Lune, & qu'il y a une partie de ſon globe moins propre que l'autre à réfléchir la lumiere; qu'ayant fait des obſervations ſemblables ſur la lumiere des Satellites de Jupiter, il a trouvé qu'elle change ſenſiblement dans les diverſes poſitions, ſur-tout dans le premier & le quatrieme; que par là il s'eſt aſſuré qu'ils tournent ſur leur axe, dans le même temps qu'autour de Jupiter; qu'enfin il trouve que le troiſieme Satellite eſt le plus gros, & que le ſecond eſt le plus petit, (*Connoiſſance des temps de l'an X*).

Il n'y a donc que la Lune qui, étant très-proche de la Terre, laiſſe appercevoir la grande diverſité des parties de ſa ſurface.

La ſurface de la Lune, au moins celle que nous appercevons, car il en eſt environ la moitié qu'on ne peut jamais voir, paroît extrêmement inégale. Quantité de parties plus obſcures que les autres, qu'on appelle *Taches*, celles-ci inégalement lumineuſes, diſperſées ſans ordre parmi les premieres, l'irrégularité de figure des unes & des autres, des parties illuminées qui dépaſſent les limites de l'illumination, &c. toutes ces apparences annoncent une ſurface pleine d'inégalités. Le fond même des parties obſcures préſente encore des inégalités, & les parties qui ſont illuminées le ſont inégalement. Ces parties plus lumineuſes que les autres, ſont certainement plus élevées, & forment des montagnes. Les parties obſcures avoient été priſes pour des mers; mais en les regardant avec un bon téleſcope, on n'y apperçoit que des cavernes & des cavités, en grand nombre; & la Lune n'offre que l'aſpect d'un corps ſec & aride.

Au reſte, ce n'eſt pas ſeulement par leur hauteur, que les montagnes de la Lune nous offrent l'apparence de parties plus éclairées que les autres; ces apparences peuvent venir auſſi, en partie, de ce que, parmi ces montagnes, il s'en trouve qui ont plus de denſité & ſont par conſéquent plus propres à nous réfléchir la lumiere du Soleil; car on eſt fondé à penſer qu'elles ſont de nature differente.

Suivant Hevelius & le Citoyen Lalande, les montagnes de la Lune ont plus d'une lieue commune de hauteur. M. Herſchel ne porte qu'à un mille & demi, ou 1245 toiſes, la hauteur de celles qu'il a diſtinguées dans l'Eclipſe de Soleil du 5 Septembre 1793. On a lieu de croire qu'une des montagnes de la Lune eſt un volcan. Il ſe trouve aux environs de la tache marquée *Hélicon*.

Quelques-uns penſent que la Lune a une atmoſphere. M. Schroeter paroit-être de cette opinion. Si cette atmoſphere exiſte, il faut qu'elle ait bien peu de denſité; elle en a ſi peu, dit le Citoyen Lalande, que dans une Eclipſe de Jupiter par la Lune, lorſqu'il étoit à moitié couvert, on voyoit auſſi bien les taches de Jupiter qui touchoient le disque de la Lune, que s'il avoit été à quelque diſtance (*Connoiſſance des temps pour l'an VIII*).

Quoique les Cometes forment, par leur nombre, la partie la plus conſidérable de notre ſyſtême, comme elles ne ſont guere remarquables que par la lumiere qui les environne, leur queue, & la courte durée de leur apparition, nous n'avons preſque rien a en dire; nous obſerverons ſeulement qu'on en apperçoit quelquefois qui n'ont ni queue, ni lumiere qui les environne. Celle qu'obſerva Ticho, en 1585, n'avoit preſque pas de queue, & ce qu'elle en avoit étoit très-rare. Celle de 1682 étoit, ſuivant M. Caſſini, auſſi ronde & auſſi claire que Jupiter.

Pluſieurs ſe ſont fait remarquer par la longueur de leur queue. Les Cometes qui parurent en 1618 & en 1680, avoient une queue de 70 degrés; celle qu'on a vue en 1769, paroiſſoit, à Paris, avec une queue de 60 degrés.

Rarement les Cometes ſont remarquables par leur grandeur, qui, en général, eſt très-peu conſidérable. Ticho qui obſerva celle de 1577, jugea le diamètre de ſa tête, d'environ 7 minutes, ou le double de Vénus, à la vue ſimple; ſa queue n'avoit que 22°. On prétend que celle qui parut en 1006, étoit trois fois plus grande que Vénus, & qu'elle jetoit autant de lumiere que le quart de la Lune.

On appelle *Planetes inférieures* celles qui ſont moins éloignées du Soleil que la Terre, telles que Mercure & Vénus; & on nomme *Planetes ſupérieures*, Mars, Jupiter, Saturne & Herſchel, qui ſont plus éloignées du Soleil que la Terre.

S'il arrive que deux Aſtres & la Terre aient leur centre dans

un plan perpendiculaire à l'Ecliptique, & que ces deux Aſtres ſoient d'un même côté par rapport à la Terre, on appelle *Conjonction* cette ſituation des deux Aſtres; s'ils ſont de différens côtés de la Terre, en ſorte que la Terre ſe trouve entre eux, on donne à cette ſituation des deux Aſtres, le nom *d'Oppoſition*. Les Planetes inférieures, Mercure & Vénus, ont deux ſortes de conjonctions; l'une quand le Soleil ſe trouve entre la Planete & la Terre, qu'on nomme *Conjonction ſupérieure*, l'autre quand la Planete ſe trouve entre le Soleil & la Terre, qu'on appelle *Conjonction inférieure*. Les oppoſitions des Planetes ſupérieures & les conjonctions des Planetes inférieures ſervent particulierement à déterminer les mouvemens des unes & des autres.

On entend par *Digreſſion* ou *Elongation*, l'éloignement apparent des Planetes, du Soleil. On dit plus particulierement digreſſion, quand il s'agit des Planetes inférieures. La plus grande digreſſion de Mercure eſt de 28°., & celle de Vénus de 48°. Cette circonſtance eſt très-favorable pour déterminer le lieu de l'Aphelie, ſa diſtance au Soleil, & l'excentricité de l'orbite de ces Planettes.

Les orbites des Planetes étant des Ellipſes, dont le Soleil occupe un des foyers, il s'enſuit que leur diſtance à cet Aſtre change ſans ceſſe; il en eſt de même de leur viteſſe, laquelle diminue à meſure que la diſtance augmente, & réciproquement. Elle eſt la plus petite, quand la Planete ſe trouve à l'extrémité de l'axe de l'Ellipſe, la plus éloignée du Soleil; ce point ſe nomme *Aphelie*. La viteſſe qui va enſuite en croiſſant, eſt la plus grande, quand la Planete arrive à l'autre extrémité de l'axe, qui eſt le point de l'Ellipſe le plus proche du Soleil; cette extrémité de l'axe ſe nomme *Périhelie*. On donne à l'Aphelie & au Périhelie le nom commun d'*Apſides*, & on appelle la ligne qui les joint, ou le grand axe de l'orbite, *la ligne des Abſides*. L'Aphelie ſe nomme auſſi *Abſide ſupérieure*, & le Périhelie, *Apſide inférieure*. Pour le Soleil & la Lune, on nomme *Apogée* l'Apſide ſupérieure, & Périgée l'Apſide inférieure. On nomme *Excentricité* la diſtance du foyer où réſide le Soleil, au centre de l'Ellipſe décrite par la Planete ou de l'orbite. C'eſt la moitié de la différence entre la diſtance Aphelie & la diſtance Périhelie.

Chaque orbite paſſant par le centre du Soleil, & faiſant un angle avec l'Ecliptique, coupe néceſſairement ce cercle. Comme cette interſection paſſe par le centre du Soleil, il s'enſuit que les deux points où l'orbite coupe l'Ecliptique ſont diamétralement oppoſés; il ſe trouve donc au moins à-peu-près une moitié de l'orbite au Nord de l'Ecliptique, & l'autre moitié au Sud. Les deux points où l'orbite coupe l'Ecliptique, & qui ne ſont autre choſe que les extrémités de l'interſection du plan de l'orbite avec le plan de l'Ecliptique, ſe nomment *Nœuds*; & l'inter-

ſection

ſection même ſe nomme la *Ligne des Nœuds*. Il eſt évident que ces deux points ſont ceux où la Planete traverſe l'Ecliptique pendant ſa révolution. On appelle *Nœud aſcendant*, celui où la Planete traverſe l'Ecliptique quand elle paſſe du Sud de ce cercle au Nord ; & *Nœud deſcendant*, celui où elle traverſe l'Ecliptique quand elle paſſe du Nord au Sud.

Les Cometes, qui, bien différentes des Planetes, ſe meuvent vers toutes les régions du Ciel & dans toutes les directions imaginables, décrivent comme elles, autour du Soleil, des Ellipſes, dont il occupe un des foyers. Mais ces Ellipſes ſont en général extrêmement excentriques, extrêmement alongées ; d'où il arrive qu'on ne les apperçoit que quand elles décrivent la partie de leur orbite la plus proche du Soleil ; elles ſont viſibles alors pendant plus ou moins de temps, & paroiſſent décrire dans le Ciel, des arcs plus ou moins grands. La Comete qui parut en 1729, fut viſible pendant ſix mois ; celle qu'on obſerva en 1769, le fut pendant plus de quatre mois, & parcourut 240°. Le nombre de ces Corps paroît devoir être bien conſidérable. Il en paroît preſque tous les ans, quelquefois même on en apperçoit pluſieurs dans la même année. Il eſt preſque ſuperflu de dire que leurs orbites ont, comme celles des Planetes, leurs apſides, leurs nœuds, &c.

Les orbites des Satellites ſont auſſi des Ellipſes dont la Planete principale occupe un des foyers, & ſont parcourues exactement de la même maniere & ſuivant les mêmes lois que les orbites des Planetes.

La maſſe du Soleil étant incomparablement plus grande que les maſſes des Planetes, ſa force eſt incomparablement plus grande que celle de ces corps. Il réſulte delà que cette force n'eſt que foiblement troublée dans ſes effets, par leur action ſur cet Aſtre, qui, en général, eſt très-limitée, & que leurs orbites ne changent pas ſenſiblement de nature. Ce ſont toujours des Ellipſes, mais dont les dimenſions & la poſition changent à chaque inſtant, c'eſt-à-dire, dont la grandeur & la poſition du grand axe, l'excentricité, la ligne des nœuds & l'inclinaiſon éprouvent des variations continuelles, dont les unes croiſſent pendant un certain temps, après lequel elles diminuent, deviennent nulles, renaiſſent enſuite, & ſont par conſéquent périodiques, & les autres croiſſent avec une extrême lenteur, pendant des ſiècles, & ont été, par cette raiſon, nommées *inégalités ſéculaires*. Ce n'eſt pas, au reſte, que ces inégalités ne ſoient auſſi périodiques ; mais leur période eſt d'une extrême longueur. Ces inégalités affectent particulierement les élémens des Planetes. Il y a cependant deux de ces élémens qui ſont invariables ; ce ſont les moyens mouvemens & les grands axes des orbites. Le Citoyen la Place, à qui on doit cette ob-

ſervation importante, s'en eſt aſſuré, en portant dans ſes calculs la préciſion juſqu'aux troiſiemes puiſſances des excentricités & des inclinaiſons des orbites; & depuis ce réſultat a été confirmé par le Citoyen la Grange, qui l'a démontré rigoureuſement dans les mémoires de Berlin, pour 1776 & 1781. Delà on eſt conduit à conclure que l'état de notre ſyſtême ne change point pour faire place à un autre; que notre ſyſtême ne fait qu'oſciller autour d'un état moyen dont il ne s'écarte jamais que d'une quantité très-petite; qu'il jouit, en vertu de ſa conſtitution & de la loi de la peſanteur, d'une ſtabilité qui ne peut être altérée ni détruite. ( *a* )

Le Soleil exerce ſur la Lune une force ſemblable à celle avec laquelle il retient la Terre dans ſon orbite, & c'eſt à cette force que ſont dues principalement les inégalités du mouvement de ce Satellite, les plus fortes & les plus remarquables de toutes celles qu'on obſerve dans les mouvemens des autres corps du ſyſtême. Si les forces que cet Aſtre exerce ſur la Lune & la Terre, étoient égales, & que leurs directions fuſſent paralleles, il n'altéreroit point le mouvement de la Lune autour de la Terre. Mais ces forces ne ſont point paralleles, & la premiere eſt tantôt plus grande & tantôt plus petite que la ſeconde. La force du Soleil ſur la Lune étant donc non-ſeulement différente de celle avec laquelle il attire la Terre, mais encore ayant une direction différente, elle doit néceſſairement avoir beaucoup d'influence ſur le mouvement de la Lune autour de la Terre, & y produire des inégalités nombreuſes & ſenſibles.

Entre ces inégalités, on en diſtingue trois principales, qui ſont l'évection, la variation & l'équation annuelle. Nous en parlerons ailleurs, ainſi que de l'inégalité qui eſt repréſentée par l'Equation du centre ou de l'orbite.

---

( *a* ) On doit croire que ce qui a lieu pour notre ſyſtême, a également lieu dans tous les autres ſyſtêmes qui compoſent la grande machine de l'Univers, dont chaque Etoile eſt le centre & le corps principal, c'eſt-à-dire, que chaque ſyſtême jouit d'une ſtabilité inaltérable & indeſtructible. Car rien ne ſeroit ſi abſurde que de ſuppoſer aux autres ſyſtêmes un défaut de ſtabilité, tandis que le nôtre jouiroit d'une ſtabilité inaltérable. Si donc il eſt bien vrai que tous ces ſyſtêmes jouiſſent d'une ſtabilité qui en aſſure la durée & les rend éternels, il l'eſt également que toute la grande machine, que tout l'enſemble de ces ſyſtêmes jouit d'une ſtabilité pareille. De même que les corps de notre ſyſtême ne peuvent franchir les limites de la ſphere d'activité du Soleil, de même auſſi les corps qui compoſent les autres ſyſtêmes, ne peuvent franchir les limites de la ſphere d'activité de leur Soleil; & ſoit que ces ſyſtêmes, le nôtre compris, occupent, chacun, conſtamment la même partie de l'eſpace, ſoit qu'ils en occupent ſucceſſivement diverſes parties, s'il eſt vrai que le ſyſtême général ait un mouvement, tous ces ſyſtêmes gardent conſtamment leur poſition reſpective, en ſorte que l'enſemble demeure invariablement le même.

Cette permanence inaltérable de l'enſemble des ſyſtêmes particuliers qui compoſent le ſyſtême général de tous les mondes, cette ſtabilité ferme & indeſtructible dont jouit chacun de ces ſyſtêmes, forment une démonſtration complete de la durée éternelle de la grande machine de l'Univers. Une exiſtence qui n'a point de limites, eſt une ſuite néceſſaire de l'inaltérabilité & de l'indeſtructibilité. Mais par la raiſon qu'elle exiſtera toujours, &c.

Il réſulte encore de l'action du Soleil ſur la Lune, que la ligne des apſides de ſon orbite a un mouvement ſuivant l'ordre des ſignes, c'eſt-à-dire, d'Occident en Orient, & que la ligne des nœuds a un mouvement rétrograde ou contre l'ordre des ſignes. Ces mouvemens ſont ſujets à des inégalités.

Les apſides & les nœuds de l'orbite d'une Planete troublée par l'action des autres, prennent des mouvemens ſemblables; c'eſt-à-dire, que les apſides ſe meuvent ſuivant l'ordre des ſignes, & que les nœuds ont un mouvement rétrograde, à l'exception des nœuds de Jupiter, qui ont un mouvement direct.

De même que les Planetes alterent leurs mouvemens par leur action réciproque, de même les Satellites, ſoit de Jupiter, ſoit de Saturne, ſoit d'Herſchel, ſe dérangent dans leurs mouvemens par l'action qu'ils exercent les uns ſur les autres. Mais les forces avec leſquelles ils s'attirent, ne ſont pas les ſeules cauſes des altérations qu'éprouvent leurs mouvemens. Le Soleil y contribue encore par ſon action. Il trouble leurs mouvemens, comme il trouble le mouvement de la Lune autour de la Terre, mais beaucoup moins à la vérité, à cauſe de la grande diſtance de Jupiter, de Saturne & d'Herſchel. Ainſi chaque Satellite de Jupiter, de Saturne ou d'Herſchel, éprouve à la fois l'action de tous les autres & celle du Soleil. Toutes ces forces ſe combinant de toutes les manieres, doivent produire des inégalités très-nombreuſes dans le mouvement du Satellite. On conçoit cependant que tous les Satellites ne doivent pas éprouver autant de dérangement les uns que les autres, que le premier & le dernier en doivent ſouffrir le moins. On obſerve en effet que le ſecond & le troiſieme Satellite de Jupiter, ſont ceux dont le mouvement éprouve de plus grands dérangemens, mais le ſecond ſur-tout, parce que le premier & le troiſieme dont il éprouve le plus particulierement l'action, ſont les plus conſidérables. Ce ſont ſur-tout les nœuds & les inclinaiſons des orbites de ſes Satellites qui éprouvent les variations les plus ſingulieres & les plus remarquables.

La figure applatie de Jupiter influe beaucoup ſur le mouvement des nœuds des orbites de ſes Satellites. Cet applatiſſement eſt cauſe que l'attraction de cette Planete diminue plus rapidement que ſuivant la raiſon inverſe du carré de la diſtance; en ſorte qu'à une diſtance donnée, un Satellite eſt moins attiré par Jupiter que ſi cette Planete étoit ſphérique. Delà il réſulte un mouvement direct dans l'apogée de ce Satellite, & un mouvement rétrograde de ſon nœud.

Le mouvement des Cometes ſe faiſant vers toutes les régions du Ciel, & par conſéquent leurs directions étant totalement différentes les unes des autres, elles ſont peu expoſées à paſſer dans

le voiſinage l'une de l'autre. Elles ont d'ailleurs peu de maſſe, ou de denſité, ce qu'on infere de ce que leur action ſur notre ſyſtême n'a point été ſenſible juſqu'à préſent. Les inégalités qu'on obſerve dans leurs révolutions, ne proviennent donc pas de leur action mutuelle. Mais ſi elles paſſent dans le voiſinage des Planetes, à quoi ſont expoſées celles ſur-tout dont les orbites ne font pas de grands angles avec l'Ecliptique, elles peuvent éprouver des dérangemens dans leurs mouvemens de la part de ces Planetes, particulierement ſi ces Planetes ont beaucoup de maſſe, comme Jupiter & Saturne. Ces Planetes peuvent d'autant plus altérer le mouvement d'une Comete, qu'étant fort éloignées du Soleil, elles n'agiſſent ſur la Comete que lorſqu'elle eſt déjà à de grandes diſtances de cet Aſtre, que par conſéquent ſa viteſſe & ſa tendance vers le Soleil ſe trouvant conſidérablement diminuées, elle eſt plus ſuſceptible d'être troublée dans ſon mouvement, & qu'en outre la lenteur de ſon mouvement la laiſſe plus long-temps expoſée à l'attraction de la Planete dans la ſphere d'activité de laquelle elle ſe rencontre. Une autre cauſe de dérangement, eſt le déplacement du Soleil occaſionné par l'action des groſſes Planetes, ce qui fait changer le foyer de l'orbite de la Comete, en ſorte que la Comete étant plus ou moins près du Soleil, il en réſulte un changement dans la diſpoſition de l'orbite par rapport au foyer.

Quoiqu'Herſchel n'ait que dix-ſept ou dix-huit fois plus de maſſe que la Terre, comme il eſt à une diſtance immenſe du Soleil, on doit croire qu'il peut produire auſſi des effets très-ſenſibles ſur le mouvement d'une Comete, vu qu'étant très-éloigné du Soleil, la Comete qui paſſe dans ſon voiſinage, reſte long-temps expoſée à ſon action, par la grande lenteur de ſon mouvement.

La Comete qui parut en 1682, fournit un exemple frappant de l'influence que peuvent avoir les Planetes ſur le mouvement des Cometes, quand celles-ci viennent à paſſer près d'elles : cette Comete, qui dans ſon cours paſſe près de Jupiter & de Saturne, en éprouve une action très-marquée. Les dérangements qu'elle en ſouffre occaſionnent des différences de 15 ou 18 mois dans ſes retours. La Comete qui parut en 1770, fournit un exemple bien plus frappant encore du grand dérangement que l'action des Planetes peut occaſionner dans le cours d'une Comete.

Comme les Cometes ont peu de denſité, elles paroiſſent peu ſuſceptibles de troubler le mouvement des Planetes.

Si le Soleil agit ſur tous les corps de notre ſyſtême, ſoit en réglant le mouvement des uns, ſoit en altérant le mouvement des autres, tous ces corps agiſſent également ſur lui. Il réſulte de cette action que ce n'eſt pas autour de lui préciſément que tourne chaque Planete, mais autour du centre de gravité de cet Aſtre & de cette Planete, &

qu'il tourne lui-même autour de ce point. Mais à cauſe de l'exceſſive grandeur de la maſſe du Soleil par rapport à celle des Planetes, ce point eſt peu éloigné du centre de cet Aſtre. Quand toutes les Planetes ſe trouveroient placées du même côté, le centre commun de gravité de cet Aſtre & de toutes ces Planetes, ſeroit à peine éloigné du centre de cet Aſtre, d'une quantité égale à ſon diametre. Le mouvement que les Planetes font prendre au Soleil, eſt donc peu ſenſible; mais enfin il eſt très-vrai qu'il n'eſt point réellement en repos, comme on le ſuppoſe, & qu'il ſe meut comme elles autour du centre de gravité du ſyſtême.

Afin qu'on puiſſe prendre aiſément connoiſſance de tout ce qui a rapport aux Planetes & à leurs mouvements, nous allons mettre ici le tableau de leurs révolutions, des élémens de leurs orbites, de leurs diſtances, de leurs diametres apparents à la diſtance moyenne du Soleil à la Terre, de leurs diametres vrais, en ſuppoſant la parallaxe du Soleil, de 8″, 6, avec leurs volumes, leurs denſités & leurs maſſes. Ce tableau eſt proprement un abrégé de toutes les recherches faites juſqu'à ces derniers temps. Nous le tirons de l'Aſtronomie du Citoyen Lalande; mais avant de le donner, nous avons quelques obſervations à faire.

Ce ſavant Aſtronome y a exprimé les révolutions des Planetes, en années communes de 365 jours, & en heures, minutes & ſecondes, d'après les obſervations dont il s'eſt ſervi pour ſes tables. On y trouve d'abord les révolutions tropiques ou par rapport aux points équinoxiaux, les révolutions ſidérales ou par rapport aux Etoiles, & les révolutions ſynodiques, ou le retour de leurs conjonctions & de leurs oppoſitions au Soleil.

Ces révolutions ſont des révolutions moyennes ou uniformes, dans leſquelles on fait abſtraction de toutes les inégalités que les Planetes éprouvent dans la durée de chaque révolution. Ces révolutions ſont conſtantes à très-peu-près.

Les longitudes moyennes ſont, pour le premier Janvier 1780, à midi moyen au méridien de Paris; celles du Soleil & de la Lune ſont des longitudes vues de la Terre; les autres ſont des longitudes vues du Soleil.

Le mouvement annuel de chaque Planete pour 365 jours, eſt exprimé en ſignes, degrés, minutes & ſecondes.

Les diſtances des Planetes ſont des diſtances au Soleil; elles ſont exprimées en parties de la diſtance du Soleil à la Terre, ſuppoſée de 100000 parties. L'excentricité eſt exprimée en parties ſemblables.

Les denſités des Planetes qui ont des ſatellites, ſont aſſez bien connues. Mais celles des autres ne méritent pas une certaine confiance, n'ayant été déterminées que d'après une loi purement hypothétique. Les denſités de celles qui ont des Satellites ſe trouvant preſque proportionnelles aux racines carrées de leurs moyens mouve-

ments, c'eſt en étendant cette loi aux autres Planetes, que le Citoyen Lalande à déterminé leurs denſités. Ainſi même incertitude ſur les maſſes.

La force de la peſanteur à la ſurface de chaque Planete, eſt meſuree par la viteſſe des corps à cette ſurface, ou par l'eſpace que les corps y parcourent en une ſeconde de temps. Quand on connoit la maſſe & le diametre d'une Planete, il eſt facile de trouver la peſanteur ou la force accélératrice à ſa ſurface; car cette force eſt directement comme la maſſe, & réciproquement comme le carré du rayon.

Suivant le Citoyen Lalande, les diſtances en lieues ne ſont certaines qu'à un cinquantieme près, parce qu'elles dépendent de la parallaxe du Soleil, ſur laquelle on a, dit-il, peut-être, un cinquieme de ſeconde d'incertitude.

Voici maintenant le tableau que nous avons annoncé. Quoique la Lune ne ſoit point du nombre des Planetes, nous la comprendrons dans le tableau, ainſi que l'a fait le Citoyen Lalande.

*Révolution Tropique.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil | 1ᴬ | 0ʲ. | 5ᴴ | 48′ | 48″,0 |
| La Lune | 0 | 27 | 7 | 43 | 4,6 |
| Mercure | 0 | 87 | 23 | 14 | 25,9 |
| Vénus | 0 | 224 | 16 | 41 | 32,4 |
| Mars | 1 | 321 | 22 | 18 | 27,3 |
| Jupiter | 11 | 315 | 8 | 58 | 27,3 |
| Saturne | 28 | 164 | 7 | 21 | 50,0 |
| Herſchel | 83 | 52 | 4 | 10 | 27,0 |

*Révolution Sidérale.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil | 1ᴬ | 0ʲ. | 6ᴴ | 9′ | 10″,4 |
| La Lune | 0 | 27 | 7 | 43 | 11,5 |
| Mercure | 0 | 87 | 23 | 15 | 37,0 |
| Vénus | 0 | 224 | 16 | 49 | 12,7 |
| Mars | 1 | 321 | 23 | 30 | 43,3 |
| Jupiter | 11 | 317 | 8 | 51 | 25,6 |
| Saturne | 29 | 176 | 14 | 36 | 52,5 |
| Herſchel | 83 | 150 | 18 | 0 | 0,0 |

*Révolution Synodique.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Le Soleil | | | | |
| La Lune | 29ʲ. | 12ᴴ | 44′ | 3″ |
| Mercure | 115 | 21 | 3 | 22 |
| Vénus | 583 | 22 | 7 | 6 |
| Mars | 779 | 22 | 28 | 26 |
| Jupiter | 398 | 21 | 15 | 45 |
| Saturne | 378 | 2 | 8 | 8 |
| Herſchel | 369 | 15 | 53 | 59 |

| | Longitude moyenne, en 1780. | | | | Mouvement annuel. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil. . . . | 9sig. | 10d. | 44′ | 4″ | 11sig. | 29° | 45′ | 40″,5 |
| La Lune. . . . | 7 | 5 | 14 | 41 | 148 | 9 | 23 | 5 |
| Mercure. . . . | 3 | 7 | 28 | 15 | 49 | 23 | 43 | 8 |
| Vénus. . . . . | 10 | 22 | 53 | 55 | 19 | 14 | 47 | 29 |
| Mars. . . . . | 0 | 4 | 45 | 39 | 6 | 11 | 17 | 10 |
| Jupiter. . . . . | 6 | 15 | 2 | 1 | 1 | 0 | 20 | 38 |
| Saturne. . . . . | 7 | 27 | 38 | 4 | 0 | 12 | 13 | 26 |
| Herſchel. . . . | 2 | 27 | 49 | 19 | 0 | 4 | 19 | 43,3 |

| | Apſide ſupérieure. | | | | Mouvement annuel de l'Apſide. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil. . . | 3sig. | 9° | 10′ | 49″ | 0° | 1′ | 5″,5 | |
| La Lune. . . | 10 | 11 | 44 | 34 | 40 | 39 | 50,0 | |
| Mercure . . . | 8 | 14 | 8 | 20 | | 1 | 10,6 | |
| Vénus. . . . | 10 | 8 | 30 | 0 | | 1 | 39,0 | |
| Mars. . . . . | 5 | 2 | 1 | 54 | | 1 | 7,0 | |
| Jupiter. . . . | 6 | 10 | 53 | 31 | | 1 | 2,0 | |
| Saturne. . . | 9 | 0 | 39 | 30 | | 1 | 30,0 | |
| Herſchel. . . | 11 | 25 | 9 | 49 | | 0 | 50,25 | |

| | Équation du centre ou de l'orbite, pour 1750. | | | Diſtance. | Excentricité. |
|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil. . . . . | 1° | 55′ | 36″ | 100000 | 1681 |
| La Lune. . . . . | 6 | 18 | 32 | | 0,0547 |
| Mercure. . . . . | 23 | 40 | 40 | 38710 | 7955 |
| Vénus. . . . . | 0 | 47 | 20 | 72333 | 498 |
| Mars. . . . . | 10 | 40 | 40 | 152369 | 14184 |
| Jupiter. . . . . | 5 | 30 | 38 | 520279 | 25013 |
| Saturne. . . . . | 6 | 26 | 42 | 954972 | 53640 |
| Herſchel. . . . . | 5 | 21 | 3 | 1918362 | 89556 |

| | Nœud aſcendant, en 1780. | | | | Mouvement annuel du Nœud. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil. . . . . | | | | | | | |
| La Lune. . . | 10sig. | 11° | 44′ | 34″ | 19° | 19′ | 43″,0 |
| Mercure. . . | 1 | 15 | 43 | 45 | 0 | 45 | 0 |
| Vénus. . . . | 2 | 14 | 41 | 18 | 0 | 31 | 54 |
| Mars . . . . | 1 | 17 | 56 | 24 | 0, | 39 | 8 |
| Jupiter. . . . | 3 | 8 | 46 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Saturne . . . | 3 | 21 | 46 | 17 | 0 | 30 | 17 |
| Herſchel. . . | 2 | 12 | 50 | 19 | 50 | 25 | 0 |

| Inclinaiſon de l'orbite, pour 1780. | | | | Viteſſe par minute, en lieues. |
|---|---|---|---|---|
| Le Soleil | | | | 415 |
| La Lune | 5° | 8′ | 46″ | 14 |
| Mercure | 7 | 0 | 0 | 667 |
| Vénus | 3 | 23 | 35 | 488 |
| Mars | 1 | 51 | 0 | 337 |
| Jupiter | 1 | 18 | 56 | 182 |
| Saturne | 2 | 29 | 50 | 134 |
| Herſchel | 0 | 46 | 26 | 95 |

| Diametres les plus grands qu'on obſerve. | | | Diametres à la diſtance du Soleil. | | Diametres en lieues. |
|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil | 32′ | 36″ | 31′ | 57″,0 | 319314 |
| La Terre | | | | 17,2 | 2864 |
| La Lune | 33′ | 37″ | | 4,696 | 782 |
| Mercure | | 12 | | 6,9 | 1166 |
| Vénus | | 57 | | 16,547 | 2748 |
| Mars | | 27 | | 8,943 | 1490 |
| Jupiter | | 40 | 3 | 6,82 | 31111 |
| Saturne | | 18 | 2 | 51,71 | 28594 |
| Anneau de Saturne | | 42 | 6 | 40,65 | 66719 |
| Herſchel | | 4 | 1 | 14,52 | 12410 |

| Diametres par rapport à la Terre, celui de la Terre étant repréſenté par l'unité. | | Groſſeurs par rapport à la Terre, repréſentée par l'unité. |
|---|---|---|
| Le Soleil | 111,45 | 1384462 |
| La Lune | 0,2731 | 0,02036 |
| Mercure | 0,4012 | 0,064558 |
| Vénus | 0,9593 | 0,89025 |
| Mars | 0,5199 | 0,1406 |
| Jupiter | 10,862 | 1281 |
| Saturne | 9.983 | 995 |
| Anneau de Saturne | 23,294 | |
| Herſchel | 4,332 | 80,49 |

| Denſités par rapport à la Terre. | | Maſſes par rapport à la Terre. | Viteſſe à la ſurface de chaque Planete dans la 1re. ſeconde, celle à ſurface de la Terre étant de 15P,1037. *Pieds.* |
|---|---|---|---|
| Le Soleil | 0,25484 | 351886 | 427,88 |
| La Lune | 0,74200 | 0,015107 | 3,060 |
| Mercure | 2,583 d. | 0,1668 d. | 15,654 d. |
| Vénus | 1,0379 d. | 0,9500 d. | 15,421 d. |
| Mars | 0,656 d. | 0,1025 d. | 5,154 d. |
| Jupiter | 0,25800 | 330,60 | 42,344 |
| Saturne | 0,10422 | 103,69 | 15,714 |
| Herſchel | 0,2204 | 17,74 | 14,373 |

*Diſtances à la Terre, en lieues de 2283 toiſes.*

| | La plus petite. | La Moyenne. | La plus grande. |
|---|---|---|---|
| Le Soleil . . . . . | 337802 10 | 34357480 | 34934726 |
| La Lune. . . . . | 80187 | 86324 | 91397 |
| Mercure. . . . . | 21057738 | 34357480 | 47657222 |
| Vénus . . . . . | 9505595 | 34357480 | 59209365 |
| Mars . . . . . | 17992760 | 52350240 | 86707720 |
| Jupiter. . . . . | 144335070 | 178692550 | 213050030 |
| Saturne . . . . . | 293391240 | 327748720 | 362106200 |
| Herſchel . . . . . | 621245120 | 655602600 | 689960080 |

Paſſons aux Satellites.

*Satellites de Jupiter.*

| | Révolution périodique. | | | | Révolution ſynodique. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1er. Sat. | 1j | 18h | 27′ | 33″ | 1j | 18h | 28′ | 36″ |
| 2e. . . . | 3 | 13 | 13 | 42 | 3 | 13 | 17 | 54 |
| 3e. . . . | 7 | 3 | 42 | 33 | 7 | 3 | 59 | 36 |
| 4e. . . . | 16 | 16 | 32 | 8 | 16 | 18 | 5 | 7 |

| | Diſtance au centre de Jupiter, en demi-diametres de Jupiter. | Diſtance en minutes & ſecondes dans les moyennes diſtances de Jupiter. | | Diametres des Satellites, vus de Jupiter, ſuivant Bailly & Lalande. | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1er. Sat. | 5 $\frac{2}{3}$ demi-diam. | 1′ | 51″ | 60′ | 20″ |
| 2e. . . . . | 9 demi-diam. | 2 | 57 | 29 | 42 |
| 3e. . . . . | 14 $\frac{1}{3}$ demi-diam. | 4 | 42 | 22 | 28 |
| 4e. . . . . | 25 $\frac{1}{3}$ demi-diam. | 8 | 16 | 9 | 39 |

L'inclinaiſon de l'orbite du premier Satellite de Jupiter, ſur le plan de l'orbite de cette Planete, eſt toujours ſenſiblement de 3d 18′ 38″. L'inclinaiſon de l'orbite du ſecond Satellite change depuis 2° 48′ juſqu'à 3° 48′; l'inclinaiſon de l'orbite du troiſime change depuis 3d 2′ juſqu'à 3d 26′; l'angle étoit le plus grand, dit le Citoyen Lalande, en 1765. L'inclinaiſon de l'orbite du quatrieme eſt de 2d 36′.

*Satellites de Saturne.*

| | Révolution périodique. | | | | Révolution ſynodique. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1er. Sat. | 1j | 21h | 18′ | 26″,491 | 1 | 21h | 18′ | 55″,120 |
| 2e. . . . | 2 | 17 | 44 | 51 ,579 | 2 | 17 | 45 | 51 ,901 |
| 3e. . . . | 4 | 12 | 25 | 11 ,100 | 4 | 12 | 27 | 53 ,414 |
| 4e. . . . | 15 | 22 | 41 | 23 ,041 | 15 | 23 | 4 | 12 ,975 |
| 5e. . . . | 79 | 7 | 49 | 16 ,681 | 79 | 21 | 51 | 35 ,741 |
| 6e. . . . | | 22 | 40 | 46 ,000 | . . . . . | | | |
| 7e. . . . | 1 | 8 | 53 | 9 ,000 | . . . . . | | | |

| Diſtances des Satellites au centre de Saturne, en demi-diamètres de cette Planete. | Diſtances en demi-diamètres de l'anneau. |
|---|---|
| 1er. Sat. . . . 4,493 | 2,097 |
| 2e. . . . . 6,268 | 2,686 |
| 3e. . . . . 8,754 | 3,752 |
| 4e. . . . . 20,495 | 8,698 |
| 5e. . . . . 59,154 | 25,348 |
| 6e. . . . . 3,040 | 1,300 |
| 7e. . . . . 3,900 | 1,670 |

Les diſtances des cinq premiers ſont de Bradley.

Les quatre premiers Satellites de Saturne ſe meuvent dans le plan de l'anneau. L'orbite du cinquieme Satellite eſt inclinée de 15 à 16 degrés ſur l'Ecliptique, & d'autant ſur le plan de l'anneau & des orbites des quatre premiers, mais dans un autre ſens (*Aſtronomie de Lalande*).

## *Satellites d'Herſchel.*

| | Révolutions. | | | | Diſtances. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1er. Sat. | 5j | 21h | 25′ | | 25″,5 |
| 2e. ancien. | 8 | 17 | 1 | 19″ | 33 ,0 |
| 3e. . . . . | 10 | 23 | 4 | | 38 ,57 |
| 4e. ancien. | 13 | 11 | 5 | 1 | 44 ,2 |
| 5e. . . . . | 38 | 1 | 49 | | 88 ,4 |
| 6e. . . . | 107 | 16 | 40 | | 176 ,8 |

Les orbites ſont preſque perpendiculaires à celle de la Planete, & il y a deux de ces Satellites qui ſont rétrogades.

# CHAPITRE II.

## *De la Figure & de la grandeur de la Terre.*

DIVERSES obſervations ont fait connoître que la Terre eſt ſphérique, ou du moins qu'elle l'eſt à très-peu près. Comme il s'en faut bien peu qu'elle ne le ſoit, on la conſidere, dans la Navigation, comme ayant exactement cette figure. C'eſt vers ſon centre qu'eſt dirigée la peſanteur, cette force que la Terre exerce ſur tous les corps terreſtres, qui les attache à ſa ſurface, ou les oblige de la regagner, par un mouvement accéléré, quand les en ayant écartés, on les abandonne à eux-mêmes.

La connoiſſance de la grandeur de la Terre dépend de celle du degré d'un de ſes grands cercles. Or il réſulte d'un grand travail entrepris & exécuté par les Citoyens Delambre & Mechain, pour la meſure de la Méridienne de France, entre Dunkerque & Barcelonne, que le degré du Méridien, en ſuppoſant le cercle diviſé en 400 degrés, eſt de 51374 toiſes, ce qui donne 57082 toiſes pour le degré, en ſuppoſant la diviſion ordinaire du cercle en 360 degrés, qu'une habitude longue & tenace fera encore employer longtemps dans la Marine, comme ailleurs. Le degré du Méridien ou d'un grand cercle, étant donc de 57082 toiſes, il s'enſuit que la minute eſt de 951 toiſes & un tiers

Dans la Navigation, en France, on diviſe le degré en vingt parties égales qu'on nomme *Lieues marines*; ainſi la lieue marine eſt la vingtieme partie du degré, & vaut par conſéquent 2854 toiſes; & comme il y a ſoixante minutes dans le degré, une lieue marine vaut trois minutes de degré; d'où il ſuit que ſi l'on veut

convertir un nombre de degrés & de minutes en lieues, il faut multiplier le nombre de degrés par vingt, & prendre le tiers du nombre des minutes; & réciproquement, que ſi l'on veut convertir un nombre de lieues en degrés & minutes, il faut le diviſer par 20, & multiplier le reſte par 3.

Les lieues dont on ſe ſert ſur Terre ſont la vingt-cinquieme partie du degré; ainſi elles ſont de 2283 toiſes, un peu plus.

Les Hollandais font leur lieue marine la quinzieme partie du degré. Les Anglais au lieu d'évaluer les diſtances en lieues, les évaluent en milles. Mais leur mille eſt plus petit que le nôtre, & par conſéquent ne vaut pas une minute de degré. Il n'eſt que de 5280 pieds anglais, qui, ſuivant le Citoyen Lalande, ne forme que 819 toiſes & demie de France.

En ſuppoſant la lieue de 2283 toiſes, on trouve que le rayon de la Terre eſt de 1432 lieues & demie, ou de 3270397 toiſes & demie, ou de 19622385 pieds.

---

Tout le monde ſait maintenant que la Terre a la figure d'un ſphéroïde applati vers les poles; on l'avoit toujours crue ſphérique, juſques vers 1666, que l'on commença à ſoupçonner ſon applatiſſement. On y fut conduit par la découverte que fit alors M. Caſſini, de celui de Jupiter. La théorie des forces centrifuges le prouva à M. Hughens. Il ne s'aſſura pas ſeulement que la Terre eſt applatie, il tenta encore de déterminer la quantité de ſon applatiſſement. Après avoir déterminé le rapport de la force centrifuge ſous l'Equateur à la peſanteur, il chercha celui du diametre de l'Equateur à l'axe, & le trouva égal à celui de 578 à 577.

M. Newton, conſidérant que toute les parties de la matiere s'attirent mutuellement, & qu'ainſi la peſanteur n'eſt autre choſe que la force qui réſulte de toutes les attractions des parties de la Terre, chercha auſſi à en déterminer la figure, & trouva, en la ſuppoſant homogène, que le diametre de l'Equateur eſt à l'axe dans le rapport de 230 à 229.

Comme ces déterminations portoient ſur quelques ſuppoſitions dont on croyoit pouvoir conteſter la légitimité, que celle de M. Newton en particulier étoit appuyée ſur une théorie qui alors ne paroiſſoit rien moins que prouvée, que de plus elles différoient conſidérable-

ment, on en conclut que le plus ſûr étoit de laiſſer la théorie, & de déterminer la figure de la Terre par des meſures actuelles. On penſa qu'on ne parviendroit à quelque choſe de certain, qu'en meſurant quelques degrés du même Méridien, ou de différents Méridiens, à différentes latitudes; car ſi la Terre forme un ſphéroïde applati vers les poles, on devoit trouver que les degrés croiſſent avec la latitude; ce qui eſt bien évident, car le degré n'étant autre choſe que l'eſpace qu'il faut parcourir ſur la Terre, pour que la verticale ait changé d'un degré, il eſt clair que ſi la Terre a la figure d'un ſphéroide applati vers les poles, la courbure des Méridiens allant en diminuant vers ces points, il faut pour que la verticale change d'un degré, parcourir plus d'eſpace à proportion qu'on s'en approche.

Ce fut en 1683 que fut faite la premiere tentative pour découvrir la vraie figure de la Terre, par des meſures actuelles. L'Académie des ſciences, appuyée par Colbert, chargea pluſieurs de ſes membres de meſurer différents degrés du Méridien, dans le Nord & dans le Midi de la France. Mais la mort de ce Miniſtre ne permit pas de finir cet ouvrage, quoique fort avancé quand elle arriva. Il ne fut repris & fini qu'en 1700, par M. Caſſini. Mais les déterminations qu'on obtint des degrés du Nord & du Midi, loin de ſuffire, ainſi qu'on l'avoit penſé, pour décider la queſtion de la figure de la Terre, ne ſervirent qu'à la rendre plus douteuſe, en donnant à la Terre une forme alongée. Comme les degrés meſurés étoient trop voiſins pour que l'on ne fût pas en droit d'attribuer aux erreurs inévitables des opérations, des différences qui obligeoient de tirer une concluſion ſi oppoſée à celle qu'on avoit lieu d'attendre, on prit la réſolution de meſurer des degrés par des latitudes qui différaſſent beaucoup, dont les unes fuſſent très-petites ou même nulles, & les autres très-grandes. En 1735, les membres les plus diſtingués de l'Académie des ſciences ſe chargerent en conſéquence d'aller meſurer un degré du Méridien, les uns à l'Equateur, les autres ſous le cercle polaire. MM. Bouguer & de la Condamine, qui allerent à l'Equateur, trouverent le premier degré de latitude de 56753 toiſes, tandis que M. de Maupertuis & les autres Académiciens qui allerent dans le Nord, trouverent le degré de 57422 toiſes, par la latitude de 66° 20′. A peu près dans ce temps-là, MM. la Caille & Caſſini s'occuperent à vérifier la meſure d'un degré du Méridien, déterminé autrefois entre Paris & Amiens, par M. Picard, & le trouverent de 57074 toiſes, la latitude de ce degré étant de 49° 23′. Comme ce degré eſt ſenſiblement plus grand que celui de l'Equateur, & ſenſiblement plus petit que celui du Nord, la comparaiſon de ces trois degrés prouva invinciblement l'applatiſſement de la Terre. On ſe flatta même de pouvoir en déterminer la quantité par leur ſe-

cours, en ſuppoſant ſeulement que les Méridiens fuſſent des Ellipſes.

Comme deux degrés ſuffiſent pour déterminer les dimenſions d'une Ellipſe, on ſubſtitua dans les formules que la Géométrie donne, pour cet objet, le degré meſuré à l'Equateur, ſucceſſivement avec celui de France & celui du Nord. On trouva, dans le premier cas, $\frac{1}{104}$, pour la différence entre le demi-diametre de l'Equateur & la moitié de l'axe, & $\frac{1}{210}$, dans le ſecond. Loin donc de trouver quelque conformité entre les deux réſultats, comme on croyoit pouvoir s'y attendre, on trouva une différence très-grande, qui dut faire ſoupçonner la Terre de n'être pas vraiment Elliptique.

Ce n'eſt pas tout, les excès 321 & 669 des degrés de France & du Nord, ſur le degré meſuré à l'Equateur, au lieu d'être comme les carrés des ſinus des latitudes, ainſi que cela devroit être, ſi la Terre avoit la figure Elliptique, ſont à-peu-près comme les quatriemes puiſſances des latitudes. La meſure de ces trois degrés ôtoit donc à la Terre la figure Elliptique que la théorie lui donnoit. Forcé de rejeter cette figure, M. Bouguer chercha qu'elle peut être celle qu'elle auroit, en adoptant, pour tous les degrés, la loi que donnoit la meſure de ceux dont il s'agit. Il trouva que cette figure eſt telle que la moitié de l'axe eſt plus petite de $\frac{1}{179}$ que le rayon de l'Equateur, quantité non ſeulement différente de celle qu'on trouve par la théorie, mais encore de celle que donne l'hypothèſe de l'Ellipticité.

Si les premieres meſures furent peu propres à éclaircir la queſtion de la figure de la Terre, celles faites depuis le furent encore moins. M. la Caille, dans ſon voyage au Cap de Bonne-Eſpérance, meſura un degré du Méridien & le trouva de 57037 toiſes. Ce degré meſuré par une latitude auſtrale qui n'étoit que de 33° 18′, ſe trouvoit beaucoup plus grand qu'il ne devoit l'être par une ſemblable latitude. Delà il ſuivoit que les deux Hémiſpheres de la Terre ne ſont point ſemblables. Enfin, pluſieurs des degrés meſurés en Italie, en Hongrie, en Autriche, en Amérique, ont donné lieu de ſoupçonner les Méridiens eux-mêmes de n'être pas ſemblables, irrégularité qui, ſi elle étoit bien réelle, ôteroit toute eſpérance de connoître jamais exactement la figure de la Terre. Heureuſement qu'il n'eſt pas impoſſible que les erreurs inévitables des opérations & des obſervations néceſſaires pour obtenir la longueur d'un degré, ne ſoient en partie cauſe du peu d'accord qu'on trouve entre les différens degrés, pour conſerver à la Terre ſinon une figure Elliptique, du moins une figure réguliere. Il ſuffit d'un ou de deux degrés déterminés avec moins d'exactitude que les autres, pour tout déranger. On ne doit donc pas craindre d'entreprendre un travail inutile en multipliant ces meſures; car ſi elles ne font pas connoître exactement

la figure de la Terre, on eſt fondé à croire que, par un choix éclairé fait entre elles, elles pourront au moins la donner d'une maniere approchée.

Il ſe peut au reſte qu'on ſe croie diſpenſé, au moins pour le moment, de pouſſer plus loin les recherches de ce genre, par la grande lumiere qu'a jeté ſur la figure de la Terre, le travail qu'ont entrepris & exécuté les Citoyens Delambre & Mechain, pour la détermination de la Méridienne depuis Dunkerque juſqu'à Barcelonne. Conduits par l'importance du ſujet à en donner une idée, ce que nous allons faire d'après le compte rendu par le Citoyen Lalande dans la Connoiſſance des Temps de l'an X, du rapport qu'à fait de ce beau travail le Citoyen Van-Swinden, le ſix Prairial an VII, à la Claſſe des Sciences Mathématiques & Phyſiques de l'Inſtitut, au nom de la Commiſſion des poids & meſures, nous commencerons par dire que les angles des triangles qui forment la chaine, ont été meſurés avec les Cercles de Borda; qu'à chaque ſtation, on a formé ordinairement pluſieurs ſéries d'obſervations faites avec les attentions les plus recherchées; que ſur quatre-vingt-dix triangles qui forment la chaîne, il y en a trente-ſix dans leſquels la ſomme des trois angles différe de moins d'une ſeconde de ce qu'elle auroit du être; qu'il y en a vingt-ſept où cette erreur eſt au-deſſous de deux ſecondes; que dans dix-huit autres, elle ne monte pas à trois ſecondes; qu'il n'y en a que quatre dans leſquels elle eſt entre trois & quatre ſecondes, & trois ſeulement où elle eſt au-deſſus de quatre, mais au-deſſous de cinq; que les baſes ont été meſurées avec quatre règles de platine, exécutées par le Citoyen Lenoir, Artiſte très-diſtingué, ſous les yeux & d'après les idées de Borda; que les règles ayant été numérotées, les règles n°. 2, 3, 4, ont été comparées à la règle n°. 1, à laquelle on on a tout rapporté, & qu'on a nommée le *Module*, comparaiſon qui a été faite par des moyens qui ne laiſſent pas de doute ſur les deux cents milliemes parties.

Avant qu'on ait entrepris la meſure des baſes, la règle n°. 1 ou le Module, a été comparé exactement à la toiſe du Perou, & on a employé dans cette comparaiſon des moyens qui permettent de s'aſſurer des cent milliemes de toiſe. A ſon retour, le Citoyen Delambre ayant comparé les règles qui avoient ſervi à la meſure des baſes, il a trouvé qu'elles n'avoient pas ſubi le plus léger changement dans leur longueur.

Ce Module eſt exactement égal à la double toiſe ou de douze pieds, lorſque le Thermomètre centrigrade eſt à $12^{d}\frac{1}{2}$, en ſorte qu'à la température de $16^{d}\frac{1}{2}$ ou de 13° du Thermomètre ordinaire, ce Module eſt plus court que la double toiſe, de deux centiemes de ligne, c'eſt-à-dire, de moins que d'un quatre-vingt-cinq millieme du total, quantité à laquelle il conviendra d'avoir égard dans des déterminations qui exigent une grande exactitude.

Les obſervations d'Azimut qui ſont néceſſaires pour déterminer la direction des triangles, ont été faites avec toute l'exactitude dont elles ſont ſuſceptibles, & calculées avec la plus grande préciſion.

Les latitudes des Stations qui ſont Dunkerque, Paris, Evaux, Carcaſſonne & Barcelonne, ont été déterminées avec tant de préciſion, qu'il n'y a ſur aucune une incertitude d'une ſeconde.

Les latitudes obſervées dans les cinq ſtations, ſont :

Pour la Tour de l'Egliſe de Dunkerque . . . . $51^{d}\ 2'\ 10'',5$.
Pour le Panthéon de Paris. . . . . 48 50 49,7.
Pour le Clocher d'Evaux. . . . . 46 2 42,5.
Pour la Tour de Saint-Vincent de Carcaſſone. . 43 12 54,4.
Pour Barcelonne, à la Tour de Montjouy. . . . 41 21 44,8.

Les portions de la Méridienne, compriſes dans ces quatre intervalles, avoient déjà été calculées par le Citoyen Delambre.

Voici maintenant les réſultats des opérations.

La diſtance entre le parallele de Dunkerque & celui du Panthéon à Paris, qui ſous-tend un arc de $2^{d}$, 18910, & dont le milieu paſſe par la latitude de $49^{d}\ 56'\ 50''$, eſt de $62472^{m}$, 59.

La diſtance entre le parallele du Panthéon & celui d'Evaux, qui ſous-tend un arc de $2^{d}$, 66868, & dont le milieu paſſe par la latitude de $47^{d}\ 30'\ 46''$, eſt de $26145^{m}$, 74.

La diſtance entre le parallele d'Evaux & celui de Carcaſſonne, qui ſous-tend un arc de $2^{d}$, 96336, & dont le milieu paſſe par la latitude de $44^{d}\ 41'\ 48''$, eſt de $84424^{m}$, 55.

Enfin la diſtance entre le parallele de Carcaſſonne & de Montjouy, qui ſous-tend un arc de $1^{d}$, 85266, & dont le milieu paſſe par la latitude de $42^{d}\ 17'\ 20''$, eſt de $52749^{m}$, 48.

D'où il réſulte que la Méridienne entiere, entre Dunkerque & Montjouy, qui ſous-tend un arc céleſte de $9^{d}$, 67380, & dont le milieu paſſe par la latitude de $46^{d}\ 11'\ 58''$, eſt de $275792^{m}$, 36.

Il ſe préſente ici une ſingularité remarquable, bien faite pour fixer l'attention des Géometres qui ſentiront la néceſſité de s'occuper encore de la Figure de la Terre, laquelle ſemble indiquer une irrégularité, ſoit dans les Méridiens terreſtres, ſoit dans l'intérieur de la Terre ; c'eſt que les degrés décroiſſent ſeulement de deux modules, pour un degré de latitude entre les paralleles de $49^{d}\ 56'\ 30''$ & $47^{d}\ 30'\ 46''$ ; enſuite de quinze modules & demi pour un degré de latitude, entre les paralleles de $47^{d}\ 30'\ 46''$ & de $44^{d}\ 41'\ 48''$ ; enfin de ſept modules entre les paralleles de $44^{d}\ 41'\ 48''$ & de $42^{d}\ 17'\ 20''$ ; c'eſt-à-dire, que les degrés terreſtres décroiſſent très-peu & très-lentement de Dunkerque à Evaux, très-rapidement & très-fortement d'Evaux à Carcaſſonne, & que cette diminution ſe rallentit entre cette ville & Montjouy, en ſorte que l'Ellipſe oſculatrice de l'arc meſuré auroit $\frac{1}{150}$ d'applatiſſement.

La

La Commiſſion, après avoir diſcuté long-temps le choix qu'on pouvoit faire de ces différents degrés, s'eſt déterminée à employer dans le calcul l'arc total entre Dunkerque & Montjouy. Comme cet arc eſt très-grand, on a moins à redouter l'influence des irrégularités qui peuvent ſe trouver dans la figure & dans l'intérieur de la Terre, ou de celles qui ſont inſéparables des opérations les mieux faites.

Employant cet arc & celui du Pérou, lequel eſt un de ceux qui ont été déterminés avec le plus de ſoin, & diſcutés avec le plus d'attention & d'exactitude, & eſt d'ailleurs le plus grand de tous ceux qui ont été meſurés, leur comparaiſon, faite avec le plus grand ſoin & par différentes formules, a donné pour l'applatiſſement de la Terre une trois cent trente quatrieme partie. Ce qui eſt bien remarquable, c'eſt que ce degré d'applatiſſement eſt le même que celui qui réſulte de la combinaiſon d'un grand nombre d'expériences ſur la longueur des pendules ſimples en différents endroits, & qu'il eſt conforme auſſi à celui qu'exige la théorie de la préceſſion & de la nutation. Comme l'obſerve le Citoyen Lalande, l'accord de ces trois réſultats, tirés de trois genres d'obſervations bien différents, mérite la plus grande attention, & eſt très-propre à inſpirer une entiere confiance en chacun d'eux.

Le travail dont nous venons de donner une idée, avoit principalement pour objet la détermination du *Mètre* ou de l'*unité des meſures*, qu'on avoit ſuppoſé proviſoirement de $443^{l},44$, dix millionnieme partie du quart du Méridien. Or, en employant l'arc compris entre Dunkerque & Montjouy, & ſuppoſant l'applatiſſement de la Terre d'un $334^{e}.$, on a trouvé, par diverſes methodes, que le quart du Méridien terreſtre eſt de 2565370 modules; ainſi prenant le mètre égal à la dix millionnieme partie du quart du Méridien, il ſe trouve égal à $\frac{256537}{1000000}$ du module. Cette meſure étant réduite à la température qu'on avoit adoptée pour le module dans l'expreſſion de la longueur des baſes qui ont ſervi à calculer la Méridienne, & qui eſt de $11^{d},6$ du thermomètre centrigrade, le mètre vrai & définitif eſt de $443^{l},296$ de la toiſe du Pérou, ſuppoſée à la température de $16^{d}\ \frac{1}{4}$ du thermomètre centrigrade, ſeul degré de température auquel cette toiſe peut être conſidérée comme la toiſe qui a ſervi aux opérations faites au Pérou.

Quoiqu'on ſoit bien aſſuré que le nouveau mètre, dépoſé, le 4 Meſſidor de l'an VII, aux archives nationales, y ſera conſervé avec ſoin, on s'eſt ménagé un moyen de le retrouver facilement, par la longueur du pendule ſimple qui bat les ſecondes, que, dans cette vue, les Citoyens Borda, Caſſini & Méchain ont déterminée avec tout le ſoin poſſible. Le milieu entre vingt expériences, qui ne s'écarte pas des extrêmes d'un cent millieme, donne la longueur du pendule ſimple qui bat les ſecondes, à l'ob-

ſervatoire national, de 25499 cent milliemes du module, ſuppoſé à la glace ſondante; ainſi le mètre étant égal à 256537 millionniemes du module, la longueur de ce pendule eſt de $\frac{2915 \cdot 7}{1000000}$ parties du mètre. On pourra donc, quand on voudra, retrouver la longueur préciſe du mètre, en déterminant de nouveau la longueur du pendule ſimple à Paris.

Après avoir déterminé l'unité des longueurs, on s'eſt occupé à déterminer l'unité des poids. Il réſulte d'un travail entrepris à ce ſujet, & fait avec le plus grand ſoin, par le Citoyen Lefevre-Gineau, que le kilogramme, ou le poids d'un décimètre cube d'eau diſtillée, priſe à ſon *maximum* de denſité & peſée dans le vide, *ou l'unité de poids*, eſt de 18827, 15 grains, ou de 2 livres 5 gros 35,15 grains.

Comme les Phyſiciens ſe ſont beaucoup occupés de fixer le poids d'un pied cube d'eau diſtillée, nous ajouterons que, d'après les expériences, le pied cube d'eau diſtillée, priſe à ſon *maximum* de denſité, eſt de 70 livres 223 grains; qu'il peſe 70 livres 141 grains, ſi l'on prend l'eau à la température de $\frac{1}{10}$ de degré, & qu'il ſeroit de 70 livres 130 grains, ſi l'on prenoit l'eau à la glace fondante.

On a remarqué qu'un corps plongé dans l'eau eſt d'autant plus ſoutenu par ce fluide, que celui-ci ſe refroidit davantage, & cela juſques vers le quatrieme degré; mais que paſſé ce terme, il l'eſt graduellement moins à meſure que la température approche du terme de la glace; d'où il ſuit que l'eau ſe condenſe juſqu'à un certain point, & ſe dilate enſuite paſſé ce terme.

Conduits par la nature du ſujet à parler des nouvelles meſures, nous croyons que c'eſt ici le lieu d'en mettre le tableau ſous les yeux, & de montrer comment on réduit les meſures anciennes dans ces nouvelles meſures, dont on ne peut trop recommander l'uſage à la place des premieres.

## TABLE DES NOUVELLES MESURES.

### *Meſures linéaires.*

| | Pieds. |
|---|---|
| Myriamètre | 30784,4444. |
| Kilomètre | 3078,44444. |
| Hectomètre | 307,844444. |
| Décamètre | 30,7844444. |
| MÈTRE | 3,07844444. |
| | Lignes. |
| Ou en lignes | 443,296. |
| Décimètre | 44,3296. |
| Centimètre | 4,43296. |
| Millimètre | 0,443296. |

*Mesures carrées ou de superficie.*

| | Pieds carrés. |
|---|---|
| Myriare | .9476820. |
| Kiliare | .947682. |
| Hectare | .94768,2. |
| Décare | .9476,82. |
| Are | .947,682. |
| Déciare | .94,7682. |
| Centiare, ou mètre carré | 9,47682. |
| ou en pouces carrés, ayant multiplié par 144 | Pouces carrés. 1364,66208. |
| Décimètre carré qui en est le centieme | 13,6466208. |
| Centimètre carré, qui est le centieme du décimètre carré | Lignes carrées. 19,651134. |
| Millimètre carré, qui est le centieme du centimètre carré | 0,19651134. |

*Mesures de capacité.*

| | Pieds cubes. |
|---|---|
| Myrialitre | 291,73864. |
| Kilolitre, ou mètre cube | 29,173864. |
| Hectolitre | 2,9173864. |
| ou en pouces cubes, en multipliant par 1728 | Pouces cubes. 5041,2437. |
| Décalitre | 504,12437. |
| Litre, ou décimètre cube | 50,412437. |
| Décilitre | 5,0412437. |
| ou en lignes cubes, en multipliant par 1728 | Lignes cubes. 8711,269112. |
| Centilitre | 871,1269112. |
| Centimètre cube | 87,11269112. |
| Millimètre cube | 0,087112691 12. |

*Mesure du bois de chauffage*

| | Pieds cubes. |
|---|---|
| Stere, ou mètre cube | 29,173864. |
| Décistere | 2,9173864. |
| Centistere | 0,29173864. |
| Millistere | 0,029173864. |

*Poids.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Myriagramme | 20 liv. | 6 onces | 6 gros | 63,5 grains. |
| Kilogramme | 2 | 0 | 5 | 35,15. |
| Hectogramme | 0 | 3 | 2 | 10,715. |
| Décagramme | 0 | 0 | 2 | 44,2715. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Gramme . . . . . | 0 | 0 | 0 | 18,82715. |
| Décigramme. . . . . | 0 | 0 | 0 | 1,882715. |
| Centigramme. . . . . | 0 | 0 | 0 | 0,1882715. |
| Milligramme. . . . . | 0 | 0 | 0 | 0,01882715. |

La maniere de réduire les meſures dont on ſe ſert encore, dans ces nouvelles meſures, eſt très-ſimple. Quelques exemples la feront ſuffiſamment connoître.

Suppoſons qu'on veut avoir la valeur du pied en parties décimales du mètre. Il faudra diviſer 144, valeur du pied en lignes, par 443,296 (le log. eſt 2,646694), valeur du mètre en lignes; le quotient 0,3248388 ſera la valeur cherchée du pied, exprimée en parties décimales du mètre.

Si l'on veut avoir la valeur d'une toiſe en mètres, on diviſera 6, valeur de la toiſe en pieds, par 3,0784444 (dont le log. eſt 0,488332), valeur du mètre en pieds; le quotient 1,94903 ſera la valeur de la toiſe, exprimée en mètres.

Si l'on veut avoir la valeur de la braſſe en mètres, on diviſera 5, valeur de la braſſe en pieds, par 3,0784444, valeur du mètre en pieds; on aura 1,6242 pour la valeur de la braſſe en mètres.

Si l'on veut avoir la valeur de la lieue marine de 2854 toiſes, exprimée en myriamètres, après avoir multiplié par 6 pour la convertir en pieds, ce qui donne 17124 pieds, on diviſera ce nombre de pieds, par 30784,4444 (dont le log. eſt 4,488332), valeur du myriamètre en pieds; on aura 0,55625, pour la valeur de la lieue de 2854 toiſes, exprimée en myriamètres.

Elle vaudra, en kilomètres, 5,5625.

Pour avoir la valeur de la toiſe carrée en mètres carrés, on diviſera 36, valeur de la toiſe carrée en pieds carrés, par 9,47682 (la log. eſt 0,976663), valeur du mètre carré en pieds carrés; le quotient 3,79874 ſera la valeur cherchée de la toiſe carrée en mètres carrés.

Suppoſons qu'on veut convertir 3 toiſes carrées 9 pied carrés & 88 pouces carrés, ou 117 pieds carrés & 88 pouces carrés en mètres carrés; on réduira en décimales 88 pouces carrés, & on aura 117,611111 pieds carrés, qu'il ne s'agira plus que de diviſer par 9,47682, valeur du mètre carré en pieds carrés; le quotient 12,41037 ſera la valeur cherchée, exprimée en mètres carrés.

On veut convertir des pieds cubes en mètres cubes, par exemple, 2347 pieds cubes. On diviſera ce nombre par 29,173864 (le log. eſt 1,464995), valeur du mètre en pieds cubes; le quotient 80,45 ſera la valeur cherchée, exprimée en mètres cubes.

On demande combien 73 livres 7 onces 5 gros, poids de marc, valent de kilogrammes. On convertira en grains, ce qui donnera 677160 grains; on diviſera ce nombre par 18827,15 (dont le log. eſt 4,274784), valeur du kilogramme en grains; le

quotient 35,96719 ſera la valeur cherchée, exprimée en kilogrames.

Suppoſons qu'on veut ſavoir combien 226 quintaux valent de myriagrammes : 226 quintaux ſont 22600 livres, poids de marc; il faudra diviſer ce nombre par 20,42876 (le log. eſt 1,310242), valeur du myriagramme en livres; le quotient 1106,282 ſera la valeur cherchée, exprimée en myriagrammes.

Il peut arriver qu'on ait beſoin de réduire des meſures nouvelles en meſures anciennes. Un exemple ou deux ſuffiront pour mettre ſur la voie.

On demande la valeur du mètre en toiſes. On diviſera 3,078444, valeur du mètre en pieds, par 6, valeur de la toiſe en pieds; le quotient 0.513074 ſera la valeur du mètre en toiſes.

On veut ſavoir combien le mètre carré vaut en toiſes carrées. On diviſera 9,47682, valeur du mètre carré en pieds carrés, par 36, valeur de la toiſe carrée en pieds carrés; le quotient 0,263245 ſera la valeur du mètre carré en toiſes carrées.

On demande combien le myriamètre vaut en lieues communes. On diviſera 30784,444, valeur du myriamètre en pieds, par 13698, valeur de la lieue de 2283 toiſes, en pieds; on trouvera que le myriamètre vaut 2,247373 lieues.

C'eſt ainſi qu'on trouvera que le myriamètre vaut en lieues de 2854 toiſes, 1,79774, & le kilomètre, 0,179774.

Après avoir donné le ſyſtême décimal, avec les noms par leſquels on étoit convenu de déſigner les meſures, il convient de le préſenter avec les noms nouveaux qui leur ont été donnés récemment par un arrêté des Conſuls, du 13 Brumaire an 9.

| NOMS SYSTÉMAT. | TRADUCTION. | VALEUR. |
|---|---|---|
| | *Meſures itinéraires.* | |
| Myriamètre. . . . . | Lieue. . . . . | 10000 mètres. |
| Kilomètre. . . . . | Mille. . . . . | 1000 mètres. |
| | *Meſures de longueur.* | |
| Décamètre. . . . . | Perche . . . . . | 10 mètres. |
| Mètre, unité fondamentale des poids & meſures. | | |
| Décimètre . . . . . | Palme (le). . . . | 10e. du mètre. |
| Centimètre. . . . . | Doigt . . . . . | 100e. du mètre. |
| Millimètre. . . . . | Trait. . . . . | 1000e. du mètre. |
| | *Meſures agraires.* | |
| Hectare . . . . . | Arpent. . . . . | 10000 mètres carrés. |
| Are. . . . . | Perche carrée . . . | 100 mètres carrés. |
| Centiare. . . . . | Mètre carré. | |

*Mesures de capacité pour les liquides.*

| | | |
|---|---|---|
| Décalitre . . . . . | Velte . . . | 10 décimètres cubes. |
| Litre . . . . . | Pinte . . . | décimètre cube. |
| Décilitre . . . . . | Verre . . . | 10$^{e}$. de décimètre cube. |

*Mesures de capacité pour les matieres seches.*

| | | |
|---|---|---|
| Kilolitre . . . . . | Muid. . . | 1 mètre cube ou 1000 déc. cubes. |
| Hectolitre. . . . . | Setier . . | 100 décimètres cubes. |
| Décalitre . . . . . | Boisseau. . | 10 décimètres cubes. |
| Litre . . . . . | Pinte . . . | décimètre cube. |

*Mesures de solidité.*

| | | |
|---|---|---|
| Stere. . . . . | | mètre cube. |
| Décistere. . . . | Solive. . . | 10$^{e}$. de mètre cube. |

*Poids.*

| | | |
|---|---|---|
| | Millier . . | mille livres [ poids du ton$^{au}$. de mer. ] |
| | Quintal. . | cent livres. |
| Kilogramme . . . | Livre. . . | poids de l'eau sous le volume du décimètre cube, contient 10 onces. |
| Hectogramme . . | Once . . . | 10$^{e}$. de la livre, contient 10 gros. |
| Décagramme. . . | Gros . . . | 10$^{e}$ de l'once, contient 10 deniers. |
| Gramme. . . . . | Denier . . | 10$^{e}$. du gros, contient 10 grains. |
| Décigramme . . . | Grain. . . | 10$^{e}$. du denier. |

*Sur la division du jour.*

Pour compléter le système général des poids & mesures, il fut décreté par la Convention Nationale, que le jour, de minuit à minuit, seroit divisé en dix heures, l'heure en 100 minutes, & la minute en 100 secondes. Ainsi, suivant cette disposition, le jour est composé de 100000 secondes. La division ordinaire du jour le donne de 86400 secondes de sa division. Lors donc qu'on voudra trouver qu'elle est l'heure de la nouvelle division, qui répond à une heure donnée de la division ordinaire, on n'aura qu'à faire la proportion; 86400 est à 100000, ou 108 est à 125, comme l'heure donnée, réduite en secondes, est à un quatrieme terme, lequel donnera l'heure cherchée de la nouvelle division du jour, exprimée en secondes décimales.

Supposant donc qu'on demande l'heure décimale qui répond à $3^{h}$ $1'$ $45''$ de la division ordinaire du jour; on fera la proportion; 108 : 125 :: 10905$''$ : un quatrieme terme qu'on trouvera égal a 12621,529 secondes décimales; ainsi l'heure décimale, exprimée en secondes décimales, est 12621,529 secondes dé-

cimales, ou 1 heure 26 minutes 21 ſecondes & 529 milliemes de ſeconde décimale, c'eſt-à-dire que, quand il eſt $3^h\ 1'\ 45''$ de la diviſion ordinaire du jour, il eſt 1 heure 26 minutes 21 ſecondes & 529 milliemes de ſeconde de la nouvelle.

Comme le rapport de 125 à 108 eſt égal à celui de 1 à 0,864, on pourra ſe diſpenſer de faire la proportion précédente. On n'aura qu'à diviſer l'heure donnée de la diviſion ordinaire du jour, réduite en ſecondes, par 0,864. Ainſi on n'aura qu'à diviſer, dans l'exemple qu'on vient de donner, 10905 ſecondes par 0,864, ou 10905000 par 864, & pouſſer la diviſion juſqu'à autant de décimales qu'on voudra.

Suppoſons qu'on eût à réſoudre la queſtion inverſe, c'eſt-à-dire, qu'on voulût connoître l'heure de la diviſion ordinaire du jour, qui répond à une heure donnée de la diviſion nouvelle, par exemple, à 6 heures 77 minutes 89 ſecondes de cette diviſion; ayant réduit en ſecondes (décimales), ce qui donne 67789 ſecondes, on feroit la proportion; 125 : 108 :: 67789 : à un quatrieme terme qu'on trouveroit égal à $58569'',696$, ou $16^h\ 16'\ 9'',696$; ces 16 heures répondent à 4 heures après midi.

On pourra ſe diſpenſer de faire la proportion précédente, en multipliant l'heure de la nouvelle diviſion du jour, réduite en ſecondes décimales, par 0,864. Ainſi dans le préſent exemple, on n'aura qu'à multiplier 67789 par 0,864.

## *Sur la diviſion du cercle.*

On diviſe maintenant la circonférence du cercle en 400 degrés, chaque degré en 100 minutes, chaque minute en 100 ſecondes, en ſorte que la circonférence du cercle renferme 4000000 ſecondes de cette diviſion. Suivant la diviſion ordinaire, la circonférence renferme 1296000 ſecondes de cette diviſion. Cela poſé, il ſera facile, ayant un arc ou un angle exprimé à l'ordinaire, d'avoir cet arc ou cet angle exprimé par la nouvelle diviſion. Suppoſons un angle de $53°\ 37'\ 17''$, ou de 193037 ſecondes de la diviſion actuelle du cercle; pour trouver cet angle exprimé par la nouvelle diviſion, on n'aura qu'à faire la proportion; 1296000 : 4000000, ou 81 : 250 :: $193037''$ : un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 595793,209877 ſecondes de la diviſion nouvelle du cercle, ou 59 degrés 57 minutes 93,209877 ſecondes de cette diviſion. C'eſt-là la valeur cherchée de l'angle propoſé, en parties de cette nouvelle diviſion.

Le rapport de 250 à 81 eſt le même que celui de 1 à 0,324. On pourra donc ſe diſpenſer de faire la proportion précédente, en diviſant l'angle exprimé par la diviſion actuelle, réduit en ſecondes, par 0,324. Il ne s'agira donc dans le préſent exemple, que de diviſer 193037 ſecondes par 0,324, ou 193037000 par 324,

Supposons qu'on veut résoudre la question inverse, c'est-à-dire, exprimer en mesures ordinaires du cercle, la valeur d'un angle donné, exprimé en parties de la nouvelle division du cercle, par exemple, d'un angle de 190 degrés 74 minutes 95 secondes de cette division. Ayant réduit cet angle en secondes de cette division, ce qui donne 1907495 secondes, on fera la proportion; 250 : 81 :: 1907495 secondes : un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 618028,38 secondes de la division ordinaire, ou 171° 40′ 28″,38. Ainsi l'angle proposé vaut 171° 40′ 28″,38 de la division ordinaire du cercle.

On peut se dispenser de faire la proportion précédente. Il ne s'agira toujours que de multiplier l'angle donné, exprimé en parties de la nouvelle division du cercle, réduit en secondes de cette division, par 0,324. Ainsi dans l'exemple présent, on n'a qu'à multiplier 1907495 secondes par 0,324.

## *Du Thermomètre décimal ou centrigrade.*

La construction du Thermomètre se rapporte à deux termes fixes, pris dans la nature, l'un est le degré auquel s'arrête la liqueur, par la température de la glace fondante, & l'autre qui répond à la chaleur de l'eau bouillante. La différence entre le thermomètre décimal & le thermomètre ordinaire, consiste en ce que l'intervalle entre ces deux termes fixes, est divisé en cent parties égales dans le thermomètre décimal, au lieu qu'il ne l'est qu'en 80 dans le thermomètre ordinaire. Ces parties, dans l'un & dans l'autre, se nomment degrés. Il est facile, d'après cette considération, de rapporter le résultat d'une observation faite au moyen du thermomètre ordinaire, à celui que donneroit le thermomètre décimal, & réciproquement. Car $\frac{80}{100}$, ou $\frac{8}{10}$, ou 0,8, exprime en général le rapport du thermomètre ordinaire au thermomètre décimal: & $\frac{10}{8}$ ou 1,25 exprime le rapport du thermomètre décimal au thermomètre ordinaire. Si donc on multiplie par 0,8 le nombre de degrés qui répond à une température indiquée par le thermomètre décimal, on aura la température correspondante sur le thermomètre ordinaire; & si l'on multiplie par 1,25 le nombre de degrés observés sur le thermomètre ordinaire, on aura la température correspondante sur le thermomètre décimal.

Ainsi le thermomètre ordinaire indiquant un froid, par exemple, de $17° \frac{1}{2}$, on trouve que la température indiquée par le thermomètre décimal est de 21°,88.

De même $12° \frac{1}{2}$ du thermomètre décimal donnent 10° du thermomètre ordinaire.

# CHAPITRE III.

## *De la maniere de déterminer les poſitions des Aſtres par rapport aux Cercles fixes de la Sphere céleſte.*

ON a vu que pour déterminer la poſition d'un point de la ſurface de la Terre, il ne s'agit que d'avoir ſa diſtance à deux cercles perpendiculaires entr'eux, tels que l'Equateur & un Méridien dont la poſition eſt connue; il eſt facile de voir qu'on n'a qu'à s'y prendre d'une maniere ſemblable pour déterminer la poſition d'un Aſtre dans le Ciel. Comme les deux mouvements de la Terre, l'un annuel dans l'Ecliptique, l'autre de rotation dans le ſens de l'Equateur, fourniſſent deux cercles fixes, on peut déterminer de deux manieres la poſition d'un Aſtre, ſoit en cherchant ſa diſtance à l'Ecliptique & à un grand cercle perpendiculaire à l'Ecliptique, qui paſſe par un point déterminé de ce cercle, ſoit en cherchant ſa diſtance à l'Equateur & à un grand cercle perpendiculaire qui paſſe par un point déterminé de ce cercle.

Soit *EAQ* (fig. 3.) la moitié de l'Equateur, *CAB* une moitié de l'Ecliptique, leur interſection *A* le premier point du Belier, *CPQ* le colure des Solſtices, *PA* le colure des Equinoxes, *LA* un cercle paſſant par le pole de l'Ecliptique & par conſéquent perpendiculaire à l'Ecliptique. Suppoſons qu'on apperçoive un Aſtre en *S*. Si par cet Aſtre & par le pole *L* de l'Ecliptique, on conçoit un cercle *LSD*, perpendiculaire à l'Ecliptique, il eſt évident qu'on aura la poſition de cet Aſtre, ſi l'on connoît l'arc *SD* de ſa diſtance à l'Ecliptique, & l'arc du parallele à l'Ecliptique, compris entre cet Aſtre & le cercle *LA*, ou bien encore l'arc de l'Ecliptique *AD*, compris entre le cercle *LD* qui paſſe par l'Aſtre, & le cercle *LA*

ou le premier point du Belier L'arc *SD* qui mesure la distance de cet Astre à l'Ecliptible, se nomme la *Latitude* de l'Astre, & le cercle *LD*, un *cercle de latitude*; l'arc *AD* de l'Ecliptique, compris entre le premier point du Belier & le cercle de latitude, passant par l'Astre, se nomme la *Longitude de l'Astre.* Cette longitude & celle généralement de tous les Astres, se compte par degrés ou par signes, suivant l'ordre des signes du Zodiaque ou de l'Ecliptique, ou de l'Occident à l'Orient. Observons encore que la latitude d'un Astre est boreale ou australe, suivant que l'Astre est du côté du pole boreal de l'Ecliptique, ou du côté du pole austral.

Si l'on conçoit un cercle de déclinaison *PSF* passant par l'Astre, il est évident qu'on aura encore la position de cet Astre, si l'on connoît l'arc *SF* qui mesure sa distance à l'Equateur, c'est-à-dire, sa *déclinaison*, & l'arc *AF* de l'Equateur, compris entre le cercle de déclinaison *PSF* qui passe par l'Astre & le colure *PA* des Equinoxes, ou le premier point du Belier. Cet arc *AF* se nomme l'*Ascension droite de l'Astre*, en sorte que l'Ascension droite d'un Astre est l'arc de l'Ecliptique, compris entre le premier point du Belier & le cercle de déclinaison de l'Astre Elle se compte par degrés ou par signes, suivant l'ordre des signes du Zodiaque, c'est-à-dire, de l'Occident à l'Orient.

On a donc deux manieres très-simples de déterminer la position d'un Astre, dont l'une consiste à trouver sa longitude & sa latitude, l'autre à trouver son ascension droite & sa déclinaison.

Et ce qui est bien remarquable, c'est que lorsqu'on a déterminé la position d'un Astre de l'une de ces manieres, pour la déterminer de l'autre, si on le juge à propos, il ne s'agit que de résoudre un triangle sphérique. En effet, dans le triangle sphérique *LPS*, le côté *LP* étant la distance des poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, est égal à l'obliquité de l'E-

cliptique, l'angle *LPS* eſt compoſé de 90° plus l'aſcenſion droite de l'Aſtre, le côté *PS* eſt le complément de la déclinaiſon de cet Aſtre, l'angle *PLS* eſt le complément de ſa longitude, & le côté *LS* eſt le complément de ſa latitude. Ainſi ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique connue, on peut toujours, lorſque l'on connoît l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'un Aſtre, déterminer, par la Trigonométrie ſphérique, ſa longitude & ſa latitude, & réciproquement, connoiſſant ces deux élémens, déterminer les deux premiers.

S'il étoit queſtion du Soleil, & qu'on eût ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon, comme il n'a point de latitude, puiſqu'il parcourt l'Ecliptique & par conſéquent ne s'écarte jamais de ce cercle, on n'auroit que ſa longitude à déterminer; ce qui ſe feroit au moyen d'un triangle ſphérique rectangle tel que *AFs*, où *s* marque le lieu de cet Aſtre dans l'Ecliptique & où par conſéquent *As* eſt ſa longitude, *AF* ſon aſcenſion droite, *Fs* ſa déclinaiſon.

Si l'on avoit ſa longitude, il eſt évident que le même triangle ſerviroit à trouver ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon.

Pour déterminer la poſition des Aſtres dans le Ciel, on eſt dans l'uſage d'obſerver leur aſcenſion droite & leur déclinaiſon, parce qu'elles ſe déduiſent immédiatement des phénomenes du mouvement diurne; enſuite le calcul donne leur longitude & leur latitude. Et comme ce calcul demande que l'on connoiſſe l'obliquité de l'Ecliptique, que de plus il faut avant tout ſavoir meſurer le temps, nous allons nous occuper de ces deux objets. Nous verrons enſuite comment on détermine l'aſcenſion droite & la déclinaiſon des Aſtres.

---

*De l'obliquité de l'Ecliptique.*

L'angle que l'Ecliptique fait avec l'Equateur, eſt meſuré par l'arc du colure des Solſtices, compris entre le point du Solſtice

& l'Equateur. Pour avoir l'obliquité de l'Ecliptique, il ne s'agit donc que de meſurer cet arc. Pour cela on meſurera la hauteur méridienne du centre du Soleil, lorſqu'il eſt dans chaque tropique; la moitié de la différence des deux hauteurs donnera l'arc cherché, & par conſéquent l'obliquité de l'Ecliptique.

On pourroit encore déterminer l'obliquité de l'Ecliptique, par une obſervation de la hauteur méridienne du Soleil, lorſqu'il eſt dans l'un des Solſtices. Car prenant la différence entre cette hauteur & celle de l'Equateur, on auroit la diſtance du point Solſticial à l'Equateur ou l'obliquité de l'Ecliptique. Mais on ne pourroit pas compter ſur autant d'exactitude par cette méthode, que par la précédente.

Des obſervations de Ticho-Brahé, faites en 1590, la donnent, pour ce temps-là, de 23° 29′ 52″. Les obſervations de M. Richer, faites à Cayenne en 1672, la donnent, ſuivant M. Caſſini le fils, de 23° 28′ 54″. Le même Caſſini la trouva en 1715, de 23° 28′ 40″. M. la Caille la détermina de 23° 28′ 9″ au commencement de 1750. Elle fut obſervée en 1777, au collége Mazarin, de 23° 28′ 9″.

On voit par ces déterminations que l'obliquité de l'Ecliptique n'eſt point conſtante, & qu'elle diminue. Cette diminution conſiſte en ce que le plan de l'Ecliptique ſe rapproche continuellement du plan de l'Equateur; effet qui eſt produit par l'action des Planetes ſur la Terre, principalement par celle de Jupiter & de Vénus. On n'eſt pas parfaitement d'accord ſur la quantité de cette diminution. Il paroit cependant qu'on peut la ſuppoſer de 34″ par ſiècle.

Outre la diminution dont nous venons de parler, l'obliquité de l'Ecliptique éprouve pendant l'eſpace de dix-huit ans & demi environ, une variation qui conſiſte en ce que le plan de l'Equateur s'écarte du plan de l'Ecliptique d'environ 9″, pendant une moitié de cet eſpace de temps, & s'en rapproche de la même quantité pendant l'autre moitié. Cette inégalité périodique eſt due à l'action de la Lune ſur le ſphéroïde applati de la Terre. Lorſque le nœud aſcendant de la Lune eſt dans le point équinoxial du Belier, l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur augmente de 9″, & il diminue de la même quantité lorſque le nœud eſt dans le point équinoxial de la Balance. Dans toute autre poſition du nœud, la variation de cet angle ou de l'obliquité de l'Ecliptique, eſt égale à 9″ *multipliées par le coſinus de la longitude du nœud.*

L'obliquité de l'Ecliptique, telle qu'elle ſeroit, ſi elle n'éprouvoit que la diminution conſtante & uniforme dont nous avons parlé, ſe nomme *Obliquité moyenne*; & on la nomme obliquité *vraie* ou *apparente*, telle qu'elle eſt effectivement par cette varia-

tion périodique & inégale à laquelle elle eſt ſujette, & qu'on la déduit immédiatement de l'obſervation. On pourra toujours conclure l'une de l'autre, au moyen de la formule, *obliquité apparente* = *obliquité moyenne* + $9'' \times$ *cof. longit. du nœud*; en ſorte que pour avoir l'obliquité apparente, il faudra, dans les trois premiers ſignes & les trois derniers de la longitude du nœud aſcendant de la Lune, ajouter à l'obliquité moyenne, la petite quantité que donnera le ſecond terme de la formule précédente, & en retrancher au contraire cette petite quantité dans les autres ſignes de la longitude du nœud.

Les Planetes faiſant diminuer l'obliquité de l'Ecliptique, par leur action ſur la Terre, l'aſcenſion droite de chaque point de l'Ecliptique & ſa déclinaiſon changent continuellement; il en réſulte de même des changements dans l'aſcenſion droite, la longitude & la latitude des Aſtres. Pour donner une idée de la manière dont on trouve tous ces changemens, nous allons faire voir comment on trouve ceux qu'éprouve l'obliquité de l'Ecliptique & l'aſcenſion droite des Aſtres.

Soit $AB$ l'Equateur [*Fig.* 4], $AC$ l'Ecliptique, $A$ le premier point du Bélier, $BC$ l'orbite d'une Planete qui déplace l'Ecliptique & lui fait prendre la poſition $ac$, en faiſant rétrograder l'interſection $C$ de l'Ecliptique & de ſon orbite, ſur le plan de cette orbite, d'une quantité connue $Cc$. Il eſt évident que l'angle $B$ ne change pas; & l'angle $C$ ſouffre un changement ſi foible, qu'on peut le regarder comme conſtant. On a à déterminer d'abord la variation de l'obliquité de l'Ecliptique, laquelle de $CAB$ eſt devenue $caB$, enſuite le changement $Aa$ de l'aſcenſion droite des Aſtres. Or, Dans le triangle $ACB$, les angles $B$ & $C$ étant conſtans, on aura d'abord pour le changement de l'angle $A$, $dA : dBC :: \text{ſin. } AC. \text{ ſin. } C : 1$; enſuite pour $Aa$ ou le changement de l'aſcenſion droite $AB$, $dAB : dBC :: \text{ſin. } C. \text{ cof. } AC : \text{ſin. } A$. Donc, nommant $N$ la longitude $AC$ du nœud aſcendant de l'orbite de la Planete troublante, & $I$ l'inclinaiſon $C$ de cette orbite ſur l'Ecliptique, on aura

$$\textit{dimin. obl.} = Cc. \textit{ ſin. } N. \textit{ ſin. } I.$$

$$\textit{dimin. aſc. dr.} = Cc. \frac{\textit{cof. } N. \textit{ ſin. } I}{\textit{ſin. obl.}}.$$

Si le ſecond membre ſe trouvoit négatif, au lieu de diminution on auroit augmentation.

On trouvera par ces formules l'effet produit par l'action de chaque Planete, tant ſur l'obliquité de l'Ecliptique que ſur l'aſcenſion droite des Aſtres; faiſant une ſomme des réſultats, on aura l'effet total ſur chacun de ces deux élémens (*Trigonométrie de Cagnoli*).

# CHAPITRE IV.

## *De la Meſure du temps.*

ON a déjà vu qu'on ſe ſert du mouvement diurne du Soleil autour de la Terre, pour meſurer le temps, que le Méridien eſt le terme d'où l'on commence à compter chacune de ſes révolutions, qu'on nomme *Jour* le temps qu'il emploie à faire chacune d'elles, ou à revenir au Méridien, &c.; entrons la-deſſus dans quelques détails.

Le Soleil s'avance continuellement vers l'Orient, par ſon mouvement annuel; le mouvement diurne ſe faiſant en ſens contraire, il s'enſuit que cet Aſtre ſe trouve à l'Orient du Méridien, d'une certaine quantité, quand la révolution de la ſphere eſt achevée, ou quand le point de l'Equateur auquel il répondoit le jour précédent, lorſqu'il étoit dans le Méridien, y eſt de retour. Il eſt alors à l'Orient de ce cercle, de la quantité qui répond à la portion de l'Ecliptique, qu'il a parcourue pendant la révolution de la ſphere. Il ne repaſſe donc au Méridien, que lorſque le point de l'Equateur, auquel ſon mouvement annuel le fait répondre, y eſt arrivé. La portion de l'Equateur, qui répond à la quantité dont le Soleil s'avance dans l'Ecliptique, entre deux paſſages conſécutifs de cet Aſtre au Méridien, ſe nomme *Mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite.*

L'eſpace de temps écoulé entre deux paſſages conſécutifs du Soleil au Méridien, ſe nomme *Jour vrai*; on verra dans un moment pourquoi on le caractériſe ainſi. Pendant la durée d'un jour vrai, il paſſe donc au Méridien, 360° plus le mouvement du Soleil, en aſcenſion droite, qui répond à ce jour.

Les jours vrais ſont inégaux entr'eux, parce que le mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite, change d'un jour à l'autre; ce qui provient 1°. de ce que le mouvement de la Terre dans ſon orbite, ou le mouvement du Soleil dans l'Ecliptique, n'eſt point uniforme; 2°. de ce que l'Ecliptique fait un angle avec l'Equateur, en ſorte que quand le Soleil ſe mouveroit uniformément dans l'Ecliptique, ſon progrès vers l'Orient, parallelement à l'Equateur, ne ſeroit pas de la même quantité tous les jours. Son mouvement diurne en aſcenſion droite, étant donc tantôt aggrandi, tantôt diminué par ces deux cauſes, il y a néceſſairement de l'inégalité dans les intervalles de ſes retours au Méridien, ou dans la longueur des jours.

Comme cette inégalité de jours ne pourroit qu'être extrêmement incommode dans le calcul, que d'ailleurs le temps s'écoulant uniformément, ſa diviſion naturelle eſt en parties égales, on a imaginé de ſubſtituer aux jours vrais, des jours parfaitement égaux. Ces jours-là ſont ceux qui auroient lieu, ſi le mouvement du Soleil, parallelement à l'Equateur, étoit uniforme, ou ſi ſon mouvement diurne en aſcenſion droite, étoit conſtamment de 59′ 8″, que donnent 360° diviſés par 365 $\frac{1}{4}$, longueur de l'année. On les appelle *Jours moyens*. Ainſi dans un jour moyen, il paſſe au Méridien, 360° 59′ 8″. Le jour moyen ſe partage, comme le jour vrai, en 24 parties égales, qu'on nomme *Heures moyennes*. Pendant une heure moyenne, il paſſe donc au Méridien, 15° 2′ 28″.

La différence qui ſe trouve entre un jour vrai & un jour moyen, tombe, comme l'on voit, ſur le mouvement diurne en aſcenſion droite; c'eſt-à-dire, que cette différence provient uniquement de celle qu'il y a entre le mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite, pour le jour dont il s'agit, & le mouvement diurne moyen en aſcenſion droite, 59′ 8″; en ſorte que pour avoir la différence entre le jour

vrai & le jour moyen, il ne s'agit que de convertir en temps la différence entre ces deux mouvements, ce qu'on fera par cette proportion, 360° 59′ 8″ ſont à 24 heures, comme cette différence eſt à un quatrieme terme.

Le temps compoſé de jours moyens, ſe nomme *Temps moyen*, pour le diſtinguer du temps compoſé de jours vrais, tel qu'il l'eſt en effet, qu'on nomme *Temps vrai*. Les Aſtronomes font marquer le temps moyen à leurs horloges; un bon cadran ſolaire marque le temps vrai.

Il eſt évident que la différence entre le temps vrai & le temps moyen, n'eſt autre choſe que la ſomme des différences entre chaque jour vrai & chaque jour moyen; ou la ſomme des différences, convertie en temps, entre les mouvements diurnes vrais en aſcenſion droite, qui répondent aux différents jours vrais, & le même nombre de mouvements diurnes moyens; ou la différence entre l'aſcenſion droite vraie actuelle du Soleil & l'aſcenſion droite moyenne correſpondante, convertie en temps; ou enfin, parce que la longitude moyenne du Soleil eſt égale à l'aſcenſion droite moyenne, la différence entre l'aſcenſion droite vraie du Soleil & ſa longitude moyenne, convertie en temps (à raiſon d'une heure pour 15°). On nomme *Équation du temps*, la différence entre le temps vrai & le temps moyen.

Il ſuit delà que le temps vrai s'accorde avec le temps moyen, lorſque l'aſcenſion droite vraie du Soleil eſt égale à ſa longitude moyenne, ce qui arrive le 14 Avril, le 15 Juin, le 30 Août & le 23 Décembre; & qu'il en differe le plus, lorſque l'aſcenſion droite vraie du Soleil differe le plus de la longitude moyenne, ce qui arrive le 10 Février, le 15 Mai, le 26 Juillet, & le 1^er^. de Novembre; ces jours là il y a égalité entre le jour vrai & le jour moyen.

Comme la différence entre le temps vrai & le temps

temps moyen, ou l'équation du temps, eſt due, en partie à l'inégalité du mouvement du Soleil dans l'Ecliptique, & en partie à l'obliquité de l'Ecliptique, elle eſt compoſée de deux parties. La premiere eſt la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie du Soleil, convertie en temps, à raiſon d'une heure pour 15°; la ſeconde eſt la différence entre la longitude vraie & l'aſcenſion droite vraie, auſſi convertie en temps, à raiſon d'une heure pour 15°. On trouve des tables de l'une & de l'autre dans les recueils de tables aſtronomiques.

Puiſque dans un jour moyen il paſſe 360° 59′ 8″ au Méridien, 360° emploient 23ʰ 56′ 4″ de temps moyen à y paſſer. Tel eſt le temps qu'une Étoile met à faire ſa révolution diurne, ou la Terre à faire ſa révolution autour de ſon axe. Les Etoiles doivent donc anticiper chaque jour ſur le temps moyen, de 3′ 56″.

Comme on ne peut exiger des horloges qu'un mouvement uniforme, tout ce qu'on peut en attendre, c'eſt qu'elles marquent le temps moyen auſſi exactement que les petites irrégularités auxquelles elles ſont ſujettes peuvent le permettre. Il faut donc qu'elles ſoient réglées en conſéquence. Or pour régler une horloge au temps moyen, on n'aura qu'à lui faire marquer 23ʰ 56′ 4″ d'intervalle entre les deux inſtants où une Etoile paſſe deux fois de ſuite par un même terme fixe.

Comme une horloge doit marquer le temps moyen, on a d'abord à s'aſſurer ſi elle le marque en effet.

Pour cela on n'aura qu'à chercher, par des hauteurs correſpondantes, l'heure que marque l'horloge à midi vrai, & voir ſi cette heure s'accorde avec le temps moyen.

On a trouvé à Paris, le 8 Juillet 1785, que l'horloge marquoit 11ʰ 58′ 47″ à midi vrai; & ce jour là, le temps moyen à midi vrai, étoit 12ʰ 4′ 36″,1; l'horloge étoit donc fort éloignée de marquer le temps moyen, & retardoit ſur le temps moyen, à midi vrai, de 5′ 49″,1.

Le 4 Octobre 1785, l'horloge marquoit, à midi vrai, $11^h\ 51'\ 18''$; mais à midi vrai, on comptoit $11^h\ 48'\ 34'',1$ de temps moyen; l'horloge avançoit donc de $2'\ 43'',9$ ſur le temps moyen, à midi vrai.

Quand on a trouvé la quantité dont le temps marqué par l'horloge differe du temps moyen, il reſte à trouver la différence qu'il peut y avoir entre le mouvement journalier de l'horloge & le mouvement moyen du Soleil. Dans cette vue, on cherchera au bout de trois ou quatre jours & même plus, la différence entre le temps marqué par l'horloge à midi vrai, & le temps moyen. Si cette différence eſt la même que la premiere, le mouvement de l'horloge eſt parfaitement le même que le mouvement moyen du Soleil; ſi non il en differe, & pour trouver la différence journaliere, on n'aura qu'à diviſer l'excès de l'une des deux différences ſur l'autre, par le nombre de jours entre les deux obſervations.

On a trouvé que, le 8 juillet 1785, l'horloge retardoit ſur le temps moyen, à midi vrai, de $5'\ 49'',1$; on trouve, le 12 du même mois, qu'elle ne retarde que de $4'\ 58''$; dans cet intervalle, le retard de l'horloge par rapport au temps moyen, a donc diminué de $51'',1$, en ſorte que l'horloge a accéléré de cette quantité. Diviſant cette quantité par 4, nombre de jours entre les obſervations, on trouve $12'',8$ pour l'accélération journaliere de l'horloge ſur le mouvement moyen du Soleil.

Le 4 Octobre 1785, l'horloge avançoit ſur le temps moyen, de $2'\ 43'',9$; cinq jours après, on trouve qu'elle n'avance plus que de $2'\ 2'',4$; l'avance de l'horloge par rapport au temps moyen, a donc diminué, dans l'eſpace de 5 jours, de $41'',5$, en ſorte que l'horloge a retardé de cette quantité. Diviſant cette quantité par 5, on aura $8'',3$ pour le retard journalier de l'horloge ſur le mouvement moyen du Soleil.

On peut auſſi trouver par le moyen des Etoiles,

le rapport du mouvement journalier de l'horloge au mouvement moyen du Soleil. On ſait que les Etoiles mettent à revenir au Méridien, ou à un même terme fixe, $23^h\ 56'\ 4''$ de temps moyen. Si donc on dirige une lunette vers un endroit du Ciel où l'on juge que doit paſſer une Etoile aſſez brillante, & que, l'ayant fixée invariablement, on obſerve, deux jours de ſuite, le paſſage de l'Etoile au fil de cette lunette; ſi l'on trouve que l'intervalle entre les temps des deux paſſages, marqués par l'horloge, eſt de $23^h\ 56'\ 4''$, on en conclura que l'horloge eſt parfaitement réglée; & ſi cet intervalle eſt plus grand ou plus petit que $23^h\ 56'\ 4''$, le mouvement journalier de l'horloge accélere ou retarde ſur le mouvement moyen du Soleil, & la différence entre l'intervalle dont il s'agit & $23^h\ 56'\ 4''$, ſera la quantité de l'accélération ou du retard de l'horloge.

Lorſqu'on connoît la quantité dont une horloge differe du temps moyen, & ſon écart journalier du mouvement moyen du Soleil, il eſt facile de trouver le temps moyen & le temps vrai d'une obſervation.

Prenons un exemple. L'horloge retardant, le 8 Juillet 1785, de $5'\ 49'',1$ ſur le temps moyen, & l'accélération de ſon mouvement journalier ſur le mouvement moyen du Soleil étant de $12'',8$, on fait une obſervation le 14, lorſque l'horloge marque $9^h\ 24'\ 18''$; il s'agit d'abord de ſavoir quel eſt le temps moyen de l'obſervation.

On commencera par ajouter au temps de l'obſervation, les $5'\ 49''$ dont l'horloge retardoit le 8 Juillet (On eût retranché ſi l'horloge avoit avancé ce jour-là); on aura $9^h\ 30'\ 7''$. Ce ſeroit le temps moyen de l'obſervation, ſi l'horloge ſuivoit exactement le mouvement moyen du Soleil. Mais l'horloge ayant accéléré, il faut tenir compte de ſon accélération qui a été trouvée de $12'',8$ par jour.

Pour cela il faut prendre la différence entre le temps moyen $0^h\ 4'\ 36'',1$ pour le 8 Juillet, à l'inſtant

du midi vrai, & le temps de l'obſervation déjà corrigé $9^h\ 30'\ 7''$; on trouvera $6^j\ 9^h\ 25'\ 30'',9$; on fera enſuite cette proportion, 1 jour eſt à l'accélération $12'',8$ ſur le mouvement moyen du Soleil, pendant un jour, comme l'intervalle de temps moyen $6^j\ 9^h\ 25'\ 30'',9$, ou $6^j,3927$, eſt à un quatrieme terme qui ſera l'accélération de l'horloge, pendant cet intervalle de temps; on trouvera $1'\ 21'',82$, qu'on retranchera de $9^h\ 30'\ 7''$ (on auroit ajouté ſi l'erreur journaliere de l'horloge eût été en retard), & l'on aura le temps moyen de l'obſervation à $9^h\ 28'\ 4'',18$, avec une préciſion ſuffiſante.

Si l'on veut avoir le temps vrai de l'obſervation, on doit remarquer que, le 14 Juillet 1785, le temps moyen ſurpaſſoit le temps vrai, de $5'\ 23'',4$, & que le 15 il le ſurpaſſoit de $5'\ 29'',6$; en ſorte qu'il a augmenté, dans l'eſpace d'un jour, de $6'',2$. Il faut déterminer la quantité dont il a augmenté pendant le temps écoulé depuis midi, $9^h\ 28'\ 45'',18$; pour cela on fera la proportion, $24^h$ ſont à $6'',2$, comme $9^h\ 28'\ 45'',18$, ou $9^h\ 28$ ſont à un quatrieme terme qu'on trouve de $2'',449$; on l'ajoutera au temps moyen $0^h\ 5'\ 23'',4$, à midi vrai, puiſque le temps moyen augmente (s'il avoit été en diminuant, on eût retranché); on aura $5'\ 25'',849$ pour la quantité dont le temps moyen ſurpaſſoit le temps vrai, ou l'équation du temps au moment de l'obſervation. Ainſi retranchant cette quantité du temps moyen de l'obſervation, on aura $9^h\ 23'\ 19'',331$ pour le temps vrai de l'obſervation.

---

(*a*) Le 23 Décembre, la différence entre le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, & le mouvement moyen $59'\ 8''$, eſt la plus grande, & cette différence va toujours en diminuant juſqu'au 10 Février, jour auquel elle eſt nulle. Le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, qui ſurpaſſe le plus le mouvement moyen $59'\ 8''$, le 23 Décembre, lui devient donc égal le 10 Février. L'aſcenſion droite vraie du Soleil, qui commence à ſurpaſſer la longitude moyenne, le 23 Décembre, la ſurpaſſe

donc le plus le 10 Février. La différence entre le temps vrai & le temps moyen, eſt donc la plus forte ce jour là. Cette différence eſt de $14' 40''$, dont le temps moyen ſurpaſſe le temps vrai.

Le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, étant plus grand que le moyen $59' 8''$, depuis le 23 Décembre juſqu'au 10 Février, les jours vrais ſont plus grands que le jour moyen juſqu'à ce jour.

Après le 10 Février, le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, eſt plus petit que le mouvement moyen $59' 8''$, & la différence va en croiſſant juſqu'au 25 Mars; après quoi elle diminue juſqu'au 15 Mai, où elle eſt nulle. L'aſcenſion droite vraie ſe rapproche donc de la longitude moyenne depuis le 10 Février, & elle lui devient enfin égale le 14 Avril; en ſorte qu'alors le temps moyen qui avoit toujours ſurpaſſé le temps vrai depuis le 23 Décembre, lui eſt égal.

L'aſcenſion droite vraie du Soleil, qui, après s'être rapprochée de la longitude moyenne, depuis le 10 Février juſqu'au 14 Avril, lui eſt devenue égale ce jour-là, commence à être plus petite que la longitude moyenne, & s'en écarte continuellement juſqu'au 15 Mai, où elle s'en écarte le plus; en ſorte qu'après le 14 Avril, le temps vrai commence à ſurpaſſer le temps moyen, & le ſurpaſſe le plus le 15 Mai: la différence eſt de $4'$ environ.

Le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, étant plus petit que le mouvement moyen $59' 8''$, depuis le 10 Février juſqu'au 15 Mai, les jours vrais ſont plus petits que le jour moyen pendant cet intervalle de temps. La plus grande inégalité a lieu le 25 Mars; alors le jour vrai eſt plus petit que le jour moyen, de $18'' \frac{1}{2}$.

Après le 15 Mai, le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, commence à devenir plus grand que le mouvement moyen: la différence va en croiſſant juſqu'au 21 Juin, où elle eſt la plus grande. Depuis le 15 Mai, l'aſcenſion droite vraie qui différoit le plus ce jour là de la longitude moyenne, s'en rapproche donc continuellement, & elle lui devient égale le 15 Juin; en ſorte que le temps vrai, qui, depuis le 15 Mai, s'eſt rapproché continuellement du temps moyen, lui eſt alors égal.

Le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, continue d'être plus grand que le mouvement moyen $59' 8''$, juſqu'au 26 Juillet, jour auquel il lui eſt égal; en ſorte que la différence qui étoit la plus grande le 21 Juin, commence dès-lors à diminuer, & devient enfin nulle le 26 Juillet. L'aſcenſion droite vraie devient donc plus grande après le 15 Juin, que la longitude moyenne, & elle la ſurpaſſe le plus le 26 Juillet. Le temps moyen commence donc à ſurpaſſer le temps vrai après le 15 Juin, & il le ſurpaſſe le plus le 26 Juillet; il le ſurpaſſe alors de $6' 1''$.

Après le 15 Mai, les jours vrais ſont donc plus grands que le jour moyen : l'inégalité croît juſqu'au 21 Juin, où le jour vrai ſe trouve plus long de 13″ environ, après lequel temps l'inégalité diminue juſqu'au 26 Juillet, & devient nulle ce jour là.

Après le 26 Juillet, le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, devient plus petit que le mouvement moyen, & la différence va en croiſſant juſqu'au 15 Septembre. Après le 26 Juillet, l'aſcenſion droite vraie ſe rapproche donc de la longitude moyenne, & le 30 Août elle lui devient égale. Le temps vrai qui différoit le plus le 26 Juillet, du temps moyen, s'en rapproche donc ſans ceſſe depuis ce jour là, & enfin lui devient égal le 30 Août.

Depuis le 15 Septembre juſqu'au 2 Novembre, le mouvement diurne en aſcenſion droite continue d'être plus petit que le mouvement moyen; en ſorte que la différence qui a toujours été en diminuant depuis le 15 Septembre, eſt nulle ce jour là. L'aſcenſion droite vraie devient donc plus petite après le 30 Août, que la longitude moyenne, s'en écarte continuellement juſqu'au 2 Novembre, & s'en écarte plus ce jour là. Depuis le 30 Août, le temps vrai ſurpaſſe donc le temps moyen, & la différence va en croiſſant juſqu'au 2 Novembre, où il le ſurpaſſe le plus; l'excès eſt de 16′ 14″.

Après le 26 Juillet, le jour vrai commence à être plus petit que le jour moyen; l'inégalité va en croiſſant juſqu'au 15 Septembre : alors le jour moyen ſurpaſſe le plus le jour vrai; il eſt plus grand de 21″. Juſqu'au 2 Novembre, le jour vrai continue d'être plus petit que le jour moyen.

Après le 2 Novembre, le mouvement diurne vrai en aſcenſion droite, devient plus grand que le mouvement moyen, & la différence va en croiſſant juſqu'au 23 Décembre. L'aſcenſion droite vraie du Soleil, qui s'écartoit le plus de la longitude moyenne, le 2 Novembre, s'en rapproche donc enſuite, & lui devient enfin égale le 23 Décembre. Le temps vrai, qui, depuis le 30 Août, a toujours ſurpaſſé le temps moyen, & qui l'a ſurpaſſé le plus le 2 Novembre, s'en rapproche donc ſans ceſſe depuis ce jour là, & lui devient enfin égal le 23 Décembre.

Après le 2 Novembre, le jour vrai eſt plus grand que le jour moyen; la différence va en croiſſant juſqu'au 23 Décembre, jour auquel la différence entre le jour vrai & le jour moyen, eſt la plus grande de toute l'année. Ce jour là, le jour vrai eſt plus grand que le jour moyen, de 30″.

(*b*) Nous allons faire voir comment on peut exprimer l'équation du temps par une formule générale. Quoiqu'elle ſuppoſe quelques élémens dont nous n'avons pas encore parlé, nous croyons que ce ne peut être une raiſon pour ne la pas faire connoître dès à préſent.

Soit $p$ la longitude vraie du Soleil, $f$ la longitude de l'Apogée, $u$ la longitude moyenne, $e$ l'excentricité du Soleil; on a

$$du = \frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}\,dp}{(1-e\cos.(p-f))^2};$$

intégrant, on a

$u = p + 2e\sin.(p-f) + (\frac{3}{4}e^2 + \frac{1}{8}e^4 + \&.)\sin.2(p-f) + (\frac{1}{3}e^3 + \frac{1}{8}e^5 + \&c.)\sin.3(p-f) + (\frac{5}{32}e^4 + \&c.)\sin.4(p-f) + \&c.$

Repréſentant par $x$ l'aſcenſion droite vraie du Soleil, & par $g$ l'obliquité de l'Ecliptique, on aura $\text{tang.}\,x = \cos.g.\text{tang.}\,p$; différenciant, on aura

$$d.\text{tang.}\,x = \frac{dx}{\cos.x^2} = \frac{\cos.g.\,dp}{\cos.p^2};$$

mais $\cos.x^2 = \frac{1}{1+\cos.g^2\,\text{tang.}\,p^2}$, donc

$$dx = \frac{\cos.g.\,dp}{\cos.p^2 + \cos.g^2\sin.p^2} = \frac{2\cos.g.\,dp}{1+\cos.2p+\cos.g^2-\cos.g^2\cos.2p}$$

$$= \frac{2\cos.g.\,dp}{1+\cos.g^2+\sin.g^2\cos.2p} = \frac{2a\,dp}{1+b\cos.2p},$$

en faiſant $\frac{\cos.g}{1+\cos.g^2} = a$, & $\frac{\sin.g^2}{1+\cos.g^2} = b$.

On trouve, en diviſant

$$\frac{1}{1+b\cos.2p} = 1 - b\cos.2p + b^2\cos.2p^2 - b^3\cos.2p^3 + b^4\cos.2p^4 - \&c.$$

mais $\cos.2p^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos.4p$, $\cos.2p^3 = \frac{3}{4}\cos.2p + \frac{1}{4}\cos.6p$, $\cos.2p^4 = \frac{3}{8} + \frac{4}{8}\cos.4p + \frac{1}{8}\cos.8p$, &c.

ainſi on a

$$\frac{1}{1+b\cos.2p} = 1 + \tfrac{1}{2}b^2 + \tfrac{3}{8}b^4 + \&c. - (b + \tfrac{3}{4}b^3 + \&c.)\cos.2p + (\tfrac{1}{2}b^2 + \tfrac{4}{8}b^4 + \&c.)\cos.4p - (\tfrac{1}{4}b^3 + \&c.)\cos.6p + \&c.$$

enſorte que $\frac{1}{1+b\cos.2p}$ eſt égal à une ſérie de la forme

$$A - B\cos.2p + C\cos.4p - D\cos.6p + \&c.$$

dans laquelle $A = 1 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{3}{8}b^4 + \&c. = \frac{1}{\sqrt{(1-bb)}}$.

Pour avoir facilement les autres coefficiens, $B$, $C$, $D$, &c. on n'a qu'à multiplier la série $A - B$ cos. $2p +$ cos. $4p +$ &c. par $1 + b$ cos. $2p$; on aura, $1 = A - \frac{1}{2}Bb + (-B + Ab + \frac{1}{2}Cb)$ cos. $2p + (C - \frac{1}{2}Bb - \frac{1}{2}Db)$ cos. $4p + (-D + \frac{1}{2}Cb + \frac{1}{2}Eb)$ cos. $6p +$ &c. ce qui donne $B = \frac{2}{b}(A - 1)$,

$$C = \frac{2B - 2Ab}{b},\quad D = \frac{2C - Bb}{b},\quad E = \frac{2D - Cb}{b},\ \text{&c.}$$

comme $b = \frac{\text{sin. } g^2}{1 + \text{cos. } g^2}$, on a $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \text{cos. } g^2}{\text{cos. } g}$; donc

$$B = \frac{1 - \text{cos. } g}{1 + \text{cos. } g} \cdot \frac{1 + \text{cos. } g^2}{\text{cos. } g},$$

$$C = \frac{(1 - \text{cos. } g)^2}{(1 + \text{cos. } g)^2} \cdot \frac{1 + \text{cos. } g^2}{\text{cos. } g},$$

$$D = \frac{(1 - \text{cos. } g)^3}{(1 + \text{cos. } g)^3} \cdot \frac{1 + \text{cos. } g^2}{\text{cos. } g},$$

&c.

mais $2a = \frac{2 \text{ cos. } g}{1 + \text{cos. } g^2}$, & $\frac{1 - \text{cos. } g}{1 + \text{cos. } g} = \text{tang. } \frac{1}{2}g^2$,

donc enfin on aura $dx = dp - 2$ tang. $\frac{1}{2}g^2 . dp$ cos. $2p +$ 2 tang. $\frac{1}{2}g^4 . dp$ cos. $4p - 2$ tang. $\frac{1}{2}g^6 . dp$ cos. $6p +$ &c.

donc en intégrant,

$$x = p - \text{tang. } \tfrac{1}{2}g^2 \text{ sin. } 2p + \tfrac{1}{2} \text{tang. } \tfrac{1}{2}g^4 \text{ sin. } 4p - \tfrac{1}{3} \text{tang. } \tfrac{1}{2}g^6 \text{ sin. } 6p + \text{&c.}$$

Mais l'équation du temps eſt égale à l'aſcenſion droite vraie moins la longitude moyenne, c'eſt-à-dire, à $x - u$. Multipliant $x - u$, par le nonbre de ſecondes que vaut l'arc égal du rayon, c'eſt-à-dire, par 206264″, & diviſant par 15, on aura l'équation du temps, en ſecondes de temps. Soit $\frac{206264}{15} = n$, on aura donc l'équation du temps égale à

$$-2ne \text{ sin. } (p - f) - n \text{ tang. } \tfrac{1}{2}g^2 \text{ sin. } 2p - n(\tfrac{3}{4}e^2 + \tfrac{1}{8}e^4) \text{ sin. } 2(p - f) + \tfrac{1}{2}n \text{ tang. } \tfrac{1}{2}g^4 \text{ sin. } 4p - \tfrac{1}{3}ne^3 \text{ sin. } 3(p - f) - \tfrac{1}{3}n \text{ tang. } \tfrac{1}{2}g^6 \text{ sin. } 6p - \text{&c.}$$

Suivant le Citoyen Lalande, l'excentricité du Soleil, $e = 0{,}01680207$, & $g = 23° 28' 15''$; ainſi on trouve $2ne = 462$, $n$ tang. $\frac{1}{2}g^2 = 593$, $n(\frac{3}{4}e^2 + \frac{1}{8}e^4) = 2{,}979$,

$\frac{1}{2} n$ tang. $\frac{1}{2} g^4 = 12{,}8$ ; on néglige les termes ſuivans comme extrêmement petits. L'équation du temps eſt donc égale à

$$-462'' \text{ ſin. } (p-f) - 593'' \text{ ſin. } 2p - 3'' \text{ ſin. } 2(p-f) + 13'' \text{ ſin. } 4p.$$

Cette expreſſiou a été donnée par le Citoyen la Grange, dans la premiere partie des mémoires de l'Académie des ſciences, pour 1772; mais nous y ſommes parvenus par un procédé différent du ſien.

En expoſant l'origine de la différence entre le temps vrai & le temps moyen, de même que dans la recherche de ſon expreſſion, on a ſuppoſé tacitement que le Soleil n'a d'autre inégalité dans ſon mouvement apparent dans l'Ecliptique, que celle qui appartient au mouvement elliptique, ce qui n'eſt pas exactement vrai; car les Planetes, & particulierement la Lune, Vénus & Jupiter, troublent par leur action ſur la Terre, ſon mouvement autour du Soleil, & par conſéquent le mouvement apparent de cet Aſtre, dans l'Ecliptique. Or il eſt évident que ces dérangemens ne peuvent avoir lieu, ſans que l'aſcenſion droite vraie en ſoit affectée; ajoutez à cela le changement que lui occaſionne l'inégalité de la préceſſion des Equinoxes. De-là réſultent quelques petites inégalités dans la différence entre le temps vrai & le temps moyen; quoiqu'elles ſoient très-petites en général, & que par cette raiſon on ſe permette généralement de les négliger, il peut cependant arriver qu'on ſoit forcé d'en tenir compte; car leur ſomme peut monter à $2'' \frac{1}{2}$ de temps.

### *De la Méthode des hauteurs correſpondantes.*

Le mouvement de la Terre autour de ſon axe étant uniforme, & par conſéquent le mouvement diurne de la ſphere céleſte l'étant auſſi, il s'en ſuit qu'un Aſtre eſt à la même hauteur, avant & après ſon paſſage au Méridien, à des inſtants également éloignés de celui de ſon paſſage. Si donc l'on veut avoir l'inſtant du paſſage d'un Aſtre au Méridien, on n'aura qu'à prendre une hauteur de cet Aſtre avant ſon paſſage, & obſerver cet Aſtre à la même hauteur après ce paſſage; le milieu entre les deux inſtants, que l'horloge a marqué lors des deux obſervations, ſera le temps qu'elle marquoit lorſqu'il a paſſé au Méridien. C'eſt ainſi qu'on détermine le temps vrai en employant le Soleil.

Cette méthode eſt connue ſous le nom de *méthode des hauteurs correſpondantes* : comme ſon exactitude dépend de celle avec laquelle on obtient les hauteurs, il faut obſerver l'Aſtre lorſque ſon mouvement en hauteur eſt le plus rapide; ce qui arrive lorſque ſa déclinaiſon étant plus petite que la latitude & de même

dénomination, il paſſe au premier vertical; ou lorſque ſa déclinaiſon étant plus grande que la latitude & de même dénomination, il arrive au point où ſon vertical & ſon parallele ſe touchent; en ſorte qu'il faut au moins obſerver l'Aſtre lorſqu'il eſt le plus près qu'il eſt poſſible de l'une ou de l'autre de ces circonſtances.

Afin d'obtenir l'heure du paſſage avec toute la préciſion poſſible, on prend pluſieurs hauteurs de l'Aſtre avant & après; prenant enſuite le milieu entre les inſtants qu'elles donnent du paſſage, on a l'inſtant cherché auſſi exactement qu'on le déſire.

Au reſte, il faut bien obſerver que le milieu entre les deux inſtants où les hauteurs correſpondantes d'un Aſtre ont été priſes, n'eſt l'inſtant du paſſage de cet Aſtre au Méridien, qu'autant que ſa déclinaiſon ne change point, ou qu'il reſte à la même diſtance du pole élevé; car ſi, comme le Soleil, ſa déclinaiſon change d'un inſtant à l'autre, & qu'en vertu de ce changement il s'approche du pole élevé, il parviendra plus tard à la hauteur à laquelle il a été obſervé avant le paſſage, que ſi la déclinaiſon étoit reſtée la même; c'eſt-à-dire, que l'inſtant où il ſera parvenu, en deſcendant, à la hauteur à laquelle il a été obſervé en montant, ſera plus éloigné de l'inſtant du paſſage au Méridien, que l'inſtant où il a été obſervé en montant; le milieu pris entre ces deux inſtants, tombera donc après le paſſage au Méridien. Si au contraire l'Aſtre va en s'éloignant du pole élevé, il parviendra plutôt, après ſon paſſage au Méridien, à la hauteur à laquelle il a été obſervé avant ce paſſage, que ſi ſa diſtance au pole élevé étoit demeurée la même; c'eſt-à-dire, que l'inſtant où il ſera parvenu, en deſcendant, à la hauteur à laquelle il a été obſervé en montant, ſera moins éloigné de l'inſtant du paſſage, que celui où il a été obſervé à cette hauteur, en montant. Le milieu pris entre ces deux inſtants, tombera donc avant le paſſage au Méridien. La petite différence entre ce milieu là & le moment du paſſage, eſt ce qu'on nomme *équation des hauteurs correſpondantes*. Voyons comment on la trouve.

Soit *HO* l'Horiſon (fig. 5), *HZO* le Méridien, *EQ* l'Equateur, *Ff* l'Almicantarat dans lequel le Soleil a été obſervé de part & d'autre du Méridien. Suppoſons que le Soleil s'approche du pole élevé. Soit *S* le point où il a été obſervé le matin, *s* celui où il a été obſervé le ſoir, *S'* celui où il eût été obſervé, s'il ne s'étoit pas approché du pole élevé. Il eſt évident que l'angle *ZPS* eſt l'angle horaire qui appartient à l'obſervation du matin, & *ZPs* celui qui appartient à celle du ſoir; *ZPS'* étant égal à *ZPS*, *S'Ps* eſt la petite quantité dont l'angle horaire *ZPs* ſurpaſſe l'angle horaire *ZPS*, & par conſéquent cette différence convertie en temps, donnera la quantité dont le temps écoulé entre le paſſage au Méridien & l'inſtant de la ſeconde obſervation, eſt plus

grand que le temps écoulé depuis la premiere juſqu'à l'heure du paſſage. Tout ſe réduit donc à calculer l'angle $S'Ps$. Prolongeons les deux cercles $PS'$ & $Ps$ juſqu'à la rencontre de l'Equateur ; le petit arc $Mm$ de l'Equateur ſera la meſure de l'angle $S'Ps$ ; or on a, $Mm : so :: 1 :$ ſin. $Ps$, & $so : S'o :: 1 :$ tang. $S'so$ ou tang. $PsZ$ ; donc $Mm : S'o :: 1 :$ ſin. $Ps$. tang. $PsZ$. Mais tang. $PsZ = \frac{\text{ſin. } P}{\text{ſin. } Ps. \text{ cot. } PZ - \text{cof. } Ps. \text{ cof. } P}$ ; donc $Mm$ ou $SP's : S'o :: \frac{\text{cot. } PZ}{\text{ſin. } P} - \frac{\text{cot. } PS'}{\text{tang. } P} : 1$ ; donc $S'Ps = S'o\left(\frac{\text{cot. } PZ}{\text{ſin. } P} - \frac{\text{cot. } PS'}{\text{tang. } P}\right)$ $=$ chang. en déclin. $\times \left(\frac{\text{tang. latitude}}{\text{ſin. angle hor.}} - \frac{\text{tang. déclin. du Soleil}}{\text{tang. angle hor.}}\right)$, quantité que nous nommerons $A$. Ayant ce petit angle en ſecondes, pour le convertir en ſecondes de temps, on n'aura qu'à le diviſer par 15, parce que $15''$ de degrés valent $1''$ de temps. Ainſi la petite quantité dont le temps écoulé entre le paſſage au Méridien & l'obſervation du ſoir, eſt plus grand que le temps écoulé entre l'obſervation du matin & l'heure du paſſage, eſt égale à $\frac{A}{15}$. Mais le milieu entre les obſervations, eſt compoſé de l'intervalle de temps écoulé depuis l'obſervation du matin juſqu'à l'inſtant du paſſage, & de la moitié de la différence dont le temps écoulé depuis ce paſſage juſqu'à l'obſervation du ſoir, ſurpaſſe le temps écoulé entre l'obſervation du matin & l'inſtant du paſſage : il faut donc retrancher la moitié de $\frac{A}{15}$ ou $\frac{A}{30}$, du milieu pris entre les obſervations.

Si le Soleil va en s'éloignant du pole élévé, la petite quantité dont le temps écoulé entre l'heure du paſſage & l'obſervation du ſoir, eſt plus petit que le temps écoulé entre l'obſervation du matin & le paſſage, a encore la même expreſſion ; & comme le milieu entre les obſervations, eſt égal à l'eſpace de temps écoulé entre l'obſervation du matin & l'heure du paſſage, moins la moitié de la petite différence dont le temps écoulé entre le paſſage au Méridien & l'obſervation du ſoir, eſt plus petit que le temps écoulé entre l'obſervation du matin & l'heure du paſſage, il faudra ajouter la quantité $\frac{A}{30}$ au milieu entre les obſervations.

Ainſi dans nos régions ſeptentrionales, cette équation doit ſe retrancher du milieu entre les obſervations, depuis le 21 Décembre juſqu'au 21 Juin, & s'ajouter depuis le 21 Juin juſqu'au 21 Décembre.

Tant que la déclinaiſon du Soleil eſt de même dénomination que

le pole élevé, le ſecond terme de l'équation a le ſigne *moins*; & il a le ſigne *plus*, quand elle eſt de dénomination différente ou que le Soleil eſt de l'autre côté de l'Equateur, par rapport au pole élevé.

On prend les hauteurs correſpondantes à Terre, avec le quart de cercle qu'il ſuffit de bien caler, c'eſt-à-dire, de mettre bien droit & bien perpendiculaire dans tous les ſens, en ſorte que le fil à plomb ne faſſe que raſer le limbe, ſans preſque le toucher, lorſqu'on fait tourner l'inſtrument autour de ſon axe. Le matin on dirige la lunette vers le Soleil, de maniere que le diſque de cet Aſtre paroiſſe au-deſſus du fil horizontal, à droite du centre de la lunette; on a ſoin de faire répondre exactement le fil à plomb, à une des diviſions du limbe, en donnant un léger mouvement au limbe. On attend que le premier bord du Soleil, ou le bord inférieur dans la lunette, qui eſt réellement le bord ſupérieur de cet Aſtre, vienne toucher le fil horizontal de la lunette; on compte la ſeconde à laquelle s'eſt fait le contact, on va voir l'heure & la minute à l'horloge, & l'on a le moment où le bord du Soleil étoit à la hauteur marquée par le fil à plomb.

L'après midi, quand le Soleil approche de la hauteur à laquelle on l'a obſervé le matin, on dirige la lunette vers cet Aſtre, de maniere qu'il paroiſſe au-deſſous du fil horizontal & à droite du centre; on fait répondre le fil à plomb à la même diviſion que le matin; on attend que le bord du Soleil qu'on a obſervé le matin, touche le fil horizontal, & l'on compte l'heure, la minute & la ſeconde où il eſt arrivé à ce fil. Il eſt abſolument néceſſaire que le Soleil raſe le même bord du fil, dans les deux obſervations.

Si l'on veut prendre des hauteurs correſpondantes, à la mer, on les obſervera avec le ſextant ou le quart de cercle de réflexion du Citoyen Borda; on obſervera le bord du Soleil, qui paroît l'inférieur dans la lunette, comme on le fait avec le quart de cercle. Il eſt important que dans ces deux obſervations, l'œil ſoit à la même hauteur au-deſſus du niveau de la mer.

Quand on a obtenu deux hauteurs correſpondantes, il eſt évident que ſi l'on prend la moitié de la ſomme de l'heure du matin & de l'heure du ſoir augmentée de 12 heures, & qu'on lui applique la correction qu'exige le changement que la déclinaiſon du Soleil a éprouvée dans l'intervalle des deux obſervations, on aura l'heure que marquoit l'horloge à l'inſtant du midi vrai, en ſuppoſant les obſervations parfaitement exactes. Mais comme on ne peut ſe flatter d'obtenir une telle exactitude, on prend toujours un certain nombre de hauteurs correſpondantes matin & ſoir; on prend un milieu entre les différens midis qu'elles donnent, & on applique au midi qui réſulte de cette opération, la correction qu'exige le changement en déclinaiſon. Quoique ce calcul ſoit fa-

cile, peut-être ne ſera-t-il pas déplacé d'en donner un exemple. Les hauteurs correſpondantes qui ſuivent, furent priſe à Cadix, le 4 Octobre 1769 ( *Voyage du Citoyen Fleurieu* ).

| *Hauteurs.* | | *Heures du matin.* | | | *Heures du ſoir.* | | | *Midis conclus.* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D. | M. | H. | M. | S. | H. | M. | S. | H. | M. | S. |
| 24 | 00 | 8 | 6 | 46,5 | 3 | 53 | 22,5 | 11 | 50 | 4,50 |
| 24 | 20 | 8 | 8 | 38,5 | 3 | 31 | 31,5 | 11 | 50 | 50,0 |
| 24 | 40 | 8 | 10 | 27,5 | 3 | 29 | 41,5 | 11 | 50 | 4,50 |
| 25 | 00 | 8 | 12 | 19,5 | 3 | 27 | 49,0 | 11 | 50 | 4,25 |
| 25 | 20 | 8 | 14 | 12,0 | 3 | 25 | 57,5 | 11 | 50 | 4,75 |
| 25 | 40 | 8 | 16 | 04,0 | 3 | 24 | 04,5 | 11 | 50 | 4,25 |
| 26 | 00 | 8 | 17 | 56,0 | 3 | 22 | 14,0 | 11 | 50 | 5,00 |
| 26 | 20 | 8 | 19 | 49,5 | 3 | 20 | 20,5 | 11 | 50 | 4,50 |
| 26 | 40 | 8 | 21 | 42,0 | 3 | 18 | 26,5 | 11 | 50 | 4,25 |
| 27 | 00 | 8 | 23 | 36,5 | 3 | 16 | 33,0 | 11 | 50 | 4,75 |
| 27 | 20 | 8 | 25 | 29.5 | 3 | 14 | 39,5 | 11 | 50 | 4,50 |
| 27 | 40 | 8 | 27 | 24,5 | 3 | 12 | 45,0 | 11 | 50 | 4,75 |

Midi pris par un milieu, non corrigé... $11^h\ 50'\ 4'',58$
Correction..... $+\ 13'',51$
Midi corrigé, $11^h\ 50'\ 18'',09$

Il eſt preſque ſuperflu de dire que, pour avoir chaque midi conclu, on a fait une ſomme de l'heure du matin & de l'heure du ſoir augmentée de 12 heures, & qu'on en a pris la moitié.

Voyons comment on a trouvé la correction ou autrement l'équation des hauteurs correſpondantes. La formule qui exprime cette équation, eſt, en nommant $m$ le changement en déclinaiſon pour la moitié de l'intervalle entre les obſervations,

$$\frac{m}{15}\left(\frac{\text{tang. de la latitude}}{\text{ſin. angle horaire}} - \frac{\text{tang. déclinaiſon}}{\text{tang. angle horaire}}\right),$$ ainſi qu'on l'a vu ci-deſſus.

Pour faire le calcul de cette formule, il faut commencer par trouver l'intervalle moyen entre les hauteurs. Pour cela, on ajoutera le complément de l'heure du matin de la premiere hauteur à 12 heures, avec l'heure du ſoir de la hauteur correſpondante, ce qui donnera $7^h\ 26'\ 36''$, pour l'intervalle entre ces deux heures. On fera la même opération ſur les heures des deux dernieres hauteurs, & l'on aura $6^h\ 45'\ 20'',5$ : on ajoutera ces deux intervalles, on prendra la moitié de leur ſomme, laquelle donnera l'intervalle moyen de $7^h\ 5'\ 50'',25$ ; on prendra la moitié, $3^h\ 32'\ 55'',125$, qu'on convertira en degrés, pour avoir l'angle horaire qu'on trouvera de $53°\ 13'\ 47''$.

Pour avoir la déclinaiſon du Soleil, il faut ſavoir que Cadix eſt

à l'occident de Paris, de 34′ 32″ de temps; en ſorte que lorſqu'on compte midi à Cadix, on compte 34′ 32″ de plus à Paris. On prendra donc dans la *Connoiſſance des temps*, la différence entre la déclinaiſon du Soleil pour le 4 à midi à Paris & la déclinaiſon pour le 5, qu'on trouvera de 23′ 12″. On fera enſuite une proportion dont le premier terme eſt 24ʰ, ou 1440′; le ſecond 34′ 32″, ou 34′,53, & le troiſieme 23′ 12″, ou 1392″; on trouvera 33″ pour le quatrieme terme, qu'il faudra ajouter à la déclinaiſon du Soleil pour le 4 à midi à Paris, laquelle eſt 4° 33′ 16′, & l'on aura 4° 33′ 49″ pour la déclinaiſon du Soleil le 4 Octobre, à 0ʰ 34′ 32″ à Paris, ou à midi vrai à Cadix.

Pour avoir le changement en déclinaiſon pendant le demi intervalle des hauteurs, 3ʰ 32′ 55″,125; on prendra les changements en déclinaiſon du 3 au 4 & du 4 au 5, qu'on trouvera de 23′ 13″, & de 23′ 12″; la moitié de la ſomme 23′ 12″,5 ſera le changement moyen en 24 heures. On fera enſuite une proportion, dont le premier terme ſera 24ʰ, le ſecond 3ʰ 32′ 55″,125, ou 3ʰ,5486; & le troiſieme 23′ 12″,5, ou 1392″,5; le quatrieme terme 205″,9 ſera le changement en déclinaiſon, dans l'eſpace de 3ʰ 32′ 55″,125.

La latitude de Cadix eſt 36° 31′ 15″.

Maintenant qu'on a tous les éléments qui entrent dans l'expreſſion de l'équation des hauteurs correſpondantes, il n'eſt rien de ſi facile que d'en faire le calcul, & l'on trouve 13″,51 pour équation ou correction du midi, laquelle doit s'ajouter au midi non corrigé, à cauſe que le Soleil eſt dans les ſignes aſcendants.

Si l'on vouloit trouver la différence du temps de l'horloge, au temps moyen, il faudroit trouver le temps moyen correſpondant au midi vrai de Cadix. Pour cela, il faut obſerver que le 4 Octobre 1769, le temps moyen à midi vrai à Paris, étoit 11ʰ 48′ 40″,5, & que le 5, il étoit 11ʰ 48′ 22″,2; d'où l'on voit que le temps moyen alloit en diminuant, & qu'il diminuoit de 17″,6 en 24 heures. Pour avoir ſa diminution dans l'eſpace de 34′ 32″, il faut faire cette proportion, 24ʰ : 17″,6 :: 34′,53 : un quatrieme terme qu'on trouve de 0″,42, le retranchant du temps moyen 11ʰ 48′ 40″,5 qui correſpond le 4, au Midi vrai de Paris, on aura le temps moyen pour 34′ 32″ apres midi à Paris, ou pour midi vrai à Cadix, lequel ſera par conſéquent 11ʰ 48′ 40″,08. Donc puiſqu'à l'inſtant du midi vrai de Cadix, l'horloge marquoit 11ʰ 50′ 18″,09, l'horloge avançoit à midi vrai, ſur le temps moyen, de 1′ 38″,01.

# CHAPITRE V.

## *Des Déclinaiſons & des Aſcenſions droites des Aſtres, & de leur uſage.*

ON détermine ainſi que nous l'avons déjà dit, les déclinaiſons des Aſtres, en obſervant leur hauteur méridienne avec un inſtrument fixé dans le plan du méridien. La différence entre cette hauteur & celle de l'Equateur, eſt la déclinaiſon cherchée. Elle eſt de même dénomination que la hauteur du pole élevé ou de dénomination différente, ſuivant que la hauteur de l'Aſtre eſt plus grande ou plus petite que celle de l'Equateur.

Pour déterminer les aſcenſions droites des Aſtres, il faut obſerver le temps de leur paſſage au méridien avec le ſecours d'une horloge & d'un inſtrument placé dans le plan de ce cercle, ou ce qui vaut encore mieux, le déterminer par des hauteurs correſpondantes. Comme le mouvement diurne eſt uniforme, la différence des aſcenſions droites de deux Aſtres, eſt proportionnelle à la différence des temps de leurs paſſages au méridien. Ainſi on trouve d'abord leur différence d'aſcenſion droite, en faiſant la proportion ſuivante, qui ſuppoſe que l'horloge ſoit réglée au temps moyen; le temps d'une révolution entière $23^h\ 56'\ 4''$, eſt à 360°, comme le temps écoulé entre les paſſages des deux Aſtres au méridien, eſt à leur différence d'aſcenſion droite; ou ſi l'horloge n'eſt pas réglée au temps moyen, l'intervalle de temps que donne l'horloge pour une révolution entiere, eſt à 360°, comme la différence des temps qu'elle à marqués lors des paſſages des deux Aſtres au méridien, eſt à leur

différence d'aſcenſion droite. Si donc on connoît l'aſcenſion droite de l'un, on aura auſſi-tôt celle de l'autre.

On remarquera que l'aſcenſion droite ſe comptant de l'Oueſt à l'Eſt, tandis que le mouvement diurne ſe fait en ſens contraire, c'eſt-à-dire, de l'Eſt à l'Oueſt, l'Aſtre qui paſſe le premier au méridien, a moins d'aſcenſion droite que l'autre, ou eſt moins avancé vers l'Eſt.

Suivant ce qu'on vient de dire, on voit qu'il ſuffit de connoître l'aſcenſion droite d'un Aſtre, pour avoir celle de tous les autres. Or voici une méthode qu'on doit à Flamſteed, qui a l'avantage de donner tout-à-la-fois l'aſcenſion droite du Soleil & celle d'une Etoile à laquelle on le compare. On obſervera la hauteur méridienne du Soleil, lorſqu'il eſt dans le voiſinage d'un des équinoxes, ou du moins lorſque ſon mouvement diurne en déclinaiſon, n'eſt pas au deſſous de 15 ou 16 minutes, & ſa différence d'aſcenſion droite avec l'Etoile qu'on aura choiſie. Après le ſolſtice ſuivant, lorſque le Soleil ſera parvenu à la même hauteur méridienne, on obſervera encore la différence d'aſcenſion droite entre cet Aſtre & l'Etoile. Au moyen de ces deux différences, on trouvera l'arc de l'Equateur, qui meſure le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, dans l'intervalle de temps qu'il aura mis à retourner au même parallele, c'eſt-à-dire, à ſe retrouver à la même diſtance du ſolſtice; la moitié de cet arc ſera la diſtance du Soleil au colure des ſolſtices, & le complément ſera l'aſcenſion droite qu'il avoit lors de la premiere obſervation. Ayant la différence d'aſcenſion droite du Soleil & de l'Etoile, par cette obſervation, on aura auſſi-tôt l'aſcenſion droite de l'Etoile.

M. La Caille, dans ſes leçons d'Aſtronomie fait l'application ſuivante de cette méthode. Le 12 Avril 1749, ce célèbre Aſtronome obſerva, à Paris, la hauteur méridienne du centre du Soleil, de 49° 58′ 33″, & par un grand nombre de hauteurs correſpondantes

du

du Soleil & de la Lyre, il conclut leur différence d'aſcenſion droite à midi, de 103° 50′ 54″. Le 30 Août ſuivant, le Soleil étant parvenu à-peu-près au même parallele, il obſerva la hauteur méridienne de ſon centre, de 50° 3′ 8″, plus grande par conſéquent de 4′ 35″ que le 12 Avril, & il trouva la différence d'aſcenſion droite entre la Lyre & le Soleil, de 241° 43′ 26″.

Puiſque la hauteur du Soleil, le 30 Août, étoit plus grande que le 12 Avril, il étoit plus éloigné du ſolſtice, le 12 Avril, que le 30 Août. Ainſi l'Etoile ayant paſſé la premiere au méridien, il a fallu ajouter à la premiere différence d'aſcenſion droite, la quantité dont elle a dû être plus grande, ou dont le Soleil a dû s'avancer en aſcenſion droite, depuis le 12 Avril à midi, pour qu'il ſe ſoit trouvé à la même diſtance du colure des ſolſtices, que dans la ſeconde obſervation. Or les Tables Aſtronomiques donnent 55′ 10″,4 pour le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, du 12 au 13 Avril à midi, & 21′ 45″,4 pour le mouvement en déclinaiſon. Ainſi, pour trouver la quantité cherchée, on n'a eu qu'à faire cette proportion, 21′ 45″,4 : 55′ 10″,4 :: 4′ 35″ : à un quatrieme terme qu'on trouve de 11′ 37″. Lors donc que le Soleil étoit, le 12 Avril, à la même diſtance du colure des ſolſtices, que le 30 Août, ſa différence d'aſcenſion droite avec la Lyre étoit de 104° 2′ 51″.

Retranchant cette différence d'aſcenſion droite, de la ſeconde 241° 43′ 26″, la différence 137° 40′ 55″ eût été le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, dans l'intervalle de ſon retour au même parallele, ſi l'Etoile n'avoit eu aucun mouvement. Mais à cauſe de l'aberration (*c*), de la préceſſion & de la nutation, la Lyre a eu, dans le même intervalle, un mouvement de 18″ en aſcenſion droite, dans le même ſens que le Soleil. Donc pour avoir le mouvement en aſcenſion droite que le Soleil a eu réellement dans l'intervalle de ſon retour au même parallele, il a fallu

ajouter ces 18″ à celui qu'on a trouvé, ce qui donne 137° 41′ 13″ pour le mouvement cherché. La moitié 68° 50′ 36″,5 eſt la diſtance à laquelle le Soleil étoit du colure des ſolſtices, lorſqu'il paſſoit, le 12 Avril, par le même parallele que le 30 Août. Le complément 21° 9′ 23″,5 eſt donc l'aſcenſion droite que le Soleil avoit, le 12 Avril, lorſqu'il paſſoit par ce parallele. L'aſcenſion droite du Soleil étant plus petite que la différence d'aſcenſion droite 104° 2′ 31″, on n'a eu qu'à retrancher de 360°, la quantité 82° 53′ 7″,5 dont elle étoit plus petite, pour avoir l'aſcenſion droite 277° 6′ 52″,5 de la Lyre, le 12 Avril 1749.

Puiſque, le 12 Avril, le mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite étoit de 55′ 10″,4, & que la quantité dont l'aſcenſion droite de cet Aſtre étoit plus grande ce jour là, lorſqu'il parvint dans le même parallele que le 30 Août, qu'elle ne l'étoit à midi, ſe trouvoit de 11′ 37″, l'aſcenſion droite de cet Aſtre employa $5^h$ 3′ 5″ à augmenter de cette quantité. Ainſi ce fut à $5^h$ 3′ 5″, le 12 Avril, que l'aſcenſion droite du Soleil fut de 21° 9′ 23″,5.

Cette méthode à ſervi à M. La Caille à déterminer, par un grand nombre d'obſervations, l'aſcenſion droite de la Lyre, pour le premier Janvier 1750, de 277° 7′ 4″,2, & celle de Sirius, de 98° 32′ 2″ (*b*).

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon des Aſtres ſervent, comme on l'a vu, à déterminer leur longitude & leur latitude.

L'aſcenſion droite ſert à calculer l'heure du paſſage d'un Aſtre au Méridien. On cherche l'aſcenſion droite du Soleil & celle de l'Aſtre pour le midi du jour pour lequel on veut avoir l'heure du paſſage de cet Aſtre au Méridien. On retranche l'aſcenſion droite du Soleil de celle de l'Aſtre augmentée de 360°, ſi elle eſt plus petite que celle du Soleil; le reſte converti en temps, à raiſon d'une heure pour 15°, donne l'heure du paſſage, c'eſt-à-dire, le temps écoulé entre midi

& l'heure du paſſage. Car ſuppoſant que *MR* (*Fig.* 6) repréſente le Méridien, *MEROM* l'Equateur, *E* l'Orient, *O* l'Occident, $\gamma$ le premier point du Belier, *M* le point de l'Equateur où répond l'Aſtre lorſqu'il eſt dans le méridien, *S* celui où le Soleil répond, il eſt clair que $\gamma$ *OM* eſt l'aſcenſion droite de l'Aſtre, $\gamma S$ celle du Soleil, & que l'excès *SM* de l'aſcenſion droite de l'Aſtre ſur celle du Soleil, eſt la diſtance du Soleil au méridien, laquelle, comme on ſait, marque l'heure ou le temps vrai.

L'opération précédente ne donne pas exactement l'heure du paſſage, parce que les aſcenſions droites des Aſtres changeant continuellement, celles que l'Aſtre & le Soleil ont à midi, ne ſont pas les mêmes que celles qu'ils ont à l'inſtant du paſſage de l'Aſtre au Méridien, qui ſont vraiment celles qu'on devroit employer. Mais comme l'heure trouvée ne diffère jamais d'une minute de la véritable, il eſt évident qu'on obtiendra toute la préciſion qu'on peut déſirer, en calculant les aſcenſions droites de l'Aſtre & du Soleil pour cette heure là, retranchant enſuite celle du Soleil de celle de l'Aſtre, & convertiſſant le reſte en temps.

Si l'Aſtre dont on cherche le paſſage au Méridien, eſt une Etoile, comme les Etoiles anticipent chaque jour ſur le Soleil d'environ $4'$ de temps, ce qui forme $10''$ par heure, il faudra retrancher du temps trouvé en premier lieu, $10''$ pour chaque heure; & comme leur aſcenſion droite ne change pas ſenſiblement dans l'eſpace d'un jour, même dans l'eſpace de pluſieurs, on n'aura à calculer de nouveau que l'aſcenſion droite du Soleil.

On demande le paſſage d'Antares au Méridien de Paris, le 15 Avril 1782. L'aſcenſion droite de cette Etoile pour ce jour là, étoit de $244° 1' 31''$, & celle du Soleil, à midi, étoit de $23° 43' 42''$. La différence $220° 17' 49''$, convertie en temps, à raiſon d'une heure pour $15°$, donne $14^h 41' 11''$, dont

retranchant 2′ 26″, à cauſe de l'accélération de l'Etoile, il reſtera 14ʰ 38′ 45″ pour l'heure approchée de ce paſſage. On cherchera l'aſcenſion droite du Soleil pour cet inſtant; on la trouvera de 24° 17′ 45″; la retranchant de celle de l'Etoile, il reſtera 219° 43′ 46″, qui convertis en temps, donnent 14ʰ 38′ 55″ pour l'heure du paſſage d'Antarès au méridien de Paris, le 15 Avril 1782.

On peut encore s'y prendre de la maniere ſuivante; quand on aura fait la premiere opération, on prendra le mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite pour le jour du paſſage, & l'on fera cette proportion; 24ʰ ſont au mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite, comme le temps déjà trouvé eſt à un quatrieme terme qu'on réduira en temps, & qu'on retranchera du temps trouvé; car l'aſcenſion droite du Soleil croiſſant continuellement comme celle de tous les Aſtres, la différence entre ſon aſcenſion droite & celle de l'Etoile, va en diminuant, & par conſéquent on doit trouver un temps plus court que celui qu'on à trouvé en premier lieu, pour le paſſage de l'Etoile au méridien.

Ainſi ayant trouvé le temps 14ʰ 41′ 11″, par la premiere opération, on prendra le mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite, du 15 au 16 Avril, qu'on trouvera de 55′ 29″, & on fera cette proportion; 24ʰ : 55′ 29″ :: 14ʰ 41′ 11″ : au mouvement en aſcenſion droite pendant ce temps-là, qu'on trouvera de 34′ 9″, qui converti en temps, donne 2′ 16″; les retranchant de 14ʰ 41′ 11″, il reſtera 14ʰ 38′ 55″ pour le temps cherché du paſſage, comme par le premier procédé.

Lorſqu'on cherche le paſſage d'un Aſtre au méridien d'un lieu différent de celui pour lequel les tables dont on ſe ſert ſont calculées, il faut avoir égard à ſa poſition en longitude par rapport à celui-là. Si les tables ſont calculées pour le méridien de Paris, il faut ſavoir de combien le lieu dont il s'agit eſt à l'Eſt ou à l'Oueſt de Paris. Car lorſqu'on compte une certaine heure dans ce lieu-là, on compte moins ou plus

à Paris, de la différence qu'il y a entre le méridien de Paris & le méridien de ce lieu, convertie en temps, ſuivant que ce lieu eſt à l'Eſt ou à l'Oueſt de Paris; en ſorte que dans le calcul des aſcenſions droites, il faudra retrancher de l'heure pour laquelle on veut les calculer, ou lui ajouter, ſelon que le lieu eſt à l'Eſt ou à l'Oueſt de Paris, la différence des méridiens convertie en temps, pour avoir l'heure qu'on compte alors à Paris, & calculer les aſcenſions droites pour cette heure-là.

On veut trouver l'heure du paſſage de Regulus au méridien de Conſtantinople, le 1er. Septembre 1771. Comme Conſtantinople eſt à l'Eſt de Paris, on retranchera la différence des Méridiens en temps, $1^h\ 46'\ 20''$, de 24 heures, le reſte $22^h\ 13'\ 40''$ ſera l'heure qu'on comptoit à Paris le 31 Août, lorſqu'on comptoit midi à Conſtantinople le premier Septembre. Or on trouve que l'aſcenſion droite du Soleil, pour cette heure-là, étoit de $160°\ 13'\ 30''$; celle de Regulus étoit alors de $149°$, lui ajoutant $360°$ & retranchant enſuite l'aſcenſion droite du Soleil, il reſte $348°\ 46'\ 30''$, ce qui donne en temps, $23^h\ 15'\ 6''$, dont retranchant le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, qui, pour $23^h\ 15'$, étoit de $3'\ 29''$, on aura $23^h\ 11'\ 37''$ pour l'inſtant du paſſage de Regulus au méridien de Conſtantinople, le premier Septembre 1771, ou, en temps civil, le 2 Septembre à $11^h\ 11'\ 37''$ du matin.

---

(*b*) En obſervant encore la différence d'aſcenſion droite du Soleil & de la même Étoile vers le temps du ſolſtice, ou vers le temps de l'équinoxe, on trouve par cette méthode le moment du paſſage du Soleil par le colure des ſolſtices, ou par celui des équinoxes: c'eſt ce qu'on va voir par les exemples ſuivans.

On veut trouver le moment du paſſage du Soleil par le colure des ſolſtices, au mois de Juin 1749. On ajoutera d'abord les différences d'aſcenſion droite entre le Soleil & la Lyre, $104°\ 2'\ 31''$ & $241°\ 43'\ 26''$, lorſque cet Aſtre étoit à diſtances égales du colure des ſolſtices, & l'on en prendra la moitié $172°\ 52'\ 58'',5$.

qui ſera la différence d'aſcenſion droite du Soleil & de la Lyre, au moment où cet Aſtre étoit dans le colure des ſolſtices. Il ne s'agit donc plus que de ſavoir à quelle heure il y eut cette différence d'aſcenſion droite. Pour parvenir à la trouver, M. la Caille obſerva, le 19 Juin à midi, la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & la Lyre, & il la trouva de 170° 53′ 10″,5. Le 19 Juin, le Soleil avoit donc encore 1° 59′ 48″ à faire en aſcenſion droite, pour atteindre le ſolſtice. Mais les tables donnent 1° 2′ 23″ pour le mouvement diurne du Soleil en aſcenſion droite, vers le 19, le 20 & le 21 Juin; on dira donc, ſi le Soleil emploie 24ʰ à faire 1° 2′ 23″, combien mettra-t-il de temps à décrire 1° 59′ 48″; on trouvera 46ʰ 5′ 20″; le Soleil traverſa donc le colure des ſolſtices, le 20 Juin à 22ʰ 5′ 20″. (*Leçons d'Aſtronomie de M. la Caille*).

Pour trouver le moment de l'équinoxe, M. la Caille retranche l'aſcenſion droite du Soleil 21° 9′ 23″, de 104° 2′ 31″, différence d'aſcenſion droite entre cet Aſtre & la Lyre, le 12 Avril; le reſte 82° 53′ 7″,5 eſt la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & la Lyre, au moment où le Soleil avoit paſſé par le colure des équinoxes, avant le 12 Avril. Or M. la Caille avoit obſervé, le 21 Mars à midi, la différence d'aſcenſion droite, de 83° 49′ 18″,8. Le Soleil avoit donc fait déjà 56′ 11″,3 en aſcenſion droite, depuis le moment où il étoit arrivé à l'équinoxe. Mais du 20 au 21 Mars, le Soleil avoit parcouru 54′ 32″ en aſcenſion droite; on n'a donc plus qu'à faire: comme 54′ 32″ ſont à 24ʰ, ainſi 56′ 11″,3 ſont au temps écoulé depuis le paſſage du Soleil par l'équinoxe juſqu'au 21 Mars à midi, qu'on trouve de 24ʰ 44′. L'équinoxe étoit donc arrivé le 19 Mars à 23ʰ 16′. (*Leçons d'Aſtronomie de M. la Caille*).

On a négligé quelques petites corrections qu'il y avoit à faire aux obſervations, tant à cauſe des petits mouvemens apparens de l'Etoile, qu'à cauſe des dérangemens que l'action des Planetes produit dans le mouvement de la Terre, & par conſéquent dans le mouvement apparent du Soleil. Ainſi il faut ſe garder de conſidérer comme bien exactes les déterminations précédentes du mouvement du ſolſtice & de l'équinoxe.

Quoique les Etoiles ſoient fixes dans l'eſpace, leur aſcenſion droite & leur déclinaiſon changent continuellement. Ces changements proviennent du mouvement rétrograde & inégal des points équinoxiaux ſur l'Écliptique, produit par l'action du Soleil & de la Lune ſur le ſphéroïde applati de la Terre, d'où réſulte un changement continuel dans la poſition de l'Équateur à l'égard de l'Écliptique, & par conſéquent dans l'interſection du plan de ce cercle avec celui de l'Écliptique.

Ce mouvement rétrograde des points équinoxiaux ſur l'Écliptique, eſt connu ſous le nom de *préceſſion des équinoxes*: ſa

quantité moyenne eſt d'environ $50'' \frac{1}{4}$ par an. Le changement qui en réſulte dans l'aſcenſion droite des Etoiles, ſe nomme *préceſſion en aſcenſion droite*; & celui qui en réſulte dans la déclinaiſon, ſe nomme *préceſſion en déclinaiſon*. Il s'agit de faire voir comment on trouve l'une & l'autre.

Au lieu de ſuppoſer que les Etoiles ſont fixes, & que les points équinoxiaux ſe meuvent, comme cela eſt en effet, on peut conſidérer ces points comme immobiles, & les Etoiles comme ayant un mouvement en longitude, ſuivant l'ordre des ſignes, égal au mouvement rétrograde de ces points : ainſi $EO$ (*Fig.* 7), repréſentant l'Écliptique, $EQ$ l'Équateur, $E$ le point équinoxial du printemps, &c. Au lieu de regarder ce point comme parvenant en $E'$, dans un certain temps, par exemple, dans l'eſpace d'une année, tandis que l'Etoile demeure fixe, on peut regarder ce point comme immobile, & ſuppoſer que l'Etoile parvient en un point $S'$, parallelement à l'Écliptique, tel que l'arc de l'Écliptique $CD$, compris entre les deux cercles de latitude $LC$,$LD$, qui meſure ſon mouvement en longitude, ſoit égal à l'arc $EE'$. Dans cette ſuppoſition, la préceſſion en aſcenſion droite de cette Étoile ſera l'arc $GH$ de l'Équateur, déterminé par ſes deux cercles de déclinaiſon $PG$, $PH$; & ſi l'on conçoit le petit arc $ST$ parallele à l'Équateur, $S'T$ ſera la préceſſion en déclinaiſon. Trouvons d'abord la préceſſion en aſcenſion droite.

Suppoſons que $EO$ eſt le premier quart de l'Ecliptique; $EQ$ le premier quart de l'Equateur, ou le premier quart d'aſcenſion droite; $L$, le pole boréal de l'Ecliptique; $P$, celui de l'Equateur; $PE$, le colure des équinoxes; $LPOQ$, le colure des ſolſtices; $EE'$, la quantité dont les points équinoxiaux rétrogradent pendant une année; l'angle $S'ST$ eſt égal à l'angle $PSL$, que forment le cercle de latitude & le cercle de déclinaiſon, qui paſſent par l'Etoile, qu'on nomme *angle de poſition*. Le triangle $S'ST$ pouvant être conſidéré comme rectiligne, on aura, 1 : cof. $PSL$ :: $SS'$ : $ST$; de plus, 1 : ſin. $LS$ :: $CD$ : $SS'$; & ſin. $PS$ : 1 :: $ST$ : $GH$; donc ſin. $PS$ : ſin. $LS$. cof. $PSL$ :: $CD$ : $GH$; donc

$$GH = \frac{CD.\ \text{ſin.}\ LS.\ \text{cof.}\ PSL}{\text{ſin.}\ PS} = \frac{CD.\ \text{ſin.}\ LS.\ \text{ſin.}\ PSL}{\text{ſin.}\ PS.\ \text{tang.}\ PSL}$$

$$= \frac{CD.\ \text{ſin.}\ PL.\ \text{ſin.}\ LPS}{\text{ſin.}\ PS.\ \text{tang.}\ PSL}.$$

Ayant abaiſſé l'arc $LK$ perpendiculaire ſur $SP$, on a tang. $PSL$ = $\frac{\text{tang.}\ SPL.\ \text{ſin.}\ PK}{\text{ſin.}\ SK}$; mais ſin. $SK$ = ſin. $PS$. cof. $PK$ + cof. $PS$. ſin. $PK$ = ſin. $PK$ $\left(\frac{\text{ſin.}\ PS}{\text{tang.}\ PK} + \text{cof.}\ PS\right)$ = ſin. $PK$.

$\frac{\text{sin. } PS + \text{cos. } PS. \text{cos. } SPL. \text{ tang. } PL}{\text{cos. } SPL. \text{ tang. } PL}$, à cauſe que tang. $PK =$ cos. $SPL.$ tang. $PL$; donc en ſubſtituant, on a tang. $PSL = \frac{\text{sin. } LPS}{\text{sin. } PS. \text{ cot. } PL. + \text{cos. } PS. \text{ cos. } LPS}$ : donc, enfin $GH = CD\left(\text{sin. } PL. \text{ cot. } PL + \frac{\text{sin. } PL. \text{ cos. } PS. \text{ cos. } SPL}{\text{sin. } PS}\right) = EE'(\text{cos. } PL + \text{sin. } PL. \text{cos. } SPL. \text{ cot. } PS) = EE'(\text{cos. } PL + \text{sin. } PL. \text{ sin. } EPS. \text{ tang. } SG)$.

On trouveroit la même expreſſion dans le ſecond quart d'aſcenſion droite; mais dans le troiſieme & le quatrieme quart, on trouveroit $GH = EE'(\text{cos. } PL - \text{sin. } PL. \text{ sin. } EPS. \text{ tang. } SG)$; ce dont il eſt facile de s'aſſurer.

Ainſi l'expreſſion générale de la préceſſion en aſcenſion droite, eſt

$$EE'(\text{cos. } PL \pm \text{sin. } PL. \text{ sin. } EPS. \text{ tang. } SG);$$

c'eſt-à-dire, que la préceſſion en aſcenſion droite, eſt égale à la préceſſion en longitude, multipliée par le coſinus de l'obliquité de l'Ecliptique, plus ou moins, le ſinus de l'obliquité de l'Ecliptique, multiplié par le ſinus de l'aſcenſion droite de l'Etoile & par la tangente de la déclinaiſon. Le ſigne + eſt, ainſi qu'on l'a vu, pour le premier & le ſecond quart d'aſcenſion droite, & le ſigne —, pour le troiſieme & le quatrieme, en ſuppoſant toutefois que l'Etoile eſt boréale; car ſi elle étoit auſtrale, il faudroit prendre le ſigne —, dans le premier & le ſecond quart d'aſcenſion droite, & le ſigne +, dans le troiſieme & le quatrieme.

Il eſt preſque ſuperflu de dire que la préceſſion en aſcenſion droite, eſt toujours additive, au moins tant que l'angle de poſition eſt aigu; quand il eſt droit, elle eſt nulle, & s'il eſt obtus, elle eſt négative.

Il reſte maintenant à trouver la préceſſion en déclinaiſon, laquelle eſt exprimée par $S'T$; le triangle $SS'T$ donne $S'T = SS'.$ sin. $PSL = CD.$ sin. $LS.$ sin. $PSL = EE'.$ sin. $PL.$ sin. $LPS = EE'$ sin. $PL.$ cos. $EPS.$

Ainſi la préceſſion en déclinaiſon eſt égale à la préceſſion en longitude, multipliée par le ſinus de l'obliquité de l'Ecliptique, & par le coſinus de l'aſcenſion droite de l'Étoile.

Dans le premier & le quatrieme quart d'aſcenſion droite, la préceſſion en déclinaiſon eſt additive pour les Etoiles boréales, & ſouſtractive dans le ſecond & le troiſieme: elle eſt au contraire ſouſtractive dans le premier & le quatrieme quart d'aſcenſion droite, pour les Etoiles auſtrales, & additive dans le ſecond & le troiſieme.

A l'égard de la quantité $EE'$, dont les points équinoxiaux rétrogradent pendant une année, elle eſt égale à

$$50{,}3 + 5{,}63.\ \text{cof.}\ (p - 9^{\circ}\ 40')\ ;$$

$p$ repréſentant la longitude du nœud aſcendant de la Lune, pour le commencement de l'année dont il s'agit (*voyez le mot préceſſion des équinoxes dans le dictionnaire de Marine faiſant partie de l'encyclopédie*).

Nous avons dit que l'action combinée de la Lune & du Soleil ſur le ſpheroïde applati de la Terre, fait rétrograder, avec des vîteſſes inégales, l'interſection des plans de l'Équateur & de l'Écliptique; la partie de ce mouvement qui eſt produite par l'action du Soleil, eſt ſenſiblement la même à chaque révolution de cet Aſtre. La partie qui eſt due à l'action de la Lune, & qui eſt la plus conſidérable, eſt la ſeule ſujette à des inégalités. La Lune produit encore un autre effet, c'eſt d'occaſionner des variations périodiques dans l'inclinaiſon de l'Equateur ſur l'Écliptique.

La partie du mouvement des points équinoxiaux, produite par l'action de la Lune, dépend de la poſition de ſon nœud, & varie par conſéquent pendant une période d'environ 19 ans; le mouvement des points équinoxiaux varie donc pendant cet eſpace de temps; il eſt le plus grand & d'environ $58''$ par an, lorſque le nœud aſcendant de la Lune arrive au commencement du ſigne du Belier; il eſt le plus petit & d'environ $43''$ quand le nœud aſcendant de la Lune arrive au commencement de la Balance. Sa quantité en moyenne eſt d'environ $50'' \frac{1}{2}$, ou plus exactement, de $50'' \frac{1}{10}$ par an, quand les nœuds de la Lune ſont dans le colure des ſolſtices.

Les points équinoxiaux ayant un mouvement ſur l'Écliptique, les poles de l'Equateur en ont néceſſairement un tout pareil autour des poles de l'Ecliptique, en vertu duquel chacun décrit un cercle autour du pole qui lui répond, dans l'eſpace d'environ 25750 ans que mettent les points équinoxiaux à faire une révolution entiere. Ce mouvement étant en tout ſemblable à celui des points équinoxiaux, éprouve par conſéquent les mêmes inégalités.

On vient de dire que la Lune fait varier l'inclinaiſon de l'Equateur ſur le plan de l'Écliptique. Pendant environ 9 années cette inclinaiſon augmente d'environ $9''$, & elle diminue de la même quantité pendant les 9 années ſuivantes; en ſorte que l'axe de l'Équateur a un mouvement conique, en vertu duquel chaque pole décrit, à chaque révolution des nœuds de la Lune, un petit cercle d'environ $18''$ de diamètre, dans environ 18 ou 19 ans, autour du point où il répondroit s'il n'avoit pas déjà le mouvement dont nous avons parlé. Cette derniere eſpèce de mouvement eſt connue ſous le nom de *Nutation de l'axe de la Terre*. Soupçonné pendant long-temps par pluſieurs Aſtronommes célèbres, tels que Flamſteed & Horrebou, ce n'eſt que dans ces der-

niers temps qu'il a été reconnu. L'Aſtronomie en a toute l'obligation à M. Bradley, qui l'a découvert & en a déterminé la quantité.

Quand nous avons dit ci-deſſus, que les poles de l'Equateur décrivent chacun un cercle autour des poles de l'Écliptique, cela ne doit donc s'entendre qu'avec reſtriction. Car, par la combinaiſon du mouvement en vertu duquel nous avons dit qu'ils décrivent ces cercles, & de celui dont il vient d'être queſtion, chacun de ces poles décrit autour du pole de l'Écliptique qui lui répond, des épicycloides très-allongées, dont la baſe eſt, ſelon M. Bradley, de $6'' 13'''$ d'un grand cercle, & l'axe de $18''$.

(*c*) L'aberration eſt un mouvement apparent qu'on obſerve dans les Étoiles, occaſionné par le mouvement de la lumiere, combiné avec celui de la Terre dans ſon orbite; ce mouvement conſiſte en ce que chacune paroît décrire, pendant le cours de l'année, une ellipſe autour de ſon vrai lieu, dont le grand axe eſt de $40''$, & le petit égal à $40'' \times$ le ſin. de ſa latitude. La découverte de ce mouvement eſt due à M. Bradley, célèbre Aſtronome anglais. On trouvera les règles du calcul de l'aberration dans l'Aſtronomie du Citoyen Lalande, dans les leçons d'Aſtronomie de M. la Caille, dans le traité de Trigonométrie de M. Cagnoli, &c.

# CHAPITRE VI.

## *De la Parallaxe.*

LA Parallaxe eſt la différence entre le lieu où l'on rapporte un Aſtre vu de la ſurface de la Terre, & le lieu de cet Aſtre vu du centre. Comme le mouvement apparent des Aſtres, qui réſulte de la rotation de la Terre autour de ſon axe, ſe fait autour de cet axe, ou, ce qui revient au même, autour du centre de la Terre, il s'en ſuit que l'endroit du Ciel auquel répond un Aſtre, eſt celui où il ſeroit vu ſi l'œil étoit placé au centre de la Terre. Pour avoir la vraie poſition des Aſtres dans le Ciel, il eſt donc indiſpenſable d'avoir égard à leur parallaxe.

Soit *C* ( *Fig.* 8 ) le centre de la Terre; *CA* un rayon paſſant par l'obſervateur, prolongé juſqu'au Zenith; *L* un Aſtre, en un point quelconque de ſon parallele. Si par *C* & par *A*, on mène deux droites *CL* & *AL*, qui prolongées, rencontrent le fond du Ciel en *N* & *M*, *N* ſera le lieu ou paroîtroit l'Aſtre vu du centre de la Terre, & par conſéquent ſon vrai lieu, & *M* le lieu où l'obſervateur placé en *A*, rapporte cet Aſtre, ou ſon lieu apparent. La différence *NM* entre ces deux lieux, ou ce qui revient au même, la différence entre la diſtance vraie *NCZ* de l'Aſtre au Zenith, & ſa diſtance apparente *MAZ*, eſt donc ce qu'on nomme la Parallaxe de cet Aſtre. L'angle *ALC* étant égal à cette différence, on peut encore définir la parallaxe, l'angle à l'Aſtre formé par deux droites menées du centre de l'Aſtre, l'une au centre de la Terre, l'autre en un point de ſa ſurface.

On voit que l'effet de la parallaxe eſt de faire pa-

roître l'Aſtre plus loin du Zenith qu'il n'eſt en effet: on voit encore que l'effet de la parallaxe eſt tout entier en hauteur; car le triangle *ACL*, qu'on nomme *triangle paralactique*, eſt dans un plan vertical, ou ce qui eſt la même choſe, fait partie du vertical de l'Aſtre. La parallaxe, en abaiſſant l'Aſtre, ne fait donc qu'altérer ſa hauteur, & ne l'écarte point de ſon vertical, en ſorte qu'elle n'altere ni ſon azimut ni ſon amplitude.

Il eſt évident que lorſqu'un Aſtre eſt à l'horizon, ſa parallaxe eſt la plus grande de toutes, & que s'il paſſoit au Zenith, elle ſeroit nulle, en ſorte qu'elle diminue à meſure qu'il s'élève ſur l'horizon. Pour ſavoir dans quel rapport elle diminue, ſuppoſons d'abord l'Aſtre en *H* à l'horizon, enſuite en *L* à une hauteur quelconque au-deſſus de l'horizon. Le triangle *CAH* rectangle en *A* donne, ſin. *CHA* : *R* :: *AC* : *CH*; & le triangle *CAL* donne, ſin. *CLA* : ſin. *CAL* :: *AC* : *CL* ou *CH*; on aura donc, ſin. *CHA* : ſin. *CLA* :: *R* : ſin. *CAL*, ou ſin. *LAZ*, ou coſ. *OAM*; c'eſt-à-dire, que *le ſinus de la parallaxe horizontale eſt au ſinus de la parallaxe de hauteur, comme le rayon eſt au coſinus de la hauteur apparente*; en ſorte que, prenant les parallaxes mêmes à la place de leurs ſinus, ce que permet la petiteſſe dont elles ſont, *la parallaxe de hauteur eſt égale à la parallaxe horizontale multipliée par le co-ſinus de la hauteur apparente*, le rayon étant ſuppoſé égal à l'unité.

Si la diſtance d'un Aſtre au centre de la Terre change, ſa parallaxe, à même hauteur apparente ſur l'horizon, change dans le rapport inverſe de ſa diſtance au centre de la Terre. Car ſoit l'Aſtre ſucceſſivement en *L* & en *L'* ſur la droite *AM*. Le triangle *CAL* donne, ſin. *CLA* : ſin. *CAL* :: *AC* : *CL*; & le triangle *CL'A* donne, ſin. *CAL'* : ſin. *CL'A* :: *CL'* : *AC*; on a donc, ſin. *CLA* : ſin. *CL'A* :: *CL'* : *CL*, ou en prenant les parallaxes à la place de leurs ſinus, *CLA* : *CL'A* :: *CL'* : *CL*.

On voit qu'il en eſt de même des parallaxes de

deux Aſtres quelconques, qui ont même hauteur, c'eſt-à-dire, que leurs parallaxes ſont en raiſon inverſe de leurs diſtances au centre de la Terre.

Puiſque la parallaxe diminue comme la diſtance augmente, il s'en ſuit que les Aſtres qui ſont à des diſtances conſidérables de la Terre, ont bien peu de parallaxe. Celle du Soleil n'eſt que de 8″,6, quoique cet Aſtre ne ſoit qu'à environ trente-quatre millions de lieues de la Terre. D'après cela, on concevra très-bien que les Etoiles, qui ſont plus de deux cents mille fois plus éloignées que le Soleil, ne peuvent avoir de parallaxe ſenſible.

Il ſuit encore que la parallaxe horizontale d'un Aſtre, augmente dans le même rapport que ſon diamètre horizontal apparent. Car le diamètre apparent d'un Aſtre augmente ou diminue dans le rapport inverſe de ſa diſtance à l'œil de l'obſervateur; or cette diſtance ne differe pas ſenſiblement de la diſtance de l'Aſtre au centre de la Terre. Il en eſt encore de même ſi l'Aſtre, étant à même hauteur ſur l'horizon, ſe trouve à différentes diſtances du centre de la Terre, c'eſt-à-dire, que ſa parallaxe eſt auſſi en même raiſon que ſon diamètre.

C'eſt par le moyen de la parallaxe, & particulierement de la parallaxe horizontale, qui eſt la plus grande, qu'on détermine la diſtance des Aſtres au centre de la Terre. Car dans le triangle *AHC*, connoiſſant la parallaxe *AHC* & le rayon *AC* de la Terre, il eſt facile de trouver la diſtance *HC*. La parallaxe horizontale ſervant à faire connoître la diſtance des Planetes à la Terre, on ſent qu'on à dû chercher à la déterminer avec toute l'exactitude poſſible; en effet cette déterminatoin a extrêmement occupé les Aſtronomes.

Il eſt évident que l'effet de la parallaxe ne ſe borne pas à altérer la hauteur des Aſtres; qu'elle doit auſſi altérer leur aſcenſion droite, leur déclinaiſon, leur longitude & leur latitude. Ainſi il y a des parallaxes d'aſcenſion droite, de déclinaiſon, &c. On entend

par parallaxe d'aſcenſion droite, la différence entre l'aſcenſion droite vue du centre de la Terre, qui eſt l'aſcenſion droite vraie, & l'aſcenſion droite vue de la ſurface, qu'on nomme aſcenſion droite apparente, &c.

Puiſque l'effet de la parallaxe eſt d'abaiſſer l'Aſtre dans ſon vertical, il s'en ſuit qu'elle fait paroître les Aſtres plus éloignés du Méridien qu'ils ne le ſont réellement; que par conſéquent elle fait paroître leur aſcenſion droite plus grande, avant le paſſage au Méridien, qu'elle n'eſt en effet, & qu'elle la fait paroître plus petite après ce paſſage; que dans notre hémiſphere boréal, elle fait paroître la déclinaiſon boréale plus petite qu'elle n'eſt effectivement, & la déclinaiſon auſtrale plus grande, &c; qu'elle retarde le lever des Aſtres & avance leur coucher.

---

Entre les diverſes méthodes qu'on peut employer pour déterminer la parallaxe horizontale, la plus exacte & la plus naturelle eſt celle qui exige deux obſervateurs qui ſoient très-éloignés l'un de l'autre, l'un, s'il eſt poſſible, dans la partie boréale de la Terre, l'autre dans la partie auſtrale, & ſoient placés ſous le même Méridien, ou du moins ſous des Méridiens peu différents. Chacun doit obſerver, le même jour, la hauteur méridienne de la Planete dont il cherche la parallaxe, & la comparer à la hauteur d'une même Étoile peu éloignée du parallele de la Planete. Si les deux différences trouvées par les deux obſervateurs, entre la hauteur méridienne de la Planete que chacun a obſervée & celle de l'Étoile, ſont du même côté, c'eſt-à-dire, toutes deux vers le Sud, ou toutes deux vers le Nord, on prendra la différence entre les deux, & ſi elles ſont de différents côtés, c'eſt-à-dire, l'une vers le Nord, & l'autre vers le Sud, on en prendra la ſomme; cette différence ou cette ſomme, donnera la parallaxe, en la diviſant par la ſomme des diſtances de la Planete au Zenith de chaque obſervateur.

En effet, ſoit *AGB* (*Fig.* 9) la Terre, *sABn* le Méridien ſur lequel ſont placés les deux obſervateurs, l'un en *A* dans l'hémiſphere auſtral, l'autre en *B* dans l'hémiſphere boréal : ſoit *L* la Planete, *E* l'Étoile, &c. *l* eſt le point où le premier rapporte la Planete, & *l'* celui où le ſecond la rapporte, en ſorte que *El*, *El'* ſont les différences des hauteurs méridiennes de l'Étoile & de la Planete, priſes par les deux obſervateurs, & *ll'* eſt l'excès de

l'une ſur l'autre. Il eſt évident que $ll'$ ou l'angle $ALB$ eſt la ſomme des parallaxes de la Planete. Mais nommant $P$ la parallaxe horizontale de cette Planete, on a $CLA = P$ ſin. $LAZ$, & $BLC = P$ ſin. $LB\zeta$; car ces parallaxes ſont des parallaxes de hauteur; donc $P = \frac{BLA}{\text{ſin. } LAZ + \text{ſin. } LB\zeta}$.

Si la droite menée du centre de la Terre à la Planete, ne paſſoit pas entre les deux Zeniths, il eſt évident qu'au lieu de la ſomme des ſinus des diſtances apparentes de la Planete au Zenith, ce ſeroit leur différence qu'on auroit à employer.

M. la Caille, étant au Cap de Bonne-Eſpérance, chercha la parallaxe de Mars par cette méthode. Le 5 Octobre 1751, à la ville du Cap, dont la latitude eſt de 33° 55′ auſtrale, il obſerva à $10^h$ 33′ 17″ du ſoir, que Mars étant dans le Méridien, à 25° du Zenith, ſon bord boréal étoit plus auſtral que l'Étoile $\lambda$ du verſeau, de 1′ 25″,8. Suivant une obſervation faite par M. Wargentin, à Stockolm, dont la latitude eſt de 59° 21′, le même jour, & reduite au même temps, Mars étant au Méridien, à 68° 14′ du Zenith, ſon bord boréal étoit plus auſtral que cette Étoile, de 1′ 57″,7. Prenant l'excès de cette derniere différence ſur celle trouvée au Cap, on trouve 31″,9; multipliant cet excès par le rayon & diviſant par la ſomme des ſinus de 25° & de 68° 14′, on a 23″,6 pour la parallaxe horizontale de Mars.

Ces deux obſervateurs ne pouvoient guere être plus avantageuſement placés; car ils ſe trouvoient non ſeulement à une diſtance conſidérable l'un de l'autre, mais encore ils étoient à très-peu-près ſous le même Méridien.

Si les deux obſervateurs étoient ſous des Méridiens différents, il faudroit avoir égard au mouvement de la Planete en déclinaiſon, pendant l'intervalle de temps entre ſes paſſages par les deux Méridiens. L'exemple de la maniere dont il faudra ſe conduire alors, nous ſera encore fourni par M. la Caille.

Le 25 Octobre 1751, à $0^h$ 31′ 44″ du ſoir, cet illuſtre Aſtronome obſerva, à la ville du Cap de Bonne-Eſpérance, que Vénus étant dans le Méridien, éloignée de 12° 21′ du Zenith, ſon bord ſeptentrional étoit plus auſtral que le parallele de l'Étoile $\zeta$ du verſeau, de 7′ 26″,2. Le même jour, à Greenwich, Vénus étant dans le Méridien, à 73° du Zenith, M. Bradley trouva le même bord de cette Planete plus auſtral que la même Étoile, de 7′ 15″, ou, en ayant égard à la réfraction & à la différence des lunettes, de 7′ 15″,3. Vénus étant de retour au Méridien $23^h$ 54′ après, M. Bradley la trouva plus boréale, de 17′ 21″,5, ou, en ayant égard à la réfraction, de 17′ 25″. Comme le Méridien de Greenwich eſt plus occidental que celui du Cap, de 18°, la premiere obſervation de M. Bradley fut donc faite

$1^h$ $14'$ après celle du Cap. Pour la réduire à celle qu'il eût faite à la même heure, on n'aura qu'à faire cette proportion; $23^h$ $54'$ ſont à $1^h$ $14'$, comme $17'$ $25''$ ſont à un quatrieme terme qu'on trouvera de $53'',9$, qu'il faut ajouter à $7'$ $15'',3$, ce qui donne $8'$ $9'',2$, quantité dont le bord boréal de Vénus eût paru plus auſtral que le parallele de l'Étoile, à Greenwich, au moment de l'obſervation du Cap. La différence entre $8'$ $9'',2$ & $7'$ $26'',2$, eſt $43''$; la multipliant par le rayon & diviſant enſuite par la ſomme des ſinus de $12°$ 21 & de $73°$, on trouve $36''$ 8 pour la parallaxe horizontale de Vénus, le 24 Octobre 1751, à $23^h$ $27'$ de temps vrai compté ſur le Méridien de Paris.

Il eſt évident que cette méthode eſt générale & peut s'appliquer à tous les Aſtres. Il y en a une particuliere pour le Soleil. On a reconnu que l'obſervation du paſſage de Vénus ſur cet Aſtre, étoit le meilleur moyen que l'on pût employer pour obtenir ſa parallaxe avec exactitude.

Nous ferons remarquer, à l'égard de la méthode que nous venons d'expoſer, que ſi l'on vouloir l'appliquer à la Lune, on ne pourroit ſe diſpenſer d'avoir égard à l'applatiſſement de la Terre.

Soit $CP$ (*Fig.* 10) la moitié de l'axe de la Terre, $CQ$ le demi-diamètre de l'Équateur, $BQAP$ le Méridien terreſtre aux points $A$ & $B$ duquel ſont placés les deux obſervateurs, $CA$ & $CB$ les rayons de la Terre qui appartiennent à ces points, $ZAF$, $ϛBD$ les verticales, &c. On calculera les angles $ZAM$, $ϛBN$, que font les verticales avec les rayons $CA$, $CB$; on les retranchera des diſtances au Zenith, & on aura les diſtances corrigées $LAM$, $LBN$. Enſuite on remarquera que $CLA = \frac{CA}{CL}$ ſin. $LAM$, & $BLC = \frac{CB}{CL}$ ſin. $LBN$; je prends les angles à la place des ſinus; donc on aura $\frac{1}{CL} = \frac{BLA}{CA.\text{ ſin. } LAM + CB.\text{ ſin. } LBN}$. Mais ſi l'on nomme $r$ le rayon qui appartient à un lieu quelconque, la parallaxe horizontale pour ce lieu-là, eſt égale à $\frac{r}{CL}$; donc la parallaxe horizontale pour ce lieu-là, $= \frac{r.\ BLA}{CA.\text{ ſin. } LAM + CB.\text{ ſin. } LBN}$.

Par la méthode qu'on vient d'expoſer, le Citoyen Lalande conclut des obſervations qu'il faiſoit à Berlin, pendant que M. la Caille obſervoit au Cap, que la parallaxe horizontale de la Lune pour Paris, qui répond à la diſtance moyenne de la Lune à la Terre, eſt de $57'$ $3''$,

Il trouva encore que la plus grande parallaxe de la Lune, qui a lieu pour Paris, quand la Lune eſt pleine & périgée, eſt de $61' 25''$, & la plus petite parallaxe, de $53' 51''$, quand la Lune eſt nouvelle & apogée. Ainſi la parallaxe horizontale de la Lune pour Paris, qui tient le milieu entre la plus grande & la plus petite, eſt de $57' 40''$.

Il trouva encore que le diamètre horizontal de la Lune, eſt à ſa parallaxe horizontale, pour Paris, comme $30'$ à $54' 56''$.

M. la Caille conclut des obſervations faites au Cap, comparées à quarante obſervations faites en même temps en différens endroits de l'Europe, que la plus grande parallaxe horizontale de la Lune, quand elle eſt périgée & en ſyzygie, eſt de $61' 23'',1$, ſous le Pole, & de $61' 41'',7$, ſous l'Equateur, en ſuppoſant l'applatiſſement de la Terre $\frac{1}{200}$ du demi-diamètre de l'Equateur.

Il trouva que le diamètre horizontal de la Lune, eſt à la parallaxe horizontale, ſous le pole, comme $30'$ à $54' 41'',5$.

Avec le rayon de la Terre, 3271850 toiſes, qui tient le milieu entre le plus grand & le plus petit, & la parallaxe horizontale $57' 3''$, qui répond à la diſtance moyenne de la Lune à la Terre, on trouve cette diſtance en toiſes, laquelle étant diviſée par 2283 toiſes, longueur de la lieue commune, de 25 au degré, eſt de 86324 lieues.

Lorſque l'on connoît la parallaxe horizontale d'un Aſtre, on peut déterminer ſa parallaxe d'aſcenſion droite & ſa parallaxe de déclinaiſon pour un inſtant donné. Si l'on connoit ſon aſcenſion droite, ſa déclinaiſon & la hauteur du pole, on commencera par chercher ſa diſtance au méridien, avec laquelle, la déclinaiſon & la hauteur du pole, on trouvera ſa hauteur. Multipliant enſuite la parallaxe horizontale par le co-ſinus de cette hauteur, on aura une parallaxe qu'on retranchera de la hauteur trouvée, ce qui donnera, à très-peu près, la hauteur apparente de l'Aſtre; multipliant la parallaxe horizontale par ſon co-ſinus, on aura la parallaxe de hauteur. Or, $Mm$ (*Fig.* 11) repréſentant la parallaxe de hauteur, $FK$ celle d'aſcenſion droite, &c. on a $FK = \frac{Mm.\ \text{ſin.}\ ZmP}{\text{coſ.}\ FM}$; ainſi pour avoir $FK$, on n'aura plus qu'à calculer l'angle $ZmP$ ou $ZMP$ du vertical de l'Aſtre, avec ſon cercle de déclinaiſon.

Quant à la parallaxe de déclinaiſon $mG$, on a $mG = Mm.$ coſ. $ZmP$ ou coſ. $ZMP$.

Si l'on a la diſtance apparente de l'Aſtre au Méridien, on n'aura pas beſoin de chercher la parallaxe de hauteur, ni l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon. Car ayant $Mm = P$ ſin. $Zm$, en nommant $P$ la parallaxe horizontale, & ſin. $ZmP = \frac{\text{ſin.}\ ZP.\ \text{ſin.}\ ZPm}{\text{ſin.}\ Zm}$, la parallaxe d'aſcenſion droite $FK =$

$\frac{P \text{ ſin. } ZP. \text{ ſin. } ZPm}{\text{coſ. } FM}$, c'eſt-à-dire, que la parallaxe d'aſcenſion droite eſt égale à la parall. horizont. × coſ. hauteur du pole × ſin. diſt. appar. de l'Aſtre au Méridien, le tout diviſé par le ſinus de la diſtance au pole élevé.

La parallaxe de déclinaiſon $mG = Mm$ coſ. $ZmP$; mais $Mm = P$ ſin. $mZ$; coſ. $ZmP =$ coſ. $ZP$. ſin. $ZPm$. ſin. $PZm -$ coſ. $ZPm$. coſ. $PZm$; donc $mG = P$ coſ. $ZP$. ſin. $ZPm$. ſin. $PZm$. ſin. $mZ - P$ coſ. $ZPm$. coſ. $PZm$. ſin. $mZ$. Mais ſin. $mZ$. ſin. $PZm =$ ſin. $mP$. ſin. $ZPm$; donc $mG = P$ coſ. $ZP$. ſin. $mP$. ſin. $ZPm^2 - P$ ſin. $mP$. coſ. $ZPm$. cot. $PZm = P$ coſ. $ZP$ ſin. $mP - P$ coſ. $ZP$. ſin. $mP$. coſ. $ZPm^2 - P$ ſin. $mP$. coſ. $ZPm$. cot. $PZm$; or cot. $PZm = \frac{\text{cot. } mP \text{ ſin. } ZP}{\text{ſin. } ZPm} -$ coſ. $ZP$. cot. $ZPm$; donc enfin $mG = P$. coſ. $ZP$. ſin. $Pm - P$. ſin. $ZP$. coſ. $mP$. coſ. $ZPm$, c'eſt-à-dire, que la parallaxe de déclinaiſon = parall. horizont. × ſin. haut. du pole × ſin. diſt. app. de l'Aſtre au pole — parall. hor. × coſ. haut. du pole × coſ. diſt. app. de l'Aſtre au pole × coſ. diſt. app. de l'Aſtre au Méridien. On obſervera qu'il faudra mettre + à la place de —, lorſque la diſtance de l'Aſtre au Méridien & ſa diſtance au pole élevé, ſont l'une de moins & l'autre de plus de 90°.

Lorſqu'il eſt queſtion de la Lune, il eſt néceſſaire de calculer ces parallaxes, en ayant égard à la non ſphéricité de la Terre; il en eſt de même des parallaxes de longitude & de latitude qu'on n'a beſoin de connoître que pour ce ſatellite. Il ſemble donc qu'on ne pouvoit ſe diſpenſer de chercher des formules pour ces cas-là, ou des corrections à faire à celles qu'on avoit. Cependant M. Cagnoli a fait voir que cela n'étoit nullement néceſſaire. Il prouve très-bien que pour calculer le lieu apparent de la Lune ou de tout autre Aſtre, dans la ſuppoſition du Sphéroïde applati, on peut ſuppléer par une correction très-ſimple à toutes celles qui ont été employées dans ce cas.

Suppoſons qu'ayant le vrai lieu d'un Aſtre dans le Ciel, c'eſt-à-dire, le lieu de cet Aſtre vu du centre de la Terre, ainſi que le calcul le fait connoître d'après les tables, on veuille trouver ſon lieu apparent vu de la ſurface de la Terre.

Soit *ABNS* la Terre (*Fig.* 12), *NS* ſon axe, *AB* le diamètre de l'Équateur, *ANBS* le Méridien elliptique d'un lieu *D*, *HO* tangente en *D* l'horizon ſenſible, *DQR* perpendiculaire à *HO*, la ligne verticale, *CD* un rayon de la Terre, *RDC* l'angle de la verticale avec le rayon de la Terre, *DGA* la latitude du lieu *D*, *L* un Aſtre, *CL* une droite menée du centre de la Terre à l'Aſtre, qui va rencontrer le fond du Ciel au point où l'Aſtre répond, vu du centre de la Terre; *DLC* eſt la parallaxe de l'Aſtre.

Qu'on prolonge le rayon $CD$ de la Terre juſqu'au fond du Ciel en $T$; $CDT$ ſera la verticale, dans la ſuppoſition que la Terre forme une ſphere dont $CD$ ſoit le rayon, $DCA$ la latitude du lieu $D$, dans la même ſuppoſition, & $T$ le Zenith. Si on fait uſage de cette latitude dans le calcul, $LCT$ ſera la diſtance vraie de l'Aſtre au Zenith ſuppoſé $T$, & on la trouvera en ſe ſervant des élémens donnés par les tables. Si donc au moyen de la parallaxe de hauteur $DLC$, le rayon $CD$ étant pris pour la parallaxe horizontale, on réduit l'angle $LCT$ à l'angle $TDL$, cet angle ſera connoître le point du Ciel auquel répond l'Aſtre vu du lieu $D$ (*traité de Trigonométrie de M. Cagnoli*).

Toutes les équations des parallaxes pour le ſphéroïde applati ſont donc inutiles, comme le dit M. Cagnoli, pourvu qu'on emploie dans les calculs la latitude diminuée de l'angle de la verticale; & pour calculer les parallaxes, il ſuffit de connoître le rayon de la Terre elliptique, lequel doit ſervir à la parallaxe horizontale, & l'angle de la verticale, lequel doit ſe retrancher de la latitude. Il s'agit de ſavoir comment on trouve l'un & l'autre. Commençons par l'angle de la verticale.

Il eſt évident que l'angle $CDR$ de la verticale eſt la différence entre la latitude $DGA$ & l'angle au centre $DCA$. Ainſi tout ſe réduit à trouver ce dernier angle. Or, les triangles $DCE$, $DGE$ donnent, tang. $DCE$ : tang $DGE$ :: $GE$ : $CE$, & nommant $a$ la moitié du grand axe de l'ellipſe & $b$ la moitié du petit, on a $GE : CE :: b^2 : a^2$; donc on a tang. $DCE = \frac{b^2}{a^2}$ tang. $DGE$.

Soit $L$ la latitude ou l'angle $DGE$, $\alpha$ l'angle de la verticale, & $a = 1$; on aura donc tang. $(L - \alpha) = b^2$ tang. $L$, ou $\frac{\text{tang. } L - \text{tang. } \alpha}{1 + \text{tang. } L. \text{ tang. } \alpha} = b^2$ tang. $L$, d'où l'on tire $(1 + b^2 \text{ tang. } L^2)$ tang. $\alpha = (1 - b^2)$ tang. $L$, ou, à cauſe qu'on a $1 - b^2 = e^2$ en nommant $e$ l'excentricité, $(1 + \text{tang. } L^2 - e^2 \text{ tang. } L^2)$ tang. $\alpha = e^2$ tang. $L$, ou $(1 - e^2 \text{ ſin. } L^2)$ tang. $\alpha = e^2$ ſin. $L$ cos. $L$, d'où l'on tire enfin,

tang. $\alpha = \frac{1}{2} e^2$ ſin. $2L + \frac{1}{4} e^4$ ſin. $2L$;

ou, en prenant l'angle à la place de la tangente, & multipliant par la valeur du rayon exprimé en ſecondes, que nous repréſenterons par $r$,

$\alpha = \frac{1}{2} e^2 r$ ſin. $2L + \frac{1}{4} e^4 r$ ſin. $2L$.

Le premier terme donnera preſque toujours l'angle $\alpha$ de la verticale, avec une préciſion ſuffiſante.

Trouvons le rayon $DC$ de la Terre.

Si l'on décrit un demi-cercle ſur le grand axe $AB$ de l'ellipſe de la Terre, qu'on prolonge $ED$ juſqu'à la rencontre de ſa cir-

conférence ; qu'on nomme $x$ l'angle $ECF$, on aura, par la nature de l'ellipſe, tang. $x = \frac{a}{b}$ tang. $DCE$, ou tang. $x = \frac{b}{a}$ tang. $DGA$, d'où l'on connoîtra l'angle $x$. Ayant cet angle, on trouvera aiſément le rayon $DC$ de la Terre ; car on a $CE = a$ cof. $x$, & $CD = \frac{CE}{\text{cof. } DCE} = \frac{a \text{ cof. } x}{\text{cof. } DCE}$. C'eſt ainſi que M. Cagnoli trouve le rayon de la Terre. Cette expreſſion le conduit à une autre que nous allons trouver.

Faiſant $a = 1$, on a tang. $x = b$ tang. $L$, d'où l'on tire cof. $x = \frac{1}{\sqrt{(1 + bb \text{ tang. } L^2)}}$; cof. $DCE$ = cof. $(L - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{tang. } (L-\alpha))^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 + b^4 \text{ tang. } L^2)}}$. Donc $CD = \sqrt{\frac{1 + b^4 \text{ tang. } L^2}{1 + b^2 \text{ tang. } L^2}} = \sqrt{\frac{1 - 2e^2 \text{ ſin. } L^2 + e^4 \text{ ſin. } L^2}{1 - e^2 \text{ ſin. } L^2}}$, en introduiſant l'excentricité, ou $CD = \sqrt{(1 - e^2 (1 - e^2)}$ ſin. $L^2 - e^4$ ſin. $L^4) = \sqrt{(1 - e^2 b^2 \text{ ſin. } L^2 - e^4 \text{ ſin. } L^4}$ $= 1 - \frac{1}{2} e^2 b^2$ ſin. $L^2 - \frac{1}{8} e^4$ ſin. $L^4$, à très-peu près.

Il eſt évident que les deux derniers termes expriment la différence entre le rayon de l'Équateur & celui d'une latitude quelconque. On voit encore, comme le remarque M. Cagnoli, que ſi on néglige le dernier terme comme très-petit, les diminutions des rayons de la Terre ſont à peu près proportionnelles aux carrés des ſinus des latitudes.

Il reſteroit à faire voir comment on détermine les parallaxes de longitude & de latitude ; mais cela nous meneroit trop loin.

Nous avons dit ci-deſſus que c'eſt par les paſſages de Vénus ſur le Soleil, qu'on peut déterminer avec exactitude la parallaxe de cet Aſtre, d'où dépend la connoiſſance des diſtances des Planetes entr'elles & par rapport à la Terre. Elle a été conclue de $8''{,}6$, dans les moyennes diſtances de cet Aſtre à la Terre, du paſſage qui eut lieu le 3 Juin 1769, lequel fut obſervé preſque par-tout le Globe. Il reſte à peine un cinquantieme d'incertitude, que pourront faire diſparoître les obſervations des paſſages de 1874 & de 1882. (*Voyez ſur la maniere de déduire la parallaxe du Soleil, des obſervations, les tomes 14 & 16 des nouveaux mém. de Pétersbourg, les mém. de l'Acad. des Sciences, années 1770, 1771 & 1772, l'Aſtron. du C^en. Lalande & le mot* parallaxe *du Dictionnaire de Marine*).

# CHAPITRE VII.

## *Des Refractions aſtronomiques.*

LORSQU'UN rayon de lumiere paſſe obliquement d'un milieu dans un autre, il éprouve un changement de direction à la ſurface qui ſépare les deux milieux, dans le plan qui paſſe par ce rayon & par la perpendiculaire au point d'incidence. Ce changement de direction eſt ce qu'on nomme *Réfraction*; il eſt d'autant plus grand que ces deux milieux different davantage en denſité, & qu'il rencontre plus obliquement la ſurface qui les ſépare; & ſi le milieu où il entre eſt plus denſe que le premier, la nouvelle direction qu'il prend le rapproche de la perpendiculaire à la ſurface réfringente, au point d'incidence. Lors donc qu'un rayon de lumiere, parti d'un Aſtre, atteint la ſurface de l'atmoſphere, il change de direction en ſe rapprochant de la perpendiculaire; & concevant l'atmoſphere diviſée en couches infiniment minces, concentriques à la Terre, comme leur denſité va en augmentant depuis la ſurface de l'atmoſphere juſqu'à la ſurface de la Terre, il eſt évident que ce rayon éprouve un détour ſemblable en traverſant la ſurface qui ſépare deux couches conſécutives; en ſorte qu'il n'arrive à l'œil, qu'après avoir décrit dans l'atmoſphere une courbe dont la concavité eſt tournée vers la Terre, & dont la courbure eſt d'autant plus grande, que les couches de l'atmoſphere ont plus de denſité, & qu'il y entre plus obliquement.

Il eſt évident que cette courbe eſt toute entiere dans un plan vertical; car la ſurface de l'atmoſphere & celles de toutes ces couches étant concentriques

à la Terre, les perpendiculaires aux points où le rayon les rencontre, tendent au centre de la Terre : ainſi, comme le rayon de lumiere n'eſt détourné par chaque ſurface réfringente, que dans le plan qu'il forme avec la perpendiculaire à cette ſurface, il s'enſuit que non ſeulement tous les plans dans leſquels il ſe rompt, ſont verticaux, mais encore qu'ils ne ſont qu'un ſeul & même plan vertical avec celui qui paſſe par ſa direction primitive & par la perpendiculaire à la ſurface de l'atmoſphère. La courbe qu'il décrit en traverſant l'atmoſphère eſt donc dans un plan vertical.

Soit *HAO* (*Fig.* 13) la ſurface de la Terre, *C* ſon centre, *CAZ* une ligne qui paſſe par le Zenith, *SE* un rayon de lumiere parti de l'Aſtre *S*, lequel rencontre la ſurface de l'atmoſphère en *E*, *EA* la courbe qu'il décrit en traverſant l'atmoſphère, en ſorte qu'il entre dans l'œil de l'obſervateur ſuppoſé en *A*, ſuivant la direction du dernier petit côté de la courbe, ou ſuivant la tengente *AS'* de cette courbe, en *A*. Le rayon faiſant ſon impreſſion au fond de l'œil, ſuivant cette direction, & l'œil jugeant naturellement les objets ſitués dans la direction des rayons qu'il en reçoit, il rapporte néceſſairement l'Aſtre en un point *S'* plus proche du Zenith ou plus élevé ſur l'horizon que celui où eſt l'Aſtre, & par conſéquent la réfraction lui fait paroître l'Aſtre plus élevé, de la quantité de l'angle *S'BS*, que forme la tangente *AS'* avec la direction primitive *SB* du rayon, ou la tangente de la courbe au haut de l'atmoſphère. Comme l'atmoſphère a peu d'étendue, que la ligne décrite par le rayon de lumiere, en la traverſant, à peu de courbure, particulierement vers le haut, qu'enfin l'Aſtre eſt en général à une diſtance immenſe, on conſidere les droites *AS* & *BS* comme ſe confondant, & par conſéquent l'angle *S'AS* comme étant le même que l'angle *S'BS*. L'angle *S'BS* ou l'angle *S'AS*, eſt ce qu'on nomme *réfraction aſtronomique*.

Il eſt évident que la réfraction ne fait qu'altérer la hauteur des Aſtres, c'eſt-à-dire, qu'elle ne les fait point paroître hors du plan vertical où ils ſont; qu'elle eſt de la même quantité pour tous les Aſtres qui ſont à même hauteur ſur l'horizon; que pour les Aſtres ſitués au Zenith, elle eſt nulle, parce que les rayons de lumiere rencontrant perpendiculairement la ſurface de l'atmoſphère & celles de toutes ſes couches, ne peuvent éprouver aucun détour; que moins l'Aſtre a de hauteur, plus la réfraction eſt grande; car moins l'Aſtre a de haureur, plus le trajet que les rayons qui en partent ont à faire dans l'atmoſphere eſt long, & plus ils en rencontrent obliquement les différentes couches, en ſorte que lorſque l'Aſtre eſt à l'horizon, la réfraction eſt la plus grande de toutes; qu'enfin lorſqu'un Aſtre paroît à l'horizon, il eſt encore réellement au-deſſous, d'où il réſulte que les Aſtres paroiſſent plutôt ſur l'horizon, & en diſparoiſſent plus tard qu'ils ne feroient ſans la réfraction.

On voit encore que la diſtance apparente de deux Aſtres qui ſont dans un même vertical, eſt plus petite que leur diſtance vraie; que la différence eſt égale à celle des réfractions des deux Aſtres, s'ils ſont du même côté du Zenith, & qu'elle eſt égale à la ſomme de ces réfractions, s'ils ſont de différents côtés du Zenith.

Lorſque deux Aſtres ſont dans des verticaux différents, leur diſtance apparente eſt encore plus petite que la vraie; car l'effet de la réfraction étant d'élever les Aſtres dans leurs verticaux, & ces cercles ſe réuniſſant au Zenith, les deux Aſtres doivent néceſſairement paroître plus près l'un de l'autre qu'ils ne ſont en effet.

Comme la réfraction eſt due à la denſité de l'air, il s'en ſuit que les cauſes qui font varier la denſité de ce fluide, font varier auſſi la réfraction.

Mais la force réfractive de l'air eſt-elle vraiment

proportionnelle à ſa denſité ? On eſt aſſez fondé à croire que cela a lieu dans la partie un peu élevée de l'atmoſphère ; mais il eſt très-permis de douter qu'il en ſoit de même dans la partie inférieure, & tout porte à croire que la force réfractive n'y dépend pas uniquement de la denſité. Les exhalaiſons, les vapeurs, les tranſpirations d'arbres & de plantes, les fumées, les différentes eſpeces de gaz, &c. compoſent avec l'air, dans le voiſinage de la Terre, un fluide mixte, différent pour chaque lieu, dont la qualité réfringente dépend non ſeulement de ſa denſité, mais encore des qualités réfringentes de toutes ces ſubſtances combinées avec celle de l'air ; & comme les qualités & les proportions de ces principes changent continuellement, la puiſſance réfractive de ce fluide compoſé varie ſans ceſſe. Deux autres cauſes qui agiſſent dans toute l'étendue de l'atmoſphère, compliquent encore l'effet des premieres. Ces cauſes ſont les changements qu'éprouvent le poids & le degré de chaleur de l'air, qui en occaſionnent néceſſairement dans ſa denſité, & par conſéquent dans celle du fluide mixte qui forme la partie baſſe de l'atmoſphère. Auſſi les réfractions à l'horizon & dans ſon voiſinage, juſqu'à 6 ou 7 degrés de hauteur, ſont-elles extrêmement irrégulieres, changeantes, & ne ſuivent aucune loi ; & M. la Caille, qui a fait un travail conſidérable ſur les réfractions, n'a rien voulu ſtatuer ſur celles qui ont lieu au-deſſous de 6° de hauteur.

Toutes ces diverſes ſubſtances, qui, ſe mêlant avec l'air dans la partie inférieure de l'atmoſphère, en font varier la force réfractive, ne s'élevant jamais fort haut, à l'exception du gaz hydrogène, qui doit gagner les parties élevées, mais dont la force réfringente paroît devoir être très-petite, il en réſulte que, paſſé une certaine hauteur, qui eſt au plus de 15 ou 20 degrés, leur effet ceſſe d'être ſenſible. Au-deſſus de cette hauteur, les réfractions ne varient

plus que par le poids & le degré de chaleur de l'air, & elles ſuivent une loi aſſez uniforme. Il paroît qu'elles ſont aſſez exactement comme les tangentes des diſtances apparentes de l'Aſtre au Zenith.

---

Si l'on ignore comment les cauſes accidentelles & locales dont on vient de parler, influent ſur la force réfringente de la partie baſſe de l'atmoſphère, on eſt un peu plus éclairé ſur la nature des changements que produiſent en général dans la puiſſance réfractive de l'air, par toute l'atmoſphère, ceux qu'éprouvent le poids & la température de ce fluide. Si le poids de l'air augmente, ſon degré de chaleur demeurant le même, ſa denſité & par conſéquent ſa force réfractive augmente; ainſi les réfractions augmentent; le contraire arrive ſi ſon poids diminue. Si la chaleur augmente, le poids de l'air demeurant le même, ſa denſité & par conſéquent ſa force réfractive diminue; la réfraction diminue donc alors; c'eſt le contraire, ſi la chaleur diminue. Si donc le poids & la chaleur de l'air augmentent ou diminuent en même temps, la réfraction éprouve alors le moins de changement de la part de ces deux cauſes; elle en éprouve le plus au contraire, lorſque l'une augmentant, l'autre diminue. Les changements du poids & de la chaleur de l'air étant indiqués par ceux du baromètre & du thermomètre, on peut parvenir à connoître & à meſurer les variations que chacune de ces deux cauſes occaſionne dans la réfraction. Il ne s'agit que de tâcher de découvrir leur rapport avec celles de ces deux inſtruments.

Or les expériences d'Hanksbée, faites ſur un air condenſé au double & au triple (*expér. mécan. par Hanksbée, traduites par Bremond, 1^er^. vol. page 108 & ſuivantes*), ayant fait voir que la réfraction eſt proportionnelle à la denſité de l'air, laquelle ſuit le rapport du poids de ce fluide, indiqué par la hauteur du mercure dans le baromètre, il s'enſuit que la variation de la réfraction eſt à la quantité de la réfraction moyenne, comme la variation du baromètre eſt à ſa hauteur moyenne, qu'on peut ſuppoſer de 28 pouces; en ſorte que, ſi la hauteur du baromètre augmente ou diminue d'un pouce, la réfraction augmente ou diminue d'un 28^e^. de ſa quantité moyenne. Au reſte cette règle n'eſt ſenſiblement exacte, qu'autant que l'Aſtre n'eſt pas trop proche de l'horizon.

Quant à la variation qu'occaſionne dans les réfractions le plus ou le moins de chaleur répandue dans l'atmoſphère, & qui doit par conſéquent être indiquée par le changement du thermomètre, il ne paroît pas qu'on ſache la déterminer directement. M. Mayer, Aſtronome célèbre de Gottingue, ayant entrepris un travail ſur

les réfractions, en dreſſa une table avec le ſecours d'une formule algébrique, dont il tira les coefficiens de ſes propres obſervations, & dans laquelle il fit entrer des termes qui expriment les variations des réfractions relatives à celles du baromètre & du thermomètre; ſuivant ſa table, la variation de la réfraction, qui répond à 15 lignes de variation dans le baromètre, ou à 10 degrés de variation dans la marche du thermomètre, eſt un 22e. de la réfraction moyenne; il prenoit pour réfraction moyenne, celle qui répond à 28 pouces du baromètre & à 0° du thermomètre; cette proportion ſubſiſte, ſelon lui, depuis le Zenith juſques vers 80 degrés de diſtance.

M. la Caille ſe ſervit de la formule de M. Mayer, pour conſtruire des tables des variations qui répondent à celles du baromètre & du thermomètre, & ayant corrigé, au moyen de ſes tables, toutes les obſervations des Etoiles, qu'il avoit faites à Paris, depuis 7° de hauteur juſqu'à 36°, & au Cap de Bonne-Eſpérance, depuis 5° $\frac{2}{3}$ de hauteur juſqu'à 30°, il trouva en général que ces équations rétabliſſoient aſſez bien l'égalité dans les diſtances apparentes d'une même Etoile au Zenith, obſervée dans les divers états de l'atmoſphère, & dans différentes ſaiſons de l'année. Cependant la correction qui répond aux variations du thermomètre, lui parut un peu trop grande, & il trouva, après pluſieurs eſſais, qu'il faut la faire égale tout au plus à la 27e. partie de la réfraction moyenne. Il appelle réfraction moyenne celle qui a lieu, dans l'état le plus ordinaire de l'atmoſphère, à Paris, indiquée par 28 pouces de hauteur dans le baromètre & 10 degrés du Thermomètre de Réaumur, au-deſſus de la congélation. Sûr de cette valeur, il dreſſa une table des changements des réfractions, qui répondent aux différentes hauteurs du baromètre & du thermomètre.

Le froid augmentant la denſité de l'air, & la chaleur la diminuant, on conçoit que la réfraction eſt plus forte en hiver qu'en été; que, dans toutes les ſaiſons de l'année, elle eſt plus grande pendant la nuit que pendant le jour. M. Bouguer, étant à Quito, en Amérique, trouva que la réfraction y eſt plus grande la nuit que le jour, d'environ un 6e. ou un 7e. pourvu qu'il s'agiſſe de hauteurs apparentes au-deſſus de 7 ou 8 degrés. Il paroit que c'eſt un peu avant le lever du Soleil, que la réfraction eſt la plus grande, parce qu'alors le froid eſt le plus grand, & que par conſéquent l'atmoſphère plus condenſée doit avoir perdu le plus de ſa hauteur, au moins par ſa partie inférieure. Il paroît hors de doute que c'eſt principalement par en bas que l'atmoſphère éprouve le plus de condenſation. Car M. Bouguer fait voir que ſi l'atmoſphère ſe condenſoit ou ſe dilatoit proportionnellement dans toute ſa hauteur, ce changement n'en produiroit preſqu'aucun

dans la réfraction, & que par conſéquent les changements que la réfraction éprouve, ne viennent pas d'un changement dans toute la hauteur de l'atmoſphère, mais ſeulement d'un changement dans la partie la plus baſſe.

M. Bouguer s'appuie encore d'une remarque que M. de Mairan avoit faite dès 1721, ſavoir; que la réfraction eſt d'autant plus grande, que des vapeurs de même nature & de même denſité ſont moins élevées, ou que la couche qu'elles forment ſur la ſurface de la Terre eſt moins épaiſſe. Il eſt bien évident, dit M. Bouguer, que ce doit être préciſément la même choſe à l'égard des changements de dilatation dans l'atmoſphère, ſoit qu'ils ſe faſſent en excès ou en défaut; ils doivent, toutes les autres circonſtances étant les mêmes, produire en bas de plus grands effets.

Les couches de l'atmoſphère ayant moins de denſité à proportion qu'elles ſont plus élevées, on doit en conclure que les réfractions ſont d'autant plus petites, qu'on eſt plus élevé au-deſſus du niveau de la mer; & c'eſt ce quel'obſervation a confirmé. M. Bouguer obſerva, au Pérou, la réfraction horizontale de 27′ au niveau de la mer; à Quito, qui eſt élevé de 1479 toiſes au-deſſus du niveau de la mer, il la trouva de 22′ 50″; à la Croix de Pitchincha, à la hauteur de 2044 toiſes, elle ſe trouva de 20′ 48″; & ſur Chimborace, à 2388 toiſes, elle n'étoit que de 19′ 45″. Par la diminution de ces réfractions comparées aux hauteurs où elles ont été obſervées, on peut trouver, à-peu-près, dans quelle proportion décroît la denſité des couches de l'atmoſphère, en s'éloignant de la ſurface de la Terre, & aſſigner, au moins pour la Zone torride, le terme auquel elles ceſſent d'agir ſenſiblement ſur les rayons de lumiere; ce terme ſe trouvera de 5158 toiſes; & en y faiſant attention, dit M. Bouguer, on verra que ces réfractions ſont ſenſiblement comme les racines carrées de l'excès de 5158 toiſes, ſur la hauteur de chaque poſte au-deſſus du niveau de la mer; d'où il conclut que pour trouver aſſez exactement la réfraction horizontale, à telle élévation qu'on voudra, dans la Zone torride, on n'a qu'à faire cette proportion, la racine carrée de 5158 toiſes eſt à 27′ réfraction horizontale au niveau de la mer, comme la racine carrée de l'excès de 5158 toiſes ſur la hauteur du poſte propoſé, eſt à la réfraction horizontale cherchée.

La température de l'air n'étant pas la même par toute la Terre, on a dû ſentir que la réfraction ne peut être par-tout de la même quantité; que, toutes choſes égales, elle doit être la plus petite ſous la zone torride, qu'elle doit aller en augmentant de la zone torride vers les poles, & qu'il ne peut y avoir que des circonſtances locales qui puiſſent troubler cette loi. M. Bouguer,

qui, comme on vient de le voir, obſerva les réfractions au Pérou, les trouva en effet très-ſenſiblement plus petites qu'elles ne le ſont à Paris; mais il paroît que la différence des réfractions ſous la zone torride, aux réfractions dans les zones tempérées, diminue très-promptement; car M. la Caille ne les trouva au Cap de Bonne-Eſpérance, à 10° ½ environ du Tropique, que d'un 40e. plus petites qu'à Paris. Suivant M. le Monnier, la réfraction horizontale, à Tornea, dont la latitude eſt de 65° 50′, eſt plus grande d'environ un onzieme qu'à Paris. Dans le voyage de M. Phips, on a trouvé, il eſt vrai, les réfractions, à 80° de latitude, les mêmes qu'en Europe; mais c'étoit en été. En hiver, la réfraction eſt beaucoup plus grande, ainſi que M. le Monnier l'a fait voir pour Paris.

On détermine les réfractions, ſoit par l'obſervation, ſoit par la théorie; des divers moyens qu'on peut employer, nous nous contenterons de faire connoître les ſuivants, renvoyant pour les autres à l'Aſtronomie de la Lande, ou ſi l'on veut, au mot *réfraction* du dictionnaire de Marine.

Pour les déterminer par l'obſervation, M. la Caille propoſe la méthode ſuivante (*leçons d'Aſtronomie*) comme la plus ſûre qu'un ſeul obſervateur puiſſe employer. Il faut d'abord établir la hauteur apparente du pole par un grand nombre d'obſervations des Etoiles circompolaires. Il faut enſuite trouver la hauteur apparente de l'Equateur, en obſervant la hauteur méridienne du Soleil lorſqu'il eſt proche de l'équinoxe, & la comparant enſuite à la déclinaiſon de cet Aſtre, qu'il faut déduire de ſon aſcenſion droite, obſervée le même jour à l'aide de quelque Etoile bien connue. La réfraction rendant trop grandes les hauteurs apparentes du pole & de l'Equateur, la ſomme de ces hauteurs doit ſurpaſſer 90°, & l'excès doit être la ſomme des deux réfractions, qu'on partagera en raiſon des cotangentes des hauteurs apparentes auxquelles elles appartiennent.

Ce grand Aſtronome nous apprend que, par un grand nombre d'obſervations de l'Etoile polaire, faites avec un inſtrument de ſix pieds de rayon, il trouva la hauteur apparente du pole, au collége Mazarin, de 48° 52′ 27″,2. Par cinq hauteurs méridiennes du Soleil, obſervées avec le même inſtrument, depuis le 27 juſqu'au 31 Mars 1760, & réduites toutes au 29, il trouva la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, de 44° 49′ 39″,1; & par le moyen de pluſieurs hauteurs correſpondantes du Soleil & de la Lyre, il conclut l'aſcenſion droite du Soleil, le 29 Mars à midi, de 8° 29′ 33″; en ſorte qu'en ſuppoſant pour ce temps-là l'obliquité apparente de l'écliptique, de 23° 28′ 16″, la déclinaiſon vraie du Soleil étoit alors de 3° 40′ 8″,5, de laquelle il retrancha 7″,2, à cauſe de la parallaxe

du Soleil en déclinaiſon, & il lui reſta 3° 40′ 1″, 3 pour la déclinaiſon apparente, qu'il n'eut plus qu'à retrancher de la hauteur apparente du Soleil 44° 49′ 39″, 1, pour avoir la hauteur apparente de l'Equateur 41° 9′ 37″, 8. L'ajoutant avec la hauteur apparente du pole 48° 52′ 27″, 2, la ſomme eſt 90° 2′ 5″; ainſi 2′ 5″ eſt la ſomme des réfractions qui appartiennent aux hauteurs apparentes 48° 52′ $\frac{1}{2}$ & 44° 50′. Il n'eut donc plus qu'à faire cette proportion; la ſomme des cotangentes de ces deux hauteurs eſt à la ſomme des réfractions 2′ 5″, comme la cotangente de 48° 52′ $\frac{1}{2}$ eſt à 58″, 1, réfraction qui convient à cette hauteur, & comme la cotangente de 44° 50′ eſt à 1′ 6″, 9, réfraction qui convient à cette hauteur. Retranchant la réfraction 58″, 1 de la hauteur apparente du pole 48° 52′ 27″, 2, on trouve que la hauteur vraie du pole, au collége Mazarin, eſt de 48° 51′ 29″, 1.

Quand par un procédé ſemblable, on aura déterminé la hauteur vraie du pole, on obſervera la hauteur méridienne d'une Etoile qui paſſe fort près du Zenith où la réfraction eſt nulle; on aura la vraie déclinaiſon de cette Etoile au moyen de la hauteur vraie de l'Equateur; on obſervera, à une horloge bien réglée, les inſtants où cette Etoile ſe trouvera à différents degrés de hauteur apparente au-deſſous de 30 degrés; enſuite on calculera la hauteur vraie de cette Etoile, pour chacun de ces inſtants; la différence entre la hauteur obſervée & la hauteur calculée, donnera la réfraction qui conviendra à chacun de ces degrés de hauteur apparente qui ſont au-deſſous de 30°. Quant aux réfractions qui appartiennent aux hauteurs qui ſont au-deſſus, on les calculera en ſe ſervant des cotangentes de ces hauteurs.

Paſſons aux moyens que la théorie fournit pour déterminer les réfractions. On en doit un à M. du Sejour, qui eſt très-ſimple, & que par cette raiſon nous allons faire connoître.

L'expérience conduit à penſer que la quantité dont la lumiere ſe détourne en paſſant d'une couche de l'atmoſphère dans une autre, eſt proportionnelle à la différence de denſité de ces deux couches; en ſorte que ſi $\rho$ repréſente l'angle d'incidence, $\rho - d\rho$ l'angle de réfraction, $d\delta$ la différence de denſité entre les deux couches, $n$ un coefficient conſtant qui doit être déterminé par l'expérience, on a $d\rho = n\,d\delta$.

Le rapport de réfraction étant conſtant, & ce rapport différant peu ici de l'unité, on a $\frac{\text{ſin. } (\rho - d\rho)}{\text{ſin. } \rho} = 1 - \nu$, $\nu$ étant une quantité extrêmement petite; & comme $d\rho$ dans le paſſage d'une couche de l'atmoſphère dans une autre, eſt infiniment petit, on peut mettre ſin. $\rho - d\rho$ coſ. $\rho$, à la place de ſin. $(\rho - d\rho)$; on aura donc $d\rho = \nu$ tang. $\rho$.

Comme dans le cas de $\rho$ conſtant, $d\rho$ eſt proportionnel à

$d\delta$, & que la denſité étant la même, $d\rho$ eſt proportionnel à tang. $\rho$, il s'enſuit qu'en général $d\rho$ eſt en raiſon compoſée de $d\delta$ & de tang. $\rho$, c'eſt-à-dire, que $d\delta = m\,d\delta$ tang. $\rho$; $m$ étant un coefficient conſtant & indépendant de $d\delta$ & de tang. $\rho$.

Ce qu'on a pris en premier lieu pour principe, ſuppoſe que la force réfractive de l'air eſt proportionnelle à ſa denſité, ſuppoſition qui certainement n'eſt pas trop vraie, pour la partie baſſe de l'atmoſphère, mais dont on eſt forcé de ſe contenter, faute de connoître celle qu'il faudroit faire. Si donc on nomme $f$ la force réfractive de chaque couche de l'atmoſphère, que par conſéquent $df$ repréſente la différence de cette force, en paſſant d'une couche dans une autre, on pourra mettre $df$ à la place de $d\delta$, dans l'équation précédente, en ſorte qu'elle deviendra $d\rho = m\,df$. tang. $\rho$.

Voyons actuellement qu'elle eſt la courbe qu'un rayon lumineux, venant d'un Aſtre, décrit en traverſant l'atmoſphère.

Soit $T$ (*fig.* 14) le centre de la Terre ſuppoſée ſphérique, $KA$ la route que ſuit dans l'atmoſphère le rayon lumineux en ſe rendant à l'obſervateur ſitué en $A$; $TA$ le rayon de la Terre, qui répond à l'obſervateur, $TK$ une droite menée en un point quelconque $K$ de la courbe $KA$. Soit repréſenté le rayon de la Terre par l'unité; ſoit $q$ la diſtance $AK$ de la ſurface de la Terre à un point quelconque $K$ de la courbe $KA$, $p$ l'angle que chaque droite $TK$ forme avec le rayon $TA$, $\rho$ l'angle qu'elle forme avec l'élément de la courbe, & qui eſt celui-là même qu'on a défini l'angle d'incidence. On a toujours
$d\rho = m\,df$. tang. $\rho$.

Par la propriété des courbes, on a tang. $\rho = (1+q)\frac{dp}{dq}$.

L'équation précédente deviendra donc

$$d\rho = -m(1+q)\frac{df}{dq}\,dp.$$

On a mis le ſigne — dans le ſecond membre de l'équation, parce que dans cette équation, la quantité $\rho$ varie dans le ſens oppoſé à celui où la variation a été priſe ci-deſſus.

A une certaine diſtance de la Terre, la force réfractive de l'atmoſphère ceſſe d'être ſenſible. Ainſi comme cette force décroît à meſure qu'on s'éloigne de la Terre, ſi l'on nomme $h$ la diſtance où elle n'eſt plus ſenſible, & qu'on repréſente par $\lambda$ une quantité conſtante qui doit être déterminée par obſervation, on pourra ſuppoſer $f = \lambda(h-q)$, & par conſéquent $df = -\lambda\,dq$; en ſorte que l'équation précédente devient $d\rho = \lambda\,m(1+q)\,dp$.

Comme $q$ eſt très-petite par rapport à 1, car la plus grande valeur qu'on lui ſuppoſe, eſt $q = 2{,}7$ lieues, on peut, ſans er-

reur ſenſible, ſubſtituer dans l'équation précédente, $\frac{1}{2}h$ à la place de $q$; & l'on aura $\rho = a\,p$, $a$ étant une quantité conſtante qu'on détermine par obſervation. Il s'agit de déterminer la relation entre $q$ & $p$.

Soit $mREA$ (*Fg.* 14) tangente de la trajectoire $AK$ du rayon lumineux, en $A$. Comme c'eſt dans cette direction que l'œil de l'obſervateur apperçoit l'Aſtre, $ZAM$ ſera la diſtance apparente de cet Aſtre au Zénith, qu'on repréſentera déſormais par $Z$. Soit $BKE$ tangente de la courbe $AK$, en $K$; $R$ le point où la droite $TK$ rencontre la tengente $mREA$. L'angle $RKB$ eſt égal à l'angle que forme la tangente $BKE$ avec la droite $TK$; on aura donc tang. $RKB = \frac{(1+q)\,dp}{dq}$; mais l'angle $RKB =$ angle $KER$ + angle $ART$ = angle $KER$ + angle $FAR$ — angle $ATR = KER + Z - p$. L'angle $KER$ meſure la réfraction du rayon dans ſon paſſage de $A$ en $K$, & cette réfraction $= a\,p$, ſuivant ce qu'on a vu ci-deſſus. Donc $RKB = Z - (1-a)\,p$. Donc enfin on a

$$\frac{dq}{1+q} = \frac{dp}{\text{tang. } (Z-(1-a)\,p)}.$$

Pour intégrer cette équation, obſervons que le ſecond membre n'eſt autre choſe que $-\frac{1}{1-a}\cdot\frac{-(1-a)\,dp}{\text{tang. } (Z-(1-a)\,p)} = -\frac{1}{1-a}\cdot\frac{-(1-a)\,dp.\,\text{cof. } (Z-(1-a)\,p)}{\text{ſin. } (Z-(1-a)\,p)}$, dont l'intégrale eſt évidemment $-\frac{1}{1-a}\,l.\,\text{ſin. } (Z-(1-a)\,p) + l.\,C$; on aura donc $l.\,(1+q) = l.\,\frac{C}{\text{ſin. } (Z-(1-a)\,p)^{\frac{1}{1-a}}}$.

Donc enfin, $q$ devant être $= o$, lorſque $p = o$, on aura

$$q = \frac{\text{ſin. } Z^{\frac{1}{1-a}}}{\text{ſin. } (Z-(1-a)\,p)^{\frac{1}{1-a}}} - 1$$

$$= \frac{\text{ſin. } Z^{\frac{1}{1-a}}}{\text{ſin. } \left(Z-\frac{1-a}{a}\,p\right)^{\frac{1}{1-a}}} - 1. \quad (A)$$

Il eſt maintenant facile de déterminer la valeur de $a$, & celle de la hauteur $h$ où ceſſe la force réfractive de l'atmoſphère. Il

ne faut pour cela que deux réfractions déterminées avec exactitude. M. du Sejour prend celle qui appartient à 20° de hauteur & la réfraction horizontale, dont M. Bradley ſuppoſe la premiere de 2′ 35″ & la ſeconde de 33′ ; & il ſubſtitue dans l'équation précédente, d'abord $h$, 70° & 155″, à la place de $q$, $Z$ & $p$, ce qui donne

$$h = \frac{\text{ſin. } 70^{\circ\,\frac{1}{1-\epsilon}}}{\text{ſin.}\left(70^{\circ} - \frac{1-a}{a}155''\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} - 1. \quad (B)$$

Subſtituant enſuite $h$, 90° & 33′, à la place de $q$, $Z$ & $p$, il a

$$h = \frac{\text{ſin. } 90^{\circ\,\frac{1}{1-\epsilon}}}{\text{ſin.}\left(90^{\circ} - \frac{1-a}{a}33'\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} - 1.$$

La comparaiſon de ces deux valeurs de $h$, donne

$$\text{ſin. } 70^{\circ}\ \text{ſin.}\left(90^{\circ} - \frac{1-a}{a}33'\right) - \text{ſin.}\left(70^{\circ} - \frac{1-a}{a}155''\right) = 0,$$

ou $\text{cof.}\ \frac{1-a}{a}33' - \text{cof.}\ \frac{1-a}{a}155'' + \text{tang. } 20^{\circ}\ \text{ſin.}\ \frac{1-a}{a}155''$

$= 0$, ou, en diviſant par $\text{cof.}\ \frac{1-a}{a}155''$,

$$\text{tang. } 20^{\circ}\ \text{tang.}\ \frac{1-a}{a}155'' + \frac{\text{cof.}\ \frac{1-a}{a}33'}{\text{cof.}\ \frac{1-a}{a}155''} - 1 = 0,$$

d'où l'on tire $\frac{1-a}{a} = 6$, & par conſéquent $a = \frac{1}{7}$.

Subſtituant dans l'équation $(B)$, on aura

$$h = \frac{\text{ſin. } 70^{\circ\,\frac{7}{6}}}{\text{ſin. } 69^{\circ}\ 44'\ 30''^{\,\frac{7}{6}}} - 1 = 0{,}00193\ ;$$

ou, en réduiſant en lieues, à raiſon de 1432 lieues pour le rayon de la Terre, $h = 2{,}767$ lieues.

On peut maintenant conſtruire, ſi l'on veut, une table de réfractions. On écrira $h$, à la place de $q$, dans l'équation $(A)$, & l'on aura généralement

$$\text{ſin.}\left(Z - \frac{1-a}{a}p\right) = \frac{\text{ſin. } Z}{(1+h)^{1-\epsilon}}$$

Equation

équation qui deviendra, dans les ſuppoſitions précédentes,

$$\text{ſin.}\,(Z - 6\rho) = \frac{\text{ſin.}\,Z}{(1{,}00193)^{\frac{c}{7}}} = 0{,}99835\ \text{ſin.}\,Z.$$

Comme la chaleur influe ſur les réfractions, leſquelles ſont plus grandes en hiver qu'en été, les valeurs de $a$ & de $h$ varient à raiſon de la hauteur du thermomètre. Pour avoir égard à cette condition, il ſuffira de déterminer exactement deux réfractions pour deux hauteurs, dans les différentes circonſtances dont on vient de parler; & on aura les tables des réfractions pour ces différentes circonſtances. (*Traité analytique des mouvements apparents des corps céleſtes, par M. du Sejour.*)

Puiſque la réfraction produit ſon effet dans le vertical où eſt l'Aſtre, de même que la parallaxe, & que toute la différence eſt qu'elle éleve l'Aſtre, au lieu que la parallaxe l'abaiſſe, il s'enſuit que lorſqu'on a déterminé par quelque moyen que ce ſoit la réfraction qui convient à la hauteur apparente d'un Aſtre, on peut calculer la quantité dont elle altère l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de cet Aſtre, comme on calcule la quantité dont la parallaxe les altère l'une & l'autre. On pourra même, en employant dans les formules qui ſervent à calculer ce double effet de la parallaxe, la différence entre la parallaxe & la réfraction qui conviennent à la hauteur actuelle d'un Aſtre, à la place de la parallaxe, dépouiller à-la-fois la poſition apparente de cet Aſtre, de l'effet de la réfraction & de la parallaxe.

La réfraction horizontale étant à-peu-près égale au diamètre apparent du Soleil ou de la Lune, on les apperçoit dans leur entier lorſqu'ils ſont encore ſous l'horizon. C'eſt par cette raiſon qu'on a vu, à l'horizon, la Lune éclipſée, pendant que le Soleil paroiſſoit encore dans la partie oppoſée. On a obſervé cet effet à Paris, le 19 Juillet 1750.

La figure ovale ou elliptique, ſous laquelle on voit le Soleil ou la Lune à l'horizon, & même pluſieurs degrés au-deſſus, eſt encore un effet occaſionné par la réfraction, parce qu'élevant plus le bord inférieur de leur diſque, que le bord ſupérieur, elle rend le diamètre vertical plus petit que l'horizontal. Les diamètres inclinés ſouffrent une diminution ſemblable. Ainſi, lorſqu'on fait uſage des diamètres obſervés du Soleil ou de la Lune, à des hauteurs peu conſidérables, il faut les augmenter un peu.

# CHAPITRE VIII.

## *Du Diamètre apparent des Aſtres & de la Dépreſſion de l'horizon.*

LE diamètre apparent d'un Aſtre eſt l'angle ſous lequel on apperçoit ſon diamètre véritable.

Un des moyens qu'on peut employer pour déterminer les diamètres apparents des Aſtres, eſt de meſurer l'intervalle de temps entre les paſſages au Méridien, des deux bords oppoſés, ce qui ſe fait à l'aide d'une lunette au foyer de laquelle deux fils ſe croiſent à angles droits, qu'on diſpoſe de maniere que l'un d'eux ſoit dans le plan du Méridien.

Il eſt évident que le diamètre apparent d'un Aſtre, eſt d'autant plus petit que ſa diſtance eſt plus grande, & réciproquement. Car l'angle ſous lequel on apperçoit le diamètre d'un Aſtre, eſt égal à l'arc dont ce diamètre eſt la corde, ou au diamètre même, vu que l'angle & par conſéquent l'arc, eſt très-petit, diviſé par la diſtance de l'Aſtre; en ſorte que les angles ſous leſquels on apperçoit un même Aſtre à des diſtances différentes, ou ſes diamètres apparents, à ces diſtances, ſont en raiſon inverſe de ces diſtances.

Il ſuit delà que le diamètre véritable eſt égal au diamètre apparent multiplié par la diſtance. Lors donc que l'on connoît le diamètre apparent & la diſtance, on a auſſi-tôt le diamètre véritable.

A même hauteur apparente ſur l'horizon, les diamètres apparents ſont comme les parallaxes, ſinon exactement, du moins à infiniment peu de choſe près. Car les diamètres apparents ſont en raiſon inverſe des diſtances à l'œil de l'obſervateur, & les pa-

rallaxes, à même hauteur apparente ſur l'horizon, ſont en raiſon inverſe des diſtances au centre de la Terre; or les Aſtres étant à des diſtances conſidérables de la Terre, le rapport des diſtances à un point de la ſurface de la Terre, & celui des diſtances au centre, ne different pas ſenſiblement l'un de l'autre.

Mais à des hauteurs différentes, les diamètres apparents ſuivent un tout autre rapport que celui des parallaxes. Car les parallaxes ſont comme les co-ſinus des hauteurs apparentes, en ſorte qu'elles diminuent à meſure que l'Aſtre s'éleve, au lieu que le diamètre apparent augmente, parce que la diſtance de l'Aſtre à l'œil de l'obſervateur diminue. Pour trouver le rapport ſuivant lequel le diamètre apparent d'un Aſtre augmente à meſure que l'Aſtre monte ſur l'horiſon, ſoit d'abord l'Aſtre à l'horizon en $H$ (*Fig.* 15), & enſuite en $L$ à une hauteur quelconque; le diamètre, lorſque l'Aſtre eſt en $H$, eſt au diamètre lorſqu'il eſt en $L$, comme $AL$ eſt à $AH$, ou comme $AL$ eſt à $CL$, à cauſe que, vu la diſtance conſidérable de l'Aſtre, $CH$ ne ſurpaſſe pas ſenſiblement $AH$, & que par conſéquent on peut prendre $CH$ à la place de $AH$, ou $CL$ qui lui eſt égale; mais dans le triangle $ACL$, on a $AL : CL ::$ ſin. $ACL$ : ſin. $CAL$ ou ſin. $LAZ$; ſin. $ACL$ eſt le co-ſinus de la hauteur vraie de l'Aſtre, & ſin. $LAZ$ eſt le co-ſinus de ſa hauteur apparente. On aura donc : *le co-ſinus de la hauteur vraie eſt au co-ſinus de la hauteur apparente, comme le diamètre horizontal eſt au diamètre apparent, à cette hauteur.* Au reſte la différence entre les diamètres à différentes hauteurs ſur l'horizon, n'eſt ſenſible que pour la Lune; car comme elle eſt peu éloignée de la Terre, la diſtance à un point de ſa ſurface de la Terre, differe ſenſiblement de ſa diſtance au centre.

Comme on rapporte au diamètre du Soleil les meſures des petits arcs céleſtes, on conçoit qu'on a dû chercher à le meſurer avec la plus grande pré-

ciſion. le Citoyen Lalande l'ayant meſuré un grand nombre de fois avec un héliomètre de 18 pieds, lorſque le Soleil étoit apogée, c'eſt-à-dire, dans ſa plus grande diſtance à la Terre, il a trouvé par un milieu pris entre toutes ſes meſures, que le diamètre du Soleil apogée eſt de 31′ 30″ $\frac{1}{2}$. Connoiſſant le diamètre du Soleil apogée, il eſt facile d'avoir ſon diamètre pour un temps quelconque. Il ne s'agira que de trouver la diſtance de cet Aſtre à la Terre pour ce temps-là. Sa diſtance, lorſqu'il eſt dans ſon apogée, eſt 1,0168, l'unité repréſentant ſa diſtance moyenne.

L'horizon ſenſible eſt rarement un plan. Il forme preſque toujours la ſurface d'un cône au ſommet duquel eſt l'œil du ſpectateur. C'eſt par cette raiſon que quand on prend la hauteur des Aſtres à la mer, on eſt obligé de retrancher de la hauteur obſervée, la quantité dont l'horizon ſenſible eſt abaiſſé au-deſſous de l'horizon vrai, ou du plan paſſant par l'œil de l'obſervateur, parallele à l'horizon rationnel, & qu'on peut regarder comme l'horizon rationnel même.

La quantité dont l'horizon ſenſible eſt abaiſſé au-deſſous de l'horizon vrai, eſt ce qu'on nomme *Dépreſſion de l'Horizon*. Elle dépend de l'élévation de l'œil au-deſſus du niveau de la mer. Dans ſa détermination, on conſidere ordinairement le rayon de lumiere par lequel on apperçoit l'horizon, comme décrivant une ligne droite depuis l'horizon juſqu'à l'œil; cependant il eſt très-vrai que la denſité allant en diminuant, des couches inférieures de l'atmoſphere aux couches ſupérieures, & que s'écartant par conſéquent de la perpendiculaire, en traverſant la ſurface commune à deux couches conſécutives, il décrit une ligne courbe, dont la concavité eſt tournée vers la Terre, ſuivant la tangente de laquelle il entre dans l'œil; en ſorte qu'on apperçoit toujours l'horizon plus élevé qu'on ne le trouve lorſqu'on ſuppoſe que les rayons qui en viennent ne ſouffrent aucun détour: mais comme la dépreſſion trouvée dans cette ſup-

position, n'excède sensiblement la vraie, qu'autant que l'élévation de l'œil au-dessus de la mer est considérable, & qu'on observe toujours à des hauteurs fort au-dessous de celle où cet excès cesse de pouvoir être négligé, on peut regarder cette détermination comme suffisamment exacte. (*a*)

---

Comme dans toutes les observations du Soleil, c'est toujours le bord qu'on observe, il peut être nécessaire de savoir combien il met de temps à traverser le Méridien, un vertical quelconque, ou à s'élever de tout son diamètre.

Supposons d'abord qu'on demande le temps que le diamètre du Soleil emploie à traverser le Méridien. Soient $PSB$, $PS'D$ (*Fig.* 16) les deux cercles horaires qui passent par les deux bords du Soleil, à un instant quelconque, en sorte que l'arc $SS'$ de son parallele représente son diamètre. L'arc $BD$ de l'Equateur, compris entre les deux cercles horaires, sera proportionnel au temps que le Soleil emploie à traverser le Méridien. Or cet arc $BD = \frac{SS'}{\text{cos. } BS}$; le réduisant en temps à raison d'une heure pour 15°, le temps cherché sera $= \frac{SS'}{15 \text{ cos. } BS}$.

Supposons actuellement qu'on demande le temps que le Soleil emploie à traverser un vertical. Soient $ZS$, $ZS'$ deux verticaux qui passent par les deux bords du Soleil, à un instant quelconque, & soit décrit de $Z$ pris pour pole, l'arc $S'C$. Cet arc représentera le diamètre du Soleil, lorsqu'on le considere traversant un vertical. L'arc $BD$ de l'Equateur sera proportionnel au temps que le Soleil emploie à le traverser, ou qu'un de ses bords emploie à passer d'un des verticaux $ZS$, $ZS'$ à l'autre. Or on a $BD = \frac{SS'}{\text{cos. } BS}$. Mais le triangle $SCS'$ assez petit pour pouvoir être considéré comme rectiligne, du moins tant que le Soleil n'est pas fort proche du Méridien, donne $SS' = \frac{CS'}{\text{sin. } CSS'} = \frac{CS'}{\text{cos. } ZSP}$; donc $BD = \frac{CS'}{\text{cos. } BS. \text{ cos. } ZSP}$, & par conséquent le temps cherché $= \frac{CS'}{15 \text{ cos. } BS. \text{ cos. } ZSP}$. D'où l'on voit que le temps que le Soleil emploie à traverser un vertical, est

égal au temps que le Soleil met à traverſer le Méridien, diviſé par le co-ſinus de l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon.

Suppoſons enfin qu'on demande le temps que le Soleil emploie à s'élever de tout ſon diamètre. Suppoſons que $SC$ repréſente le diamètre du Soleil. L'arc $BD$ de l'Équateur eſt proportionnel au temps que le Soleil emploie à s'élever de cette quantité. Le triangle $SCS'$ donne $SS' = \frac{SC}{\text{ſin. } CS'S} = \frac{SC}{\text{ſin. } ZSP}$.

Donc $BD = \frac{SC}{\text{cof. } BS. \text{ ſin. } ZSP}$, & par conſéquent le temps cherché $= \frac{SC}{15 \text{ cof. } BS. \text{ ſin. } ZSP}$. Ainſi le temps que le Soleil emploie à s'élever de tout ſon diamètre, eſt égal au temps qu'il emploie à traverſer le Méridien, diviſé par le ſinus de l'angle du vertical avec le cercle de déclinaiſon.

On a auſſi beſoin de connoître le temps que la Lune emploie à traverſer le Méridien. Or ce temps eſt égal au diamètre de la Lune en aſcenſion droite, converti en temps lunaire. Le diamètre en aſcenſion droite, eſt l'arc de l'Equateur compris entre les deux cercles de déclinaiſon, qui paſſent par les deux bords de la Lune, & il eſt égal au diamètre horizontal diviſé par le co-ſinus de la déclinaiſon de la Lune. Pour convertir ce diamètre en aſcenſion droite, en temps lunaire, & trouver par conſéquent le temps que la Lune emploie à traverſer le Méridien, on n'aura qu'à faire cette proportion; 360° ſont à la révolution diurne de la Lune, ou au temps quel met à revenir au Meridien, le jour pour lequel on calcule, comme le diamètre en aſcenſion droite eſt au temps que la Lune emploie à traverſer le Méridien.

(*a*) En ſe permettant de ſuppoſer que le rayon de lumiere par lequel on apperçoit le terme de l'horizon, décrit une ligne droite depuis l'horizon juſqu'à l'œil, rien n'eſt ſi aiſé que de déterminer la quantité dont l'horizon ſenſible eſt abaiſſé au-deſſous de l'horizon vrai. En effet ſoit $T$ (*Fig.* 17) la Terre, $AB$ la hauteur de l'œil au-deſſus de la ſurface de la Mer, $AH$ l'horizon vrai, $Ah$ tangente de la ſurface de la Mer, l'horizon ſenſible ou viſuel; l'angle $HAh$ eſt l'abaiſſement ou la dépreſſion de l'horizon. Soit prolongée $AB$ juſqu'au centre $C$ de la Terre, & ſoit mené le rayon $Ch$. Il eſt évident que l'angle au centre de la Terre, $ACh$ eſt égal à l'angle $HAh$. Or le triangle $ACh$, rectangle en $h$, donne cof. $ACh = \frac{Ch}{AC}$, ou en nommant $h$ l'angle

$ACh$, ou l'angle $HAh$, $r$ le rayon de la Terre, & $a$ l'élévation $AB$ de l'œil, cos. $h = \frac{r}{r+a}$.

Si l'on vouloit déterminer la hauteur de l'œil, la dépreſſion de l'horizon étant donnée, on n'auroit qu'à tirer de la petite équation précédente la valeur de $a$; on auroit $a = r. \frac{1-\text{cos. } h}{\text{cos. } h} = r. \frac{2 \text{ ſin. } \frac{1}{2} h^2}{\text{cos. } h} = r \text{ tang. } \frac{1}{2} h \text{ tang. } h$, à cauſe que $2 \text{ ſin. } \frac{1}{2} h^2 = \text{tang. } \frac{1}{2} h \text{ ſin. } h$.

Si l'on veut avoir l'éloignement $Ah$ de l'horizon, ou la plus grande diſtance à laquelle la vue peut s'étendre, on la trouvera par l'équation,

$Ah = \sqrt{(AC^2 - Ch^2)} = \sqrt{(2r+a)a}$.

Nous ferons remarquer que $a$ étant en général une très-petite quantité à l'égard du rayon de la Terre, les tables ordinaires ne permettent gueres qu'on ait directement l'angle $h$, par l'équation cos. $h = \frac{r}{r+a}$, avec une préciſion ſuffiſante. On peut l'obtenir indirectement & avec aſſez de préciſion en calculant $Ah$, & conſidérant que la petiteſſe de $AB$ permettant de conſidérer l'arc $Bh$ qui meſure l'angle $h$, comme très-ſenſiblement égal à $Ah$, il ne reſte plus qu'à convertir $Ah$ en degrés.

Suppoſons l'œil élevé de 18 pieds au-deſſus du niveau de la Mer, ou $a = 18$ pieds. Le rayon de la Terre étant de 19622385 pieds, on trouve que $Ah = 26578$ pieds, ce qui apprend que l'œil étant élevé de 18 pieds au-deſſus de la ſurface de la Mer, peut découvrir juſqu'à 26578 pieds.

Maintenant pour avoir l'angle $h$ ou la dépreſſion de l'horizon, qui convient à 18 pieds; ſuppoſant l'arc $Eh$ de 26578 pieds, pour le convertir en degrés, on cherchera la longueur de 180°, le rayon étant 19622385; on trouvera que 180° valent 61670353 pieds; on fera enſuite la proportion, 61670353 : 26578 :: 180° : à un quatrieme terme qu'on trouvera de $4' 39''$, qui ſera la dépreſſion de l'horizon cherchée.

# CHAPITRE IX.

## *De la maniere de déterminer l'heure en Mer.*

ON détermine l'heure en Mer, au moyen des hauteurs abſolues du Soleil. On peut auſſi y employer les Etoiles, quand, pendant le crépuſcule, on peut en appercevoir quelqu'une des plus brillantes, & qu'on peut en même temps bien diſtinguer le terme de l'horizon.

Quand on a trouvé par obſervation la hauteur d'un des bords du Soleil, & qu'on l'a corrigée de la dépreſſion de l'horizon, de la réfraction, de la parallaxe, & enſuite du demi-diamètre, afin d'avoir la hauteur vraie du centre de cet Aſtre, on en prend le complément pour avoir la diſtance vraie du centre de cet Aſtre au Zenith. Comme on ſait toujours, à quelque choſe près, à quelle heure on obſerve, on calcule pour ce temps-là la déclinaiſon du Soleil; ainſi la latitude étant toujours ſuppoſée connue, on aura les trois côtés du triangle ſphérique *SPZ* (*Fig.* 1), formé par le Méridien, le cercle de déclinaiſon & le vertical du Soleil. On pourra donc calculer l'angle horaire *SPZ*. On convertira cet angle en temps, à raiſon d'une heure pour 15 degrés, & l'on aura l'intervalle de temps écoulé entre midi & le moment de l'obſervation. Si donc l'obſervation a été faite l'après-midi, cet intervalle de temps donnera l'heure qu'on compte après midi, lors de l'obſervation; & ſi l'obſervation a été faite le matin, retranchant cet intervalle de temps, de 12 heures, on aura l'heure du matin à laquelle l'obſervation a été faite.

Pour obtenir l'heure par le moyen des hauteurs

abſolues du Soleil, avec le plus de préciſion poſſible, il faut obſerver cinq ou ſix hauteurs. On prend un milieu entre elles, ce qui donne une hauteur moyenne; on prend de même un milieu entre les temps où ces hauteurs ont été obſervées, marqués, ſoit par une montre ordinaire à ſecondes, ſoit par une horloge ou montre marine, pour avoir l'heure moyenne correſpondante à la hauteur moyenne. De cette maniere on partage l'erreur de l'obſervation & celle de l'inſtrument. Voyons un exemple.

Le 5 Février 1787, après midi, étant par 22° 40′ de latitude auſtrale, & par 86° de longitude orientale, on a obſervé avec le cercle de réflexion, & par des obſervations croiſées, ſix hauteurs conſécutives du bord inférieur du Soleil.

La premiere a été faite à 2h 47′ 1″ de la montre; la 2e. à 2h 48′ 31″; la 3e. à 2h 49′ 19″; la 4e. à 2h 50′ 13″; la 5e. à 2h 51′ 0″; la 6e. à 2h 52′ 32″.

L'angle total marqué par l'inſtrument a été de 276° 27′; l'œil étoit élevé de 20 pieds au-deſſus du niveau de la Mer. Le 6e. des heures des obſervations donne 2h 49′ 16″ pour l'heure de l'obſervation moyenne, & le ſixieme de l'angle 276° 27′ donne 46° 4′ 30″ pour la hauteur moyenne. Retranchant de cette hauteur 4′ 32″ pour la dépreſſion, puis 49″ pour la réfraction, & enſuite ajoutant le demi-diamètre du Soleil 16′ 16″, on aura la hauteur vraie de ſon centre, de 46° 15′ 25″, & par conſéquent ſa diſtance au Zenith, de 43° 44′ 35″.

Il faut maintenant avoir la diſtance de cet Aſtre au pole. Comme le vaiſſeau étoit à l'Eſt de Paris, on retranchera la longitude réduite en temps, 5h 44′, de 2h 50′, heure approchée du vaiſſeau, & l'on trouvera que, lors de l'obſervation, on comptoit à Paris, le 4 Février, 21h 6′. Prenant la différence entre la déclinaiſon 16° 9′ 5″, pour le 4 Février à midi, & la déclinaiſon 15° 50′ 55″, pour le 5, on la trouvera de 18′ 10″; on fera enſuite la proportion, 24h : 21h 61′

:: 18′ 10″ : un quatrieme terme qu'on trouvera de 15′ 59″, le retranchant de la déclinaiſon pour le 4, il reſtera 15° 53′ 6″ pour la déclinaiſon cherchée, dont le complément 74° 6′ 54″ ſera la diſtance du Soleil au pole élevé. Le complément de la latitude eſt de 67° 20′. On connoît donc les trois côtés du triangle *PZS*; calculant l'angle horaire, on le trouve de 45° 57′ 40″. Le multipliant par 4, pour le réduire en temps, on trouve que, lors de l'obſervation, on comptoit 3ʰ 3′ 50″ 40‴, à bord du vaiſſeau. Comme la montre marquoit 2ʰ 49′ 46″, il s'enſuit qu'elle retardoit de 14′ 5″.

Si l'on obſerve une Etoile, on trouvera l'angle horaire de la même maniere; mais on ne pourra pas en déduire l'heure de l'obſervation auſſi promptement que quand on emploie le Soleil. On le réduira d'abord en temps, à raiſon d'une heure pour 15 degrés; enſuite pour tenir compte de l'accélération de l'Etoile, on retranchera de ce temps le mouvement du Soleil en aſcenſion droite pendant ce temps-là, converti en temps à raiſon d'une heure pour 15 degrés, & l'on aura l'intervalle de temps entre l'obſervation & le paſſage de l'Etoile au Méridien; calculant le temps de ce paſſage, on prendra la ſomme ou la différence de ce temps-là & de l'intervalle de temps trouvé, ſelon que l'obſervation aura été faite à l'Oueſt ou à l'Eſt du Méridien, & on aura l'heure de l'obſervation.

Pour trouver le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, qui répond au temps dans lequel on aura converti l'angle horaire, on calculera l'aſcenſion droite du Soleil pour le midi du jour de l'obſervation & pour celui du jour ſuivant ou du précédent; on prendra la différence entre ces deux aſcenſions droites, ce qui donnera le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, en 24 heures; on fera enſuite la proportion, 24 heures ſont au temps dans lequel on aura converti l'angle horaire, comme le mouve-

ment en aſcenſion droite en 24 heures, eſt au mouvement en aſcenſion droite cherché, que l'on convertira en temps.

On pourroit encore, ſi l'on vouloit s'épargner ce calcul, & ſe contenter d'un degré de préciſion un peu moindre, ſe ſervir du mouvement moyen en aſcenſion droite, converti en temps, 3′ 56″, ce qui donne environ 10″ par heure; en ſorte que l'on n'a qu'à retrancher 10″ pour chaque heure, du temps dans lequel on a converti l'angle horaire.

Voici un exemple de la maniere dont on peut trouver l'heure par l'obſervation de la hauteur d'une Etoile.

Le 6 Mars 1787, étant par 33° de latitude boréale, & par 40° 30′ de longitude occidentale, on a fait, du côté de l'Oueſt, pluſieurs obſervations conſécutives de la hauteur d'Aldébaran. La hauteur moyenne corrigée de la dépreſſion & de la réfraction, s'eſt trouvée de 29° 30′ 15″, & l'heure moyenne marquée par la montre, de $9^h$ 45′ 24″. On demande l'heure du vaiſſeau.

La déclinaiſon d'Aldébaran étoit de 16° 3′ 53″ boréale, & par conſéquent ſa diſtance au pole, de 73° 56′ 7″. Sa diſtance au Zenith étant de 60° 29′ 45″, & le complément de la latitude, de 57°, on trouve, en faiſant le calcul de l'angle horaire, que cet angle eſt de 64° 54′ 32″, lequel réduit en temps, donne $4^h$ 19′ 38″.

Il nous reſte à trouver l'heure du paſſage de l'Étoile au Méridien du vaiſſeau. On trouve d'abord que ſon aſcenſion droite étoit de 65° 55′ 36″. Celle du Soleil, le 6 Mars à midi, étoit de 347° 0′ 38″, & ſon changement en 24 heures, de 55′ 30″. La longitude du vaiſſeau, convertie en temps, donne $2^h$ 42′; les ajoutant à l'heure marquée par la montre, à cauſe qu'on étoit à l'Oueſt de Paris, on a $12^h$ 17′ pour l'heure approchée de Paris. Faiſant enſuite la proportion, $24^h$ : $12^h$ 17′ :: 55′ 30″ : un quatrieme terme

qu'on trouve de 28′ 24″, & l'ajoutant à l'aſcenſion droite du Soleil, on trouve que ſon aſcenſion droite étoit alors de 347° 28′ 54″. La retranchant de l'aſcenſion droite de l'Etoile, augmentée de 360°, il reſte 78° 26′ 32″, qui valent en temps, 5ʰ 13′ 46″, heure du paſſage d'Aldébaran au Méridien du vaiſſeau; ajoutant à cette heure la valeur en temps, 4ʰ 19′ 38″ de l'angle horaire, on trouve 9ʰ 33′ 24″ pour l'heure du vaiſſeau; ainſi comme la montre marquoit 9ʰ 45′ 24″, elle avançoit de 12′.

Pour déterminer l'heure avec autant de préciſion qu'il eſt poſſible, par l'obſervation de la hauteur du Soleil ou d'une Etoile, il faut, lorſque la déclinaiſon de l'Aſtre eſt de même dénomination que la latitude du lieu, obſerver l'Aſtre quand il paſſe au premier vertical; 1°. parce que ſon mouvement en hauteur étant alors le plus rapide, on peut obtenir la hauteur avec le plus d'exactitude; 2°. parce que dans cette circonſtance, l'erreur commiſe ſur la latitude produit le moins d'erreur poſſible dans l'angle horaire; car il eſt facile de s'aſſurer que l'erreur ſur la latitude en occaſionne d'autant moins, toutes choſes égales d'ailleurs, dans l'angle horaire, que l'azimuth approche plus de 90 degrés.

Si la déclinaiſon de l'Aſtre n'eſt pas de même dénomination que la latitude, l'Aſtre paſſe au premier vertical ſous l'horizon. Ainſi comme, lorſqu'on ne peut obſerver l'Aſtre dans ce cercle, il faut au moins tâcher de l'obſerver le plus près qu'il eſt poſſible de ce même cercle, il faudra l'obſerver près de l'horizon, ſous la condition toutefois que ſa hauteur ne ſoit pas moindre que 6 ou 7 degrés, à cauſe de l'incertitude des réfractions dans le voiſinage de l'horizon.

Il eſt facile de découvrir quand l'Aſtre paſſe au premier vertical. Pour y parvenir on fera la proportion ſuivante que fournit le triangle ſphérique formé par le Méridien, le premier vertical & le cercle de déclinaiſon de l'Aſtre, lequel eſt rectangle au Zenith;

*La tangente de la latitude eſt à la tangente de la déclinaiſon, comme le rayon eſt au co-ſinus de l'angle horaire*, qu'on réduira en temps. Si c'eſt le Soleil qu'on ſe propoſe d'obſerver, cet eſpace de temps, retranché de 12 heures, donnera l'heure à laquelle cet Aſtre paſſe le matin au premier vertical; & ce même eſpace de temps donnera l'heure de ſon paſſage par ce même cercle, l'après midi. Si l'on ſe ſert d'une Etoile, il faudra trouver ſon paſſage au Méridien.

Au lieu de chercher le temps du paſſage de l'Aſtre au premier vertical, on peut chercher quelle ſera alors ſa hauteur par cette proportion que donne le même triangle ſphérique; *le ſinus de la latitude eſt au ſinus de la déclinaiſon de l'Aſtre, comme le rayon eſt au ſinus de ſa hauteur.*

Pour avoir la hauteur apparente, qui eſt celle qu'on obſerve, on ajoutera à cette hauteur la réfraction & la dépreſſion de l'horizon qui convient à la hauteur de l'œil. Si c'eſt le Soleil qu'on veut obſerver, on en retranchera le demi-diamètre de cet Aſtre, & l'on aura la hauteur que le bord inférieur du Soleil paroîtra avoir lors de ſon paſſage au premier vertical. On mettra l'alidade de l'octant ou du ſextant ſur cette hauteur, & quand l'Aſtre ſera près d'avoir cette hauteur, on ſe mettra à l'obſerver.

Si la déclinaiſon étant de même dénomination que la latitude, étoit plus grande que la latitude, il faudroit obſerver l'Aſtre lorſqu'il arrive au point où ſon vertical & ſon parallele ſe touchent, ou du moins le plus près de cette circonſtance qu'il eſt poſſible. Si l'on veut trouver le temps où l'Aſtre parvient au point dont il s'agit, il faudra faire la proportion ſuivante que fournit le triangle ſphérique formé par le Méridien, le cercle de déclinaiſon de l'Aſtre & ſon vertical, rectangle en ce point là; *la tangente de la déclinaiſon de l'Aſtre eſt à la tangente de la latitude, comme le rayon eſt au co-ſinus de l'angle horaire*, qu'on convertira en temps, &c. Si l'on veut avoir la hauteur

de l'Aſtre lorſqu'il ſera en ce point, il faudra faire la proportion ; *le ſinus de la déclinaiſon de l'Aſtre eſt au ſinus de la latitude, comme le rayon eſt au ſinus de la hauteur cherchée.*

On peut encore déterminer l'heure en Mer, par le lever où le coucher des Aſtres, mais avec bien moins de préciſion, à cauſe de l'incertitude des réfractions à l'horizon. Suppoſant qu'on obſerve le lever ou le coucher apparent du bord inférieur du Soleil, il faut remarquer que dans le triangle ſphérique qu'on aura à réſoudre pour trouver l'angle horaire, le côté qui marque la diſtance du centre de cet Aſtre au Zenith, eſt égal à 90° plus la réfraction horizontale plus la dépreſſion de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, moins le demi-diamètre. Si c'eſt une Etoile dont on obſerve le lever ou le coucher, ce même côté eſt alors de 90°, plus la réfraction horizontale, plus la dépreſſion de l'horizon.

---

Nous avons indiqué ci-deſſus les circonſtances où il faut ſaiſir l'Aſtre pour déterminer l'heure avec toute la juſteſſe à laquelle il eſt poſſible d'atteindre. Pour s'aſſurer de la vérité de ce que nous avons établi, on n'a qu'à conſidérer que dans le triangle *ZPS* (*Fig.* 1), les deux côtés *ZP* & *PS* étant ſuppoſés conſtants, on a $\frac{d.\ ZS}{d.\ ZPS} =$ ſin. *PS*. ſin. *ZSP* ; d'où l'on voit que la variation en hauteur eſt d'autant plus grande par rapport à celle de l'angle horaire, que le ſinus de l'angle *ZSP* eſt plus grand, & que par conſéquent la variation en hauteur eſt plus grande lorſque ce ſinus eſt le plus grand, c'eſt-à-dire, lorſque l'angle *ZSP* eſt droit, ainſi que cela arrive lorſque l'Aſtre ayant une déclinaiſon plus grande que la latitude, ſe trouve au point où ſon vertical *ZK* touche ſon parallele.

Comme le triangle *PZS* donne ſin. *ZP* ſin. *PZS* = ſin. *SP*. ſin. *ZSP*, on aura donc auſſi $\frac{d.\ \text{ſin.}\ ZS}{d.\ ZPS} =$ ſin. *PZ*. ſin. *PZS*; en ſorte que la variation en hauteur eſt d'autant plus grande par rapport à celle de l'angle horaire, que le ſinus de l'angle *PZS* eſt plus grand, & eſt par conſéquent la plus grande lorſque ce ſinus eſt le plus grand de tous, ce qui arrive lorſque l'angle *PZS*

eſt droit, ou que l'Aſtre ſe trouve dans le premier vertical.

Les analogies différencielles donnent encore $\frac{d.\ ZPS}{d.\ PZ} = \frac{1}{\text{ſin. } PZ.\ \text{tang. } PZS}$, ce qui fait voir que l'erreur ſur l'angle horaire eſt d'autant plus petite, par rapport à celle commiſe ſur la latitude, que la tangente de l'angle $PZS$ eſt plus grande, c'eſt-à-dire, que l'angle azimutal $PZS$ eſt plus grand.

Nous ferons remarquer qu'on peut encore trouver l'heure par l'obſervation de deux Etoiles dans un même vertical, ſuppoſant qu'on connoiſſe leur déclinaiſon & leur aſcenſion droite.

Soit $Z$ (*Fig.* 1) le Zenith, $P$ le pole, $T$ & $S$ les deux Etoiles dans le vertical $ZS$. On connoît $PZ$, $PS$, $PT$ & l'angle $TPS$ qui eſt la différence de leurs aſcenſions droites, il s'agit de trouver l'angle $ZPS$. Soit même de $Z$ un arc de grand cercle $ZI$ perpendiculaire ſur $TP$. On aura ſin. $TI$ = ſin. $TP$ coſ. $PI$ — coſ. $PT$. ſin. $PI$. Donc $\frac{\text{ſin. } TI}{\text{ſin. } PI} = \text{ſin. } TP \text{ cot. } PI - \text{coſ. } PT.$

Mais cot. $PI = \frac{\text{cot. } PZ}{\text{coſ. } ZPT}$ & $\frac{\text{ſin. } TI}{\text{ſin. } PI} = \frac{\text{tang. } ZPT}{\text{tang. } PTZ}$;

ſubſtituant & réduiſant, on aura

tang. $PTZ = \frac{\text{ſin. } ZPT}{\text{ſin. } TP \text{ cot. } PZ - \text{coſ. } PT \text{ coſ. } ZPT}$ : on aura de même, l'angle $PTS$ étant plus grand que 90°, — tang. $PTS = \frac{\text{ſin. } TPS}{\text{ſin. } PT. \text{ cot. } PS - \text{coſ. } PT \text{ coſ. } TPS}$. Comparant ces deux valeurs du même angle $T$, on aura, après avoir diviſé par coſ. $PT$,

ſin. $TPS$. coſ. $ZPT$ + ( coſ. $TPS$ — tang. $PT$ cot. $PS$ ) ſin. $ZPT$ = tang. $PT$ cot. $PZ$ ſin. $TPS$;

équation de laquelle il eſt facile de tirer la valeur de l'angle $TPZ$, au moyen d'une méthode extrêmement ſimple, que donne M. Cagnoli dans ſon traité de Trigonométrie.

Soit l'Equation générale

$a$ coſ. $A + b$ ſin. $A = n$.

Il s'agit de trouver la valeur de l'angle $A$. On fera $n = m$ coſ. ( $A - B$ ); ainſi on aura $a$ coſ. $A + b$ ſin. $A = m$ coſ. $A$ coſ. $B + m$ ſin. $A$ ſin. $B$. Comme $m$ eſt indéterminée, on peut ſuppoſer $a = m$ coſ. $B$, & alors on aura $b = m$ ſin. $B$. On aura donc deux valeurs de $m$, deſquelles on tirera tang. $B = \frac{b}{a}$. On

aura enſuite $\text{cof.}(A - B) = \frac{n \text{ cof. } B}{a}$.

Comparant à préſent l'équation ci-deſſus avec l'équation générale, on aura $ZPT = A$, $a = \text{ſin. } TPS$, $b = \text{cof. } TPS - \text{tang. } PT \text{ cot. } PS$, $n = \text{tang. } PT \text{ cot. } PZ \text{ ſin. } TPS$; on aura donc

$$\text{tang. } B = \frac{\text{cot. } TPS - \text{tang. } PT. \text{ cot. } PS}{\text{ſin. } TPS}$$

$$= \text{cot. } TPS \left(1 - \frac{\text{tang. } PT. \text{ cot. } PS}{\text{cof. } TPS}\right).$$

Soit $\frac{\text{tang. } PT. \text{ cot. } PS}{\text{cof. } TPS} = \text{ſin. } C^2$,

on aura

$\text{tang. } B = \text{cot. } TPS \text{ cof. } C^2$;

enfin on aura

$\text{cof.}(TPZ - B) = \text{tang. } PT \text{ cot. } PZ \text{ cof. } B$.

---

Nous apprenons par la Décade philoſophique, no. 29, au moment où l'on va tirer cette feuille, que dans une ſéance de l'Inſtitut national, le Citoyen la Place a lu un mémoire ſur la théorie de la Lune, où ce grand Géomètre a réuni les réſultats les plus intéreſſants de ſes calculs analytiques ſur la Théorie de la Lune, & où il annonce une détermination extrêmement curieuſe de la parallaxe du Soleil. Mayer avoit déjà fait un calcul ſemblable; mais outre que l'analyſe de ce célèbre Aſtronome étoit moins approfondie, dit le rédacteur de la Décade, il n'avoit pas à beaucoup près un auſſi grand nombre d'obſervations pour déterminer la valeur préciſe de l'inégalité de la Lune qui peut donner la parallaxe. Auſſi l'avoit-il trouvée trop foible de $\frac{1}{11}$, au lieu que le Citoyen la Place arrive préciſément à la même quantité que Lexel & le Citoyen Lalande ont tirée des paſſages de Vénus, c'eſt-à-dire, qu'il l'a trouvée de 8", 6. Il ſemble qu'une auſſi parfaite conformité entre des réſultats obtenus par des moyens auſſi différents, doive faire regarder déſormais la parallaxe du Soleil comme déterminée avec toute la préciſion qu'on peut déſirer.

CHAPITRE

# CHAPITRE X.

## *De la révolution annuelle du Soleil, de la maniere de trouver ſa longitude, ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon.*

LE mouvement du Soleil ſervant de meſure à tous les autres, il eſt néceſſaire d'en avoir une connoiſſance auſſi exacte qu'il eſt poſſible. Auſſi les Aſtronomes en ont ils fait un des principaux objets de leurs recherches. Ils ont trouvé, ſoit en comparant un grand nombre d'Equinoxes anciens & modernes, ſoit en comparant de même des Solſtices anciens avec des modernes, que ſa révolution par rapport à un même point de l'Ecliptique, par rapport à un même Equinoxe, eſt de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 ſecondes. * C'eſt cette révolution qu'ils ont nommée *Révolution tropique*, *Année tropique*, & qu'on a adoptée dans l'uſage civil & politique, pour régler les temps.

Comme les points équinoxiaux rétrogradent d'environ $50'' \frac{1}{4}$ par an, il s'enſuit que le Soleil regagne, au bout d'un an, le point équinoxial d'où il étoit

* Preſque toutes les années des anciens peuples, dont quelques-unes paroiſſent avoir été déterminées avec préciſion, ſont plus longues que la nôtre.

Long-temps avant les Chaldéens on ſavoit qu'au bout de 600 ans les nouvelles & pleines lunes reviennent non-ſeulement le même jour, mais encore à la même heure. Dominique Caſſini, frappé le premier de la juſteſſe de cette période & des concluſions qu'on pouvoit en tirer ſur la longueur de l'année au temps où elle fut découverte, trouva, en ſuppoſant le mois lunaire de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 ſecondes, que 7411 mois lunaires ſont 219146 jours 12 heures 15 minutes, & que ce nombre donne 600 années ſolaires de 365 jours 5 heures 51 minutes 36 ſecondes. Ainſi, dans ces temps reculés, l'année étoit plus longue, de 2 minutes 48 ſecondes, que l'année actuelle de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 ſecondes. Chez les Chaldéens, dans des temps bien poſtérieurs à ceux-là, l'année étoit de 365 jours 5 heures 50 minutes quarante-trois ſecondes.

Le Cen. le Gentil, dans un mémoire ſur l'Aſtronomie des Indiens, imprimé dans le vol. des mémoires de la ci-devant Académie des ſciences, pour 1772, nous apprend que leur année eſt de 365 jours 5 heures 50 minutes 54 ſecondes. Comme les Braines ſe ſervent aujourd'hui de méthodes dont ils ignorent les principes;

parti, avant d'avoir achevé ſa révolution entiere, & qu'il n'a vraiment parcouru que 359° 59′ 10″; en ſorte que ſi l'on veut avoir le temps qu'il emploie à faire ſa révolution, ou à parcourir 360°, il faut ajouter à la durée de l'année, 20′ 23″ de temps, qu'il lui faut pour parcourir 50″ $\frac{1}{4}$; ainſi ſa révolution eſt vraiment de 365 jours 6 heures 9 minutes 11 ſecondes. On l'a nommée *Révolution ſidérale*, *Année ſidérale*, parce que ce n'eſt autre choſe que ſa révolution par rapport à une Etoile.

On conſidere encore la révolution du Soleil par rapport à ſon apogée, qu'on nomme *Révolution anomaliſtique*. Comme l'apogée a un mouvement vers l'Eſt, qui eſt, chaque année, de 1′ 2″, la révolution anomaliſtique eſt plus longue que la révolution tropique, puiſque le Soleil a plus de chemin à faire pour regagner ſon apogée; & comme il lui faut 25′ 10″ de temps pour parcourir 1′ 2″, il s'enſuit que ſa révolution anomaliſtique eſt de 365 jours 6 heures 13 minutes 58 ſecondes, ainſi que la trouve le C^en^. Lalande.

La longueur de l'année étant de 365 jours & un quart environ, on a imaginé de compter trois années de ſuite, de 365 jours, qu'on a nommées *années communes*, & une quatrieme de 366 jours, en rejetant ſur cette année le quart d'un jour appartenant à chacune des années communes; cette quatrieme

---

comme ils n'inventent & ne perfectionnent preſque rien en Aſtronomie, le ſavant Bailli obſerve, à l'occaſion de cette longueur de l'année, que la connoiſſance qu'ils en ont doit être chez eux de la plus haute antiquité. Il fait voir dans un mémoire ſur la diminution de l'année, imprimé dans le volume des mémoires de la ci-devant Académie des ſciences, pour 1773, qu'il faut la placer au temps même de leur époque aſtronomique, & par conſéquent vers trois mille cent un an avant l'ère des Chrétiens. Juſqu'au douzieme ſiècle de cette ère, les Chinois ont fait l'année à-peu-près égale à celle des Indiens.

Les anciens peuples s'accordant à faire leur année plus longue que la nôtre, il paroît qu'on doit en conclure que la longueur de l'année tropique a diminué depuis eux juſqu'à nous. Mais que faut-il penſer de cette diminution? Continuera-t-elle toujours, ou aura-t-elle un terme? On peut répondre qu'il arrivera un temps où elle ceſſera; parce que la longueur de l'année ne peut être ſujette qu'à des alternatives de diminution & d'augmentation, ainſi que le Citoyen la Grange l'a reconnu dans la ſeconde partie de ſon mémoire ſur les équations ſéculaires des éléments des Planetes, imprimée dans les mémoires de Berlin, pour 1782. Car le déplacement de l'Ecliptique, occaſionné par l'action des Planetes ſur la Terre, produiſant dans les points équinoxiaux un

année a été nommée *année biſſextile*, & le jour qu'elle a de plus a été ajouté au mois de Février. Cette diſpoſition fut imaginée par Soligêne, mathématicien d'Egypte, que Jules Céſar fit venir pour travailler avec lui à réformer le calendrier que les prêtres avoient mis dans le plus grand déſordre. Cet arrangement qui faiſoit aſſez bien répondre les années civiles aux années aſtronomiques & revenir les mêmes ſaiſons aux mêmes mois, fut preſcrit par ce dictateur qui étoit en même temps pontife, & a été appelé ſtyle Julien. Comme la premiere année de l'Ere chretienne s'eſt trouvée la premiere des années communes, toutes les années dont le nombre eſt diviſible par 4, ſont biſſextiles.

Cette réforme du calendrier romain avoit beſoin d'être réformée elle-même, & ſans doute qu'on ne l'eût pas laiſſée dans l'état d'imperfection où elle nous eſt parvenue, ſi l'on avoit mieux connu la longueur de l'année, ſi l'on avoit ſu qu'en faiſant l'année biſſextile de 366 jours, on la fait trop longue de 44′ 48″, en ſorte qu'au bout d'un ſiècle on ſe trouve compter 18ʰ 40′ de trop. Delà il étoit réſulté qu'au 16ᵉ. ſiècle, l'erreur de 11′ 12″ ſur l'année, s'étant accumulée, avoit produit une différence de dix jours, & que le Soleil entroit dans l'Equateur dès le 11 Mars. Il falloit donc tenter une nouvelle

---

mouvement en longitude, qui par ſes inégalités fait varier la durée de l'année, il trouve une expreſſion de la variation de la longueur de l'année, qui n'indique que des alternatives de diminution & d'augmentation, mais dont il ſeroit difficile, dit ce grand Géomètre, de fixer les périodes, les *maxima* & les *minima*. On peut ſeulement aſſigner la limite de ces variations, & il la trouve de 217″,7; en ſorte qu'on eſt aſſuré que la longueur de l'année tropique ne peut varier que d'une quantité moindre que 3 minutes 40 ſecondes.

Nous avons dit que la découverte de la période de 600 ans étoit bien antérieure aux premiers Chaldéens, qui certainement la connurent, puiſque Beroſe un de leurs hiſtoriens, en fait mention ſous le nom de Neros, mais dont il paroît qu'ils ignorerent les avantages; car elle fut négligée, oubliée même de leur poſtérité, au point qu'Hypparque, très-inſtruit de leur Aſtronomie, qui examina leurs périodes, ne parle pas de celle-là. Cet oubli eſt une bien forte preuve qu'ils n'en connurent pas tout le mérite. Un peuple qui cultiva l'Aſtronomie avec une conſtance dont on ne trouve d'exemple chez aucun autre, & dont les travaux en ce genre ne furent point interrompus, ce que prouvent les 1903 ans d'obſervaions ſuivies que Calliſthènes trouva à Babylone, n'eût certainement pas négligé une période dont il eût reconnu les

réforme. Ce fut un autre Pontife de Rome, mais de Rome moderne, de Rome dégénerée, qui l'entreprit pour replacer convenablement l'époque d'une de ſes pratiques religieuſes. Les ſavants qu'il appela à Rome pour remplir ſes vues, jugerent qu'afin de prévenir l'inconvénient dont on ſe plaignoit, on n'avoit qu'à rendre commune la derniere année de chaque ſiècle, au lieu de la faire biſſextile. Mais comme de cette maniere on retranchoit un jour au lieu de ne retrancher que 18ʰ 40′, ainſi que cela devroit être, que par conſéquent on retranchoit 5ʰ 20′ de trop, ce qui au bout de quatre ſiècles devoit donner près d'un jour de moins qu'on ne devoit avoir, ils chercherent à prévenir cet inconvenient, en ne rendant commune que la centieme année de trois ſiècles conſécutifs, & faiſant biſſextile la derniere année du quatrieme, ce qui rempliſſoit bien l'objet, au moins pour un temps, laiſſant à la poſtérité le ſoin de faire les nouvelles corrections dont elle viendroit à ſentir la néceſſité. En conſéquence il fut preſcrit que les années 1700, 1800, 1900 ſeroient communes, & que l'année 2000 ſeroit biſſextile; de même que les années 2100, 2200, 2300 ſeroient communes, & que l'année 2400 ſeroit biſſextile, & ainſi de ſuite. Cet arrangement eſt ce qu'on nomme le nouveau ſtyle, pour le diſtinguer du ſtyle Julien, qu'on a appelé de-

---

avantages. Elle lui avoit donc été tranſmiſe, preſque déjà oubliée; ce qui porte à croire qu'elle étoit très-ancienne par rapport à eux. C'eſt auſſi ce que prouve le paſſage ſuivant des antiquités judaïques de Joſeph. En parlant de la longue vie des premiers hommes, cet Hiſtorien dit que Dieu la leur prolongeoit, tant à cauſe de leur vertu, que pour leur donner le moyen de perfectionner les ſciences de la Géométrie & de l'Aſtronomie qu'ils avoient trouvées, ce qu'ils n'auroient pu faire, s'ils avoient vécu moins de 600 ans, parce que ce n'eſt qu'après la révolution de ſix ſiècles, que s'accomplit la grande année. Tous ceux, ajoute-t-il, qui ont écrit l'hiſtoire, tant des Grecs que des autres Nations, rendent témoignage de ce que je dis. Car Manethon, qui a écrit l'hiſtoire des Egyptiens; Beroſe, qui nous a laiſſé celle des Chaldéens; Mochus, Heſticus, & Hyéronime l'Egyptien, qui ont écrit celle des Egyptiens, diſent auſſi la même choſe; & Héſiode, Hécatée, Acuſilas, Hellanique, Ephore & Nicolas répetent que ces premiers hommes vivoient juſqu'à mille ans. Il réſulte de ce paſſage que ces hiſtoriens connoiſſoient la période dont nous parlons; mais qu'ils en ignoroient les avantages, ainſi que tout le monde, & qu'ils penſoient comme Joſeph, qu'elle avoit été trouvée par les premiers hommes.

Cette découverte appartient donc à un peuple qui a exiſté un grand nom-

puis vieux ſtyle. Tous les Peuples de l'Europe l'ont adopté, les uns plutôt, les autres plus tard, à l'exception des Ruſſes, qui, ayant conſervé l'ancien, compteront, dans le ſiècle actuel, 12 jours de moins que les autres.

Quant au commencement de l'année, il a été très-différent chez les différents peuples. Tout ce que nous en dirons ici, ſe réduira à rappeler qu'en France, juſqu'en 1564, l'année commençoit à Pâques, & qu'un Roi imbécille, ignorant, ſuperſtitieux & féroce, en fixa le commencement au premier de Janvier; qu'enfin un concours heureux de circonſtances a fait abandonner cette époque, & prendre pour le commencement de l'année le jour même de l'équinoxe d'automne. La Convention Nationale ayant prononcé l'abolition de la Royauté, le 21 Septembre 1792, & en ayant fait publier le décret le 22, jour où le Soleil arrivoit à l'équinoxe d'automne, ce jour fut décrété le premier de la République & de l'année. Mais en réglant les années ſur l'équinoxe vrai, on ne peut ſe diſſimuler qu'on perd l'avantage d'une marche ſimple & commode, par la difficulté de déterminer long-temps d'avance l'inſtant de l'équinoxe, & par conſéquent le premier jour de l'année. Il eſt vrai auſſi que cette difficulté, qui étoit l'objection la plus forte contre le nouveau calendrier, a été vain-

---

bre de ſiècles avant ceux dont les noms nous ont été tranſmis, & qui certainement n'a pu la faire ſans avoir une Aſtronomie déjà perfectionnée. Il y a grande apparence que les peuples qui l'ont ſuivi, ne lui ont pas été ſeulement redevable de cette connoiſſance, mais qu'ils lui ont dû la plupart de leurs autres connoiſſances, non-ſeulement en Aſtronomie, mais encore dans bien d'autres genres. Car quand on conſidere que chez tous les peuples anciens, Scythes ou Tartares, Chaldéens, Perſes, Indiens, Chinois, Egyptiens, qui ont cultivé l'Aſtronomie, cette ſcience n'a fait que des progrès très-médiocres pendant la durée d'une longue exiſtence, qu'il y en a même parmi eux, qui n'ont rien inventé, rien perfectionné, ou du moins preſque rien, & qui ignorent juſqu'aux principes des méthodes qu'ils pratiquent; que tandis qu'ils ont des éléments aſſez bien connus, il en eſt d'autres auſſi ſimples, auſſi eſſentiels, qui leur ſont inconnus, ou qu'ils ont groſſierement déterminés; que pendant des ſiècles, une foule d'obſervations reſte ſans uſages & ſans réſultats, il eſt bien difficile de croire qu'ils ſe doivent à eux-mêmes leurs lumieres. Lorſqu'un peuple ne perfectionne point, ou très-peu, un genre de connoiſſance, il y a tout à parier qu'il a été abſolument incapable de le créer.

Il paroit qu'un ſeul a eu la gloire déclairer tous les autres. On en a la

cue très-heureuſement par le C^en. Delambre, l'un des premiers Aſtronomes de ce ſiècle, qui a donné dans la Connoiſſance des temps de l'an ſept, une méthode auſſi facile que cela étoit poſſible, de déterminer l'inſtant de l'équinoxe, & par ſuite de trouver les ſextiles de ce calendrier.

Voyons maintenant comment on trouve la longitude du Soleil.

Le mouvement annuel apparent du Soleil étant parfaitement égal au mouvement annuel de la Terre autour de cet Aſtre, rien n'empêche qu'on ne conſidere cet Aſtre comme décrivant une orbite égale à celle de la Terre, dont la Terre occupe un des foyers, & c'eſt ſous ce point de vue que nous allons maintenant conſidérer ſon mouvement.

Soit donc *AFPDA* (*Fig.* 18.) l'orbite que le Soleil eſt ſuppoſé décrire autour de la Terre, *T* un de ſes foyers où l'on ſuppoſe la Terre, *AP* la ligne des apſides, *A* l'apogée, *P* le périgée, &c. Suppoſons que le Soleil, après avoir paſſé par ſon apogée, ſoit parvenu au point *M* de ſon orbite; menant le rayon vecteur *SM*, l'angle *ASM* qu'il forme avec la ligne des apſides, eſt ce qu'on nomme l'anomalie vraie du Soleil, cet angle étant toujours pris depuis l'apogée & dans le ſens du mouvement. Ayant décrit un cercle ſur *AP* comme diamètre, ſi l'on ſuppoſe que le

---

preuve, comme l'obſerve l'illuſtre Bailli, dans la conformité de quantité d'inſtitutions, d'uſages, d'opinions qu'on trouve chez ces différents peuples, vivant iſolés, cachant ſoigneuſement leurs connoiſſances, & dont pluſieurs ſont placés à de grandes diſtances ſur le globe. Il ſemble donc qu'on ne puiſſe douter que long-temps avant tous ces peuples, il en a exiſté un qui fonda toutes nos connoiſſances, qui inventa & perfectionna l'Aſtronomie, dont ceux-ci n'ont fait que recueillir quelques débris parvenus juſqu'à eux, bien moins ſans doute par la tradition, qui s'altere ſans ceſſe, que par les monuments durables que ce peuple aura laiſſés, en gravant les principes de ſes connoiſſances ſur la pierre, uſage que le déſir de les conſerver lui aura inſpiré, & qu'on retrouve chez des peuples qui ont exiſté long-temps après. C'eſt à la faveur de cet uſage, que les travaux du peuple inſtituteur auront laiſſé des traces qui auront fait la baſe de l'inſtruction des peuples poſtérieurs. C'eſt à lui que les uns auront été redevables des méthodes aſtronomiques qu'ils pratiquent à l'aveugle, d'autres, des périodes dont ils ignoroient les avantages, &c. &c.

Si l'on veut des preuves particulieres de ce que nous avançons d'après l'illuſtre & infortuné Bailli, ſavoir, qu'il a exiſté un peuple qui a éclairé les autres, on n'aura qu'à conſulter ſon hiſtoire de l'Aſtronomie ancienne & ſes

Soleil décrive ce cercle uniformément dans le même temps qu'il décrit ſon orbite, & qu'après avoir paſſé par l'apogée, il décrive dans ce cercle l'arc *AL*, dans le même temps qu'il décrit l'arc *AM* de ſon orbite, ou l'angle *ASM*, l'arc *AL* ou l'angle *ACL* eſt ce qu'on nomme l'anomalie moyenne, laquelle eſt comme l'on voit proportionnelle au temps; & l'on nomme l'angle *CES* différence entre l'anomalie moyenne & l'anomalie vraie, l'équation du centre, ou l'équation de l'orbite.

On diviſe l'anomalie moyenne en douze parties égales qu'on nomme ſignes, dont le premier commence à l'apogée, & qui ſe comptent dans le ſens du mouvement. Il eſt évident que dans les ſix premiers ſignes d'anomalie moyenne, ou dans le paſſage du Soleil de ſon apogée à ſon périgée, l'anomalie moyenne eſt plus grande que l'anomalie vraie; en ſorte que ſi l'on veut avoir l'anomalie vraie ou le lieu du Soleil dans ſon orbite, il faut retrancher la différence des deux anomalies ou l'équation du centre, de l'anomalie moyenne. Au contraire, dans les ſix derniers ſignes d'anomalie moyenne, ou dans le paſſage du Soleil de ſon périgée à ſon apogée, l'anomalie moyenne eſt plus petite que l'anomalie vraie; & par conſéquent il faut alors ajouter l'équation du centre à l'anomalie moyenne, pour avoir l'a-

---

lettres ſur l'origine des ſciences & ſur celle des peuples anciens. Nous en avons rapporté quelques-unes, toutes plus ou moins fortes, dans une note de l'article Solſtice du Dictionnaire de Marine faiſant partie de l'Encyclopédie.

En adoptant ſans réſerve ſon opinion ſur l'exiſtence d'un peuple inſtituteur, nous nous permettrons d'avoir ſur la partie de l'Aſie que ce peuple a habitée, une opinion un peu différente de la ſienne. Il ſuppoſe qu'il a habité l'Aſie vers le parallele de 49 degrés. La théorie du globe nous fait trouver ailleurs ſa patrie.

Il eſt certain que la mer a couvert autrefois tout le globe. Des multitudes de dépouilles marines, de coquillages, de ſquelettes de poiſſons, &c. qu'on rencontre à de grandes hauteurs, même ſur la cime des montagnes que le temps n'a pas encore entierement dégradées, le prouvent invinciblement. Par ſes diverſes agitations, & particulierement par ſon flux & ſon reflux, elle a organiſé & figuré le globe tel que nous le voyons. Les couches des différentes matieres, horizontales dans les plaines, inclinées dans la plupart des montagnes, ſoit parce qu'elles y ont été formées par des ſédiments poſés ſur des baſes inclinées, ſoit par des affaiſſements d'une portion des montagnes; les diverſes inégalités de ſa ſurface, les montagnes, les iles, &c., ſont les ré-

nomalie vraie; c'eſt ce dont il eſt facile de s'aſſurer.

Soit le Soleil arrive au point *M'* de ſon orbite après avoir paſſé par ſon périgée; prenant ſon périgée pour l'origine des anomalies, ſi l'on mene le rayon vecteur *SM'*, l'angle *PSM'* ſera l'anomalie vraie. Mais lorſqu'on l'a ſuppoſé décrire uniformément le cercle *ALPL'*, dans le même temps qu'il décrit ſon orbite, on a dû ſentir que ce ne pouvoit être qu'avec une vîteſſe moyenne entre ſa plus petite & ſa plus grande vîteſſe, que par conſéquent cette vîteſſe étant plus petite que la vîteſſe qu'il a dans le périgée & aux environs, l'angle *PCL'* qu'il décrit dans le cercle dans lequel on l'a ſuppoſé, pour le moment, ſe mouvoir uniformément autour du point *C*, ou l'anomalie moyenne, eſt plus petit que l'angle *PSM'* qu'il décrit effectivement autour du poins *S*, ou que l'anomalie vraie; qu'il eſt plus petit, de l'angle *CE'S*, qui, étant la difference des deux anomalies, eſt ce que nous avons appelé équation du centre. Il eſt donc bien évident que, dans les ſix derniers ſignes de l'anomalie moyenne, il faut ajouter l'équation du centre à l'anomalie moyenne pour avoir l'anomalie vraie.

Suppoſons le plan de l'orbite du Soleil, continué juſqu'au fond du Ciel, il formera ce grand cercle de la ſphere céleſte, qu'on nomme l'Ecliptique. Suppo-

---

ſultats néceſſaires de ſon travail lent, ſucceſſif & conſtant. (*voyez déplacement de la mer dans le dictionnaire de Marine de l'Encyclopédie*).

Lorſque les eaux parvenues à s'abaiſſer en ſillonnant la ſurface de la Terre, en laiſſerent à découvert les portions les plus élevées, bientôt des corps organiſés de toute eſpèce les peuplerent, & dès-lors le volume des eaux commença à diminuer, *parce que les corps organiſés rendent moins d'eau à la circulation, qu'il n'en entre dans leur compoſition.* C'eſt donc ſur ces parties élevées du globe qu'il faut chercher les premiers hommes, mais qui ne durent y paroître avec les autres animaux, que long-temps après qu'elles furent couvertes de végétaux. La branche du Caucaſe, qui ſépare la mer Noire de la mer Caſpienne, paroît être, comme la plus élevée des premieres iles qui vinrent à ſe découvrir, le berceau de l'eſpèce humaine. Cette opinion, qui eſt celle de l'auteur de l'hiſtoire des hommes, à laquelle conduit ſi naturellement la théorie du globe, eſt confirmée par l'eſpèce de culte qu'on rendoit au Caucaſe dans tout l'Orient. Toutes les voix, toutes les plumes, dit cet auteur, s'accordoient à le célébrer, ce qui indique aſſez qu'on le regardoit comme étant la patrie des premiers hommes.

Les hommes qui avoient paru ſur l'île que forma d'abord le Caucaſe, ſe

ſons que *B* ſoit le premier point du Bellier, *a* le point du fond du ciel où répond l'apogée, *m* celui où répond le ſoleil quand il eſt au point *M* de ſon orbite, *l* celui où il répondroit au même inſtant, s'il décrivoit uniformément le cercle *ALPL'*; *Ba* ſera la longitude de l'apogée, *Bam* la longitude vraie du Soleil, *Bal* ce qu'on nomme ſa longitude moyenne, leur différence *ml* l'équation du centre, enfin *al*, égale à la longitude moyenne moins la longitude de l'apogée, l'anomalie moyenne, puiſque *al* meſure l'angle *ACL* : ſi l'on conſidere le Soleil parvenu au point *M'* de ſon orbite, *m'* ſera le point du fond du Ciel, où il répondra alors, *l'* celui où il répondroit s'il décrivoit le cercle *ALPL'*, *Bam'* ſera ſa longitude vraie, *Bal'* ſa longitude moyenne, *l' m'* l'équation du centre.

Tout ce que nous venons de dire eſt plus que ſuffiſant pour entendre parfaitement le procédé que ſuivent les Aſtronomes pour calculer la longitude ou le lieu du Soleil, à l'aide des tables qu'ils ont dreſſées des mouvements de cet Aſtre. Ces tables contiennent la longitude moyenne du Soleil, la longitude de l'apogée, & l'équation du centre pour chaque degré d'anomalie moyenne, ainſi qu'on peut le voir dans celles qu'on trouvera à la fin de cet ouvrage. Ils prennent dans ces tables la longitude moyenne, &

---

multiplierent bientôt. Leur poſtérité devenue très-nombreuſe, par ſucceſſion de temps, dut ſe répandre ſur les îles que vinrent à former, par la retraite de la mer, les parties les plus élevées des diverſes branches du Caucaſe. Ces hommes s'étendant ſur ces îles à meſure que la mer les abandonnoit, ceux qui ſe trouvoient répandus ſur la branche du Caucaſe, qui ſe courbe, ſous le nom d'Imaüs, vers le quarantieme degré de latitude & le quatre-vingt-dixieme de longitude, aux environs du vaſte plateau de la Tartarie, élevé de 2500 toiſes au-deſſus du niveau actuel de la mer, & par cette raiſon abandonné de bonne heure par la mer, gagnerent bientôt l'île qu'il formoit. Sur cette île déjà très-vaſte, & dont la mer, par ſa retraite, reculoit ſans ceſſe les limites, ſituée ſous un ciel doux, jouiſſant d'un air pur, où la Nature déployoit, comme dans les autres îles, toute ſa vigueur, toute ſa fécondité, la population dut devenir immenſe, & la civiliſation faire les plus grands progrès. On eſt donc fondé à penſer que le peuple qui l'habita, ſans doute pendant un grand nombre de ſiècles, eſt celui-là même qui, lorſque la mer couvroit encore preſque toutes les plaines de l'ancien monde, créa une grande maſſe de lumières, & fut l'inſtituteur de ceux qui exiſterent après.

Il eſt d'ailleurs une conſidération qui fait beaucoup en faveur de cette opinion, c'eſt qu'on a de fortes raiſons de croire que l'homme étoit alors bien

la longitude de l'apogée pour le temps pour lequel ils veulent avoir la longitude vraie du Soleil, ou ſon vrai lieu dans le Ciel; ils retranchent la longitude de l'apogée de la longitude moyenne, ce qui leur donne l'anomalie moyenne. Avec l'anomalie moyenne, ils cherchent l'équation du centre, qu'ils appliquent à la longitude moyenne, & ils ont la longitude vraie du Soleil.

Quoiqu'on ait maintenant une idée ſuffiſante de la maniere de calculer le lieu du Soleil par les tables, on ne pourroit cependant entreprendre l'opération, ſi nous n'avertiſſions pas :

1°. Que dans ces tables, l'époque de la longitude moyenne & de la longitude de l'apogée, eſt le 31 Décembre à midi de l'année précédente, lorſque l'année eſt commune, & le 1^er^. Janvier à midi de l'année courante, quand elle eſt biſſextile :

2°. Que ces tables ſont calculées pour le Méridien de Paris, en ſorte que ſi l'on veut calculer pour l'heure qu'on compte en tout autre lieu, il faut tenir compte de la différence des Méridiens, la convertir en temps, ſi on ne l'a qu'en degrès, à raiſon d'une heure pour 15 degrés, la retrancher de l'heure pour laquelle on veut avoir le lieu du Soleil, ou la lui ajouter, ſuivant que le lieu eſt à l'Orient ou à l'Occident de Paris, afin d'avoir l'heure qu'on compte alors à Paris :

3°. Que les heures y ſont comptées aſtronomi-

---

ſupérieur à ce qu'il eſt maintenant, que ſon eſpèce jouiſſoit de toute ſa vigueur comme le reſte de la nature. En effet, on étoit généralement perſuadé dans la partie de l'Aſie qui avoiſine le Caucaſe, & même dans preſque toute l'Aſie, que les hommes étoient, dans ces temps-là, d'une taille coloſſale, qu'ils vivoient très-long-temps, comme le prouve le paſſage de Joſeph, rapporté ci-deſſus. Quoiqu'on n'ajoute pas qu'ils joignoient à ces avantages celui d'une intelligence ſupérieure, on ne peut guere douter qu'ils ne fuſſent auſſi très-favoriſés à cet égard. Car des êtres qui ont toute la vigueur de leur nature, doivent être ſupérieurs en tout à des êtres dégénérés; & quand on prétendroit, contre toute raiſon, que ſous ce rapport ils ne valoient pas mieux que nous, on ne pourroit diſconvenir que vivant beaucoup plus que nous, ils pouvoient, par cela ſeul, acquérir très-vite des connoiſſances dans tous les genres; en ſorte qu'ils durent former, dans un aſſez petit nombre de ſiècles, le peuple le plus inſtruit peut-être qui ait jamais exiſté.

quement, c'eſt-à-dire, d'un midi au midi ſuivant:

4°. Que les temps correſpondants aux mouvements que ces tables repréſentent, ſont des temps moyens, en ſorte que ſi le temps pour lequel on veut calculer eſt un temps vrai, il faudroit ajouter à ce temps vrai ou en retrancher la différence entre ce temps & le temps moyen, c'eſt-à-dire, l'équation du temps, afin d'avoir le temps moyen correſpondant pour lequel il faudroit calculer : mais comme pour avoir l'équation du temps par les tables qu'on en a dreſſées, il faut connoître au moins à-peu-près, la longitude du Soleil, on prend le parti de calculer pour le temps vrai propoſé, comme s'il étoit un temps moyen, & avec la longitude du Soleil que l'on trouve, laquelle ne peut différer que très-peu de la véritable, on cherche dans les tables l'équation du temps. On prend dans la table des mouvements du Soleil, le nombre de ſecondes qui répond à cette équation, & on l'ajoute à la longitude du Soleil qu'on a trouvée, ou on l'en retranche, ſuivant qu'il faut ajouter l'équation du temps au temps vrai ou l'en retrancher, pour avoir le temps moyen correſpondant, ce que ces tables indiquent toujours:

5°. Enfin, que lorſque l'année eſt biſſextile, & que le temps pour lequel on calcule tombe dans les mois de Janvier & de Février, il faut en retrancher un jour.

Éclairciſſons ce que nous venons de dire par un exemple ou deux.

On demande la longitude vraie du Soleil pour le 7 Ventôſe an IX de la République, ou le 26 Février 1801, à $4^h\ 18'\ 52''$, temps vrai à Berlin.

Comme Berlin eſt à l'Orient de Paris, je retranche la différence des Méridiens en temps, qui eſt de $44'\ 25''$, en ſorte que j'ai à calculer le lieu du Soleil pour le 7 Ventôſe ou le 26 Février, à $3^h\ 34'\ 27''$, temps vrai.

Je prends dans les tables qui ſont à la fin de l'ouvrage, la longitude du Soleil pour 1801, que je trouve

de 9ˢ 9° 39′ 41″; le mouvement moyen qui répond à Février, 1ˢ 0° 33′ 18″; les mouvements moyens pour les jours, heures, minutes & ſecondes, qui ſont reſpectivement 25° 37′ 37″, 7′ 24″, 1′ 24″, 1″; j'en fais la ſomme, & j'ai 11ˢ 5° 59′ 25″, longitude moyenne du Soleil.

Je prends pareillement la longitude de l'apogée, pour 1801, que je trouve de 3ˢ 9° 30′ 5″; le mouvement moyen de l'apogée, 5″, qui répond à Février; & ſon mouvement moyen, 5″, pour 26 jours; j'en fais la ſomme, & je trouve 3ˢ 9° 30′ 15″, longitude de l'apogée du Soleil.

Je retranche la longitude de l'apogée de la longitude moyenne, & j'ai 7ˢ 26° 29′ 10″, qui eſt l'anomalie moyenne avec laquelle je cherche l'équation du centre. Comme l'équation du centre ne ſe trouve dans la table que pour des degrés entiers d'anomalie moyenne, pour tenir compte des 29′ 10″ que nous avons de plus que 7ˢ 26°, je prends dans la table la différence 1′ 6″ entre l'équation qui répond à 7ˢ 26° d'anomalie moyenne, & celle qui répond à 7ˢ 27°, & je fais cette proportion; ſi 60′ ou 3600″, différence entre les anomalies moyennes, donnent 1′ 6″ ou 66″ de différence entre les équations du centre, combien 29′ 10″ ou 1750″ donneront-elles de différence? je trouve pour cette différence 32″, que j'ajoute à l'équation 1° 36′ 54″, qui appartient à 7ˢ 26° d'anomalie moyenne, parce que l'anomalie moyenne augmentant, l'équation du centre augmente auſſi, & j'ai 1° 37′ 26″ pour l'équation du centre, qui répond à 7ˢ 26° 29′ 10″ d'anomalie moyenne. J'ajoute cette équation, ainſi que la table l'indique, à la longitude moyenne du Soleil, & j'ai 11ˢ 7° 36′ 51″, qui ſeroit la longitude vraie du Soleil, ſi, au lieu d'un temps vrai, on avoit un temps moyen; pour corriger cette longitude à raiſon de l'équation du temps, je cherche dans la table de l'équation du temps, l'équation du temps qui répond à la longitude du Soleil qu'on vient de trouver, &

je trouve 13′ 17″ qu'il faudroit ajouter, comme la table l'indique, au temps vrai, pour le réduire en temps moyen. Je prends donc dans la table des mouvements du Soleil, pour les minutes & ſecondes, le mouvement du Soleil pour 13′ 17″, ce qui me donne 33″ que j'ajoute à la longitude du Soleil qui a été trouvée, & j'ai pour la longitude vraie de cet Aſtre, 11ˢ 7° 37′ 24″.

Quand on a la longitude du Soleil, il eſt facile de trouver ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon.

Avec la longitude du Soleil on trouve ſon aſcenſion droite, au moyen d'une table qui fait connoître la quantité qu'on doit ajouter à ſa longitude, ou en retrancher, pour avoir ſon aſcenſion droite. Voici comme je la trouve dans le cas préſent. Je prends la différence 3′ 39″ entre les deux quantités qui répondent à 11ˢ 7° & 11ˢ 8°, & je fais cette proportion; 60′ : 3′ 39″ :: 37′ 24″ : un quatrieme terme lequel eſt égal à 2′ 16″, que je retranche de 1° 43′ 35″, quantité qui répond à 11ˢ 7°, parce que la longitude du Soleil augmentant, les quantités qui lui répondent dans la table diminuent, & j'ai 1° 41′ 19″ pour la quantité qui répond à la longitude du Soleil, 11ˢ 7° 37′ 24″, que je lui ajoute, ainſi que la table l'indique, & j'ai 11ˢ 9° 18′ 43″ pour l'aſcenſion droite.

Avec la longitude du Soleil je trouve la déclinaiſon, au moyen de la table ſuivante, en cette maniere. Je prends la différence 22′ 19″ entre les déclinaiſons qui répondent à 11ˢ 7° & 11ˢ 8°, & je fais cette proportion; 60′ : 22′ 19″ :: 37′ 24″ : un quatrieme terme lequel eſt égal à 13′ 55″, que je retranche de la déclinaiſon 8° 57′ 11″, qui répond à 11ˢ 7°, parce que la longitude du Soleil augmentant, la déclinaiſon diminue, & j'ai 8° 43′ 16″ pour la déclinaiſon, qui eſt auſtrale.

On demande le lieu du Soleil pour le 9 Thermidor, an X de la République, c'eſt le 28 Juillet 1802,

à $4^h$ 42′ 34″ du matin, temps vrai, à Gréenwich. Le 9 Thermidor ou le 28 Juillet à $4^h$ 42′ 34″ du matin, c'eſt le 8 Thermidor ou le 27 Juillet à $16^h$ 42′ 34″. Ajoutant 9′ 10″, différence des Méridiens, en temps, entre Gréenwich & Paris, parce que Gréenwich eſt à l'occident de Paris, on aura à calculer pour le 8 Thermidor ou le 27 Juillet à $16^h$ 51′ 44″. Voici le calcul.

| *Moyens mouvements du Soleil* | | | | *Mouvements de l'Apogée.* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pour 1802. . . . . | 9ˢ | 9° | 25′ 21″ | | 3ˢ | 9° | 31′ 7″ |
| pour Juillet. . . . . | 5 | 28 | 24 8 | | | . . . . | 32 |
| pour 27 jours. . . . . | 26 | 36 | 45 | | | . . . . | 5 |
| pour 16 heures. . . . . | | 39 | 26 | | | | |
| pour 51 minutes. . . . . | | 2 | 6 | | | | |
| pour 44 ſecondes. . . . . | | | 2 | | 3ˢ | 9° | 31′ 44″ long. de l'Ap. |
| | | | | | 4 | 5 | 7 48 |
| Long. moy. du Soleil | 4ˢ | 5° | 7′ 48″ | | 0ˢ | 25° | 36′ 4″ anom. moy. |
| équation du centre — | 0 | 48 | 59 | | | | |
| Long. non corr. . . | 4ˢ | 4° | 18′ 49″ | Equ. du temps 5′ 57″ addit. | | | |
| mouv. corr. à l'équ. du tems + | | | 14 | mouv. correſp. . 14. | | | |
| Donc long. vr. du Sol. | 4ˢ | 4° | 19′ 3″ | | | | |

En imitant ce que nous avons fait dans l'exemple précédent, on trouvera l'aſcenſion droite du Soleil de 4ˢ 6° 39′ 21″, & ſa déclinaiſon de 19° 12′ 12″ boréale.

---

On diſtingue l'année en moyenne & en apparente.

L'année moyenne eſt le temps que le Soleil employeroit à revenir au même point de l'Ecliptique, ſi ſes apſides n'avoient point de mouvement, & par conſéquent ſeroit conſtamment de la même quantité.

L'année apparente eſt le temps que le Soleil paroît mettre à revenir au même point de l'Ecliptique, dont la durée, ſujette aux variations cauſées par le mouvement des apſides, ne peut être par conſéquent toujours la même. C'eſt celle que les obſervations donnent immédiatement; en ſorte que, quand on l'a trouvée, il faut la corriger de la petite quantité dont le mouvement des apſides du Soleil la fait différer de l'année moyenne, pour avoir celle-ci.

On emploie pour la déterminer, des obſervations de deux équinoxes de printemps & de deux d'automne de deux mêmes années, pour prendre un milieu entre les deux révolutions qui en réſultent, dont la premiere eſt toujours plus courte que la ſeconde, ou des obſervations de deux ſolſtices d'été & de deux d'hiver de deux mêmes années, qui paroiſſent même devoir être employées de préférence, parce que ſi, comme le remarque M. de la Caille, l'année conclue par la comparaiſon de deux ſolſtices d'été, eſt trop courte à cauſe du paſſage du Soleil par ſon apogée vers le ſolſtice d'été, & trop longue lorſqu'on la conclut de la comparaiſon de deux ſolſtices d'hiver, à cauſe du périgée voiſin de ces ſolſtices; en ſuppoſant le mouvement de l'apogée uniforme, l'excès ſe trouve égal au défaut, en ſorte que prenant un milieu entre deux années conclues, l'une par les ſolſtices d'été, l'autre par les ſolſtices d'hiver, on a préciſément la moyenne. On prend toujours, autant qu'il eſt poſſible, des obſervations entre leſquelles il y ait un grand nombre de révolutions.

Ne pouvant entrer dans de très-grands détails, nous nous bornerons à faire voir comment on déduit la grandeur de l'année des obſervations de deux équinoxes & de deux ſolſtices.

Ticho obſerva, à Uranibourg, l'équinoxe du printemps 1584, le 10 Mars à $1^h\ 21'$, vieux ſtyle. Pour réduire ce temps au nouveau ſtyle, il faut lui ajouter 11 jours, & enſuite en retrancher $42'$ dont Uranibourg eſt plus oriental que Paris, afin d'avoir le temps de cet équinoxe à Paris, le 21 Mars à $0^h\ 39'$. En 1716 l'équinoxe fut obſervé à Paris, le 19 Mars à $23^h\ 46'$. L'intervalle entre ces deux équinoxes eſt donc de $48211^j\ 23^h\ 7'$, qui, diviſé par 132 années, donne la grandeur de l'année apparente, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''\ 22'''$.

La longitude de l'apogée du Soleil étoit, le 21 Mars 1584, de $3^s\ 5^o\ 57'\ 6''$; la retranchant de la longitude du Soleil, lors de l'équinoxe, $12^s\ 0^o\ 0'\ 0''$, il reſte l'anomalie vraie $8^s\ 24^o\ 22'\ 54''$, à laquelle répond l'anomalie moyenne $8^s\ 22^o\ 27'\ 40''$; lui ajoutant la longitude de l'apogée, on a $11^s\ 28^o\ 4'\ 46''$, pour la longitude moyenne du Soleil, à l'équinoxe de Mars 1584.

La longitude de l'apogée du Soleil, le 19 Mars 1716, étoit de $3^s\ 8^o\ 1'\ 1''$. L'anomalie vraie étoit par conſéquent $8^s\ 21^o\ 58'\ 59''$, à laquelle répond l'anomalie moyenne $8^s\ 20^o\ 4'\ 22''$. Ainſi la longitude moyenne du Soleil, à l'équinoxe de Mars 1716, étoit de $11^s\ 28^o\ 51'\ 23''$.

Le lieu moyen du Soleil étoit donc plus avancé à l'équinoxe du printemps, en 1716, qu'en 1584, de $37''$. Or le mouvement du Soleil en longitude, lors de l'équinoxe du printemps, etant de $59'\ 22''$ en $24^h$, il employa $14'\ 57'',5$ de temps à parcourir

ces 37″. Les révolutions apparentes compriſes entre ces deux années, employerent donc pour s'achever, 14′ 57″,5 de plus que les révolutions moyennes, & chacune fut par conſéquent plus longue qu'une révolution moyenne, de la valeur de cet eſpace de temps, diviſé par le nombre 132 des révolutions, c'eſt-à-dire, de 0″ 48‴. Il faut donc retrancher cette quantité de l'année apparente 365ʲ 5ʰ 48′ 41″ 22‴, pour avoir l'année moyenne, qu'on trouve par conſéquent de 365ʲ 5ʰ 48′ 34″ 34‴.

Comparant de même deux équinoxes de Septembre, l'un obſervé par Ticho en 1584, le 12, à 12ʰ 1′, vieux ſtyle, & l'autre obſervé à Paris en 1716, le 22, à 11ʰ 12′, on trouve l'année moyenne de 365ʲ 5ʰ 49′ 7″ 56‴.

Prenant la moitié de la ſomme de cette année & de la précédente, on trouve l'année moyenne de 365ʲ 5ʰ 48′ 51″ 15‴.

Cherchons actuellement la longueur de l'année par les obſervations des ſolſtices.

Ticho obſerva à Uranibourg le Solſtice d'été, le 11 Juin 1584, à 2ʰ 10′, vieux ſtyle, ou le 22 Juin, nouveau ſtyle, à 1ʰ 28′ à Paris. Le 20 Juin 1716, le ſolſtice fut obſervé à Paris, à 22ʰ 57′. L'intervalle entre ces deux ſolſtices eſt de 4821ʲ 21ʰ 29′, qui, diviſé par 132 années, donne 365ʲ 5ʰ 47′ 56″ 49‴ pour la grandeur de l'année apparente.

Le 22 Juin 1584, la longitude de l'apogée du Soleil étoit de 3ˢ 5° 37′ 23″. La retranchant de la longitude du Soleil 3ˢ 0° 0′ 0″, lors du ſolſtice, il reſte l'anomalie vraie 11ˢ 24° 22′ 37″, à laquelle répond l'anomalie moyenne 11ˢ 24° 11′ 6″. Ajoutant la longitude de l'apogée, on a 2ˢ 29° 48′ 29″ pour le lieu moyen du Soleil, lors du ſolſtice d'été de 1584.

Le 20 Juin 1716, la longitude de l'apogée du Soleil étoit de 3ˢ 8° 1′ 28″; l'anomalie vraie étoit donc 11ˢ 21° 58′ 32″, à laquelle répond l'anomalie moyenne 11ˢ 21° 42′ 15″. Ainſi la longitude moyenne du Soleil, lors du ſolſtice d'été de 1716, étoit de 2ˢ 29° 43′ 43″.

Le lieu moyen du Soleil, lors du Solſtice d'été, étoit donc moins avancé en 1716 qu'en 1584, de 4′ 46″. Les révolutions apparentes s'étoient donc achevées plutôt que les révolutions moyennes, & par conſéquent avoient été plus courtes. Pour ſavoir de combien, & par conſéquent ce qu'il faut ajouter à une révolution apparente pour avoir la révolution moyenne, on réduira 4′ 46″ en temps, à raiſon de 57′ 11″ de mouvement du Soleil, en longitude, lors du Solſtice d'été, en 24 heures. On trouvera 2ʰ 2′ 31″, qui, diviſées par 132, donnent 55″; ajoutant donc ces 55″ à l'année apparente 365ʲ 5ʰ 47′ 56″ 49‴, on aura l'année moyenne de 365ʲ 5ʰ 48′ 51″ 49‴.

La comparaiſon de deux ſolſtices d'hiver, l'un obſervé par

Ticho

Ticho, le 11 Décembre 1584, *vieux ſtyle*, à $2^h\ 7'$, & l'autre obſervé à Paris en 1716, le 21 Décembre à $3^h\ 5'$, donne l'année moyenne de $365^j\ 5^h\ 48'\ 59''\ 44'''$.

Prenant un milieu entre cette année & la précédente, on trouve l'année moyenne de $365^j\ 5^h\ 48'\ 55''\ 46'''$.

M. la Caille, en comparant des obſervations de Walterus, faites vers la fin du quinzieme ſiècle, avec les ſiennes, conclut, par un milieu pris entre quatre déterminations, l'année moyenne de $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$.

Par des obſervations faites en Chine, vers la fin du treizieme ſiècle, comparées de même avec les ſiennes, il trouve l'année moyenne d'un peu plus de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Enfin le Citoyen Lalande, par de nouvelles recherches ſur la grandeur de l'année, qui ont remporté le prix de l'Académie de Copenhague en 1782, trouve l'année moyenne exactement de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Ainſi le Soleil fait en cent années communes, $45'\ 59'',81$ de plus que ſes cent révolutions tropiques; cet excès eſt ce qu'on nomme mouvement ſéculaire, & ſe trouve en faiſant; $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ ſont à 360°, comme $672''$, différence entre $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ & l'année commune $365^j\ \frac{1}{4}$, ſont à un quatrieme terme qu'on trouvera de $27'',5981$, qu'il ne s'agit plus que de multiplier par 100.

Comme nous ne ſaurions être trop attentifs à ce qu'on ne prenne point de préjugés, peut-être ne ferons-nous pas mal d'avertir, au riſque de nous répéter, que tout ce que nous avons dit du mouvement annuel du Soleil, de la durée de ſa révolution ou de la longueur de l'année, doit s'entendre de la Terre même; car c'eſt vraiment la Terre qui ſe meut & qui décrit, autour du Soleil, l'orbite elliptique que nous avons conſidérée. Nous avons attribué au Soleil le mouvement de la Terre autour de cet Aſtre, parce que les phénomènes ſont abſolument les mêmes, & que cette ſuppoſition ſimplifie les calculs. Si l'on vouloit avoir le lieu de la Terre dans l'écliptique, on n'auroit qu'à ajouter ſix ſignes à la longitude du Soleil, ou les en retrancher. Ce que nous avons dit du mouvement apparent du Soleil autour de la Terre, s'applique, mot à mot, au mouvement des Planetes autour de cet Aſtre.

# CHAPITRE XI.

## *De la Lune, de ſes Phaſes, de la maniere de les calculer, &c.*

LA Lune eſt proprement le Satellite de la Terre ; puiſqu'elle l'accompagne conſtamment en tournant autour d'elle, dans ſon mouvement autour du Soleil. Elle ſe préſente à la vue, dans le cours d'une lunaiſon, ſous différents aſpects connus ſous le nom de *Phaſes*. On en compte quatre principales. La premiere, qui, à la rigueur, n'en eſt pas une, puiſqu'on n'apperçoit pas alors la Lune, ſe nomme *nouvelle Lune*, autrefois la Néomenie. Cette phaſe a lieu quand la Lune & le Soleil répondent au même point du Ciel, ou, ce qui revient au même, lorſqu'ils ſont en conjonction. Ce Satellite diſparoit alors, parce que formant un corps rond, dont la moitié environ eſt éclairée par le Soleil, ſon hémiſphere éclairé eſt, dans cette poſition, tourné vers le Soleil, & l'hémiſphere obſcur vers la Terre. Le jour où cette phaſe arrive, la Lune ſe lève & ſe couche à-peu-près en même temps que le Soleil ; elle paſſe auſſi au Méridien à-peu-près en même temps que lui. Les jours ſuivants, ſon paſſage au Méridien retarde, & la quantité moyenne de ce retard eſt de 48′ 46″.

Le deuxieme ou troiſieme jour après cette phaſe, on commence à découvrir une petite portion de l'hémiſphere éclairé de la Lune. Un coup d'œil jeté ſur la fig. 19 où *T* repréſente la Terre, *P*1 *P*2 *P*3 *P*4 l'orbite de la Lune, *S* le Soleil à une grande diſtance, &c., ſuffit pour en faire comprendre tout d'un coup la raiſon. Lorſque la Lune eſt en *P*1 dans ſa conjonc-

tion avec le Soleil, ſon hémiſphère éclairé nous eſt entierement caché; mais lorſqu'elle vient à s'éloigner de cette poſition, ſon mouvement ſe faiſant dans le ſens $P1\ P2\ P3\ P4$, la partie de ſon hémiſphère éclairé du côté de $A$ commence néceſſairement à paroître, & ſe préſente à la vue ſous la forme d'un croiſſant, d'abord très-étroit (dont la convexité eſt tournée vers l'Occident), mais qui augmente en largeur à meſure que la Lune s'éloigne du Soleil. Cette portion viſible de l'hémiſphère éclairé, en forme le quart environ lorſque la Lune eſt parvenue à 45° du Soleil; & lorſqu'elle en eſt à 90°, on voit la moitié de cet hémiſphère repréſentée dans la figure par $AC$. Cette ſeconde phaſe eſt connue ſous le nom de premier quartier : le jour où elle arrive, la Lune ſe lève vers le temps du paſſage du Soleil au Méridien.

La Lune continuant ſon mouvement, la partie qu'on découvre de ſon hémiſphère éclairé continue de croître. Elle en forme les trois quarts quand la Lune eſt parvenue à 135° du Soleil; & on apperçoit cet hémiſphère tout entier lorſque la Lune eſt en $P3$, à 180° de cet Aſtre, ou dans ſon oppoſition avec lui. On donne à cette troiſieme phaſe le nom de pleine Lune. Le jour de cette phaſe la Lune ſe lève vers le temps du coucher du Soleil.

Paſſé le point $P3$, on commence à perdre de vue une portion de l'hémiſphère éclairé, & c'eſt préciſément du côté de $A$, par où l'on avoit commencé à appercevoir cet hémiſphère, que l'on commence à ne le plus voir tout entier. Cette portion qu'on ceſſe d'appercevoir, qui eſt préciſément la même que celle qu'on découvroit après la premiere phaſe, croît par les mêmes degrés par leſquels elle avoit alors augmenté. Lorſque la Lune eſt à 225° du Soleil, on n'apperçoit plus que les trois quarts de cet hémiſphère, & on n'en découvre plus que la moitié repréſentée par $BC$, celle-là même qu'on ne voyoit pas dans la ſeconde phaſe, lorſque la Lune eſt en $P4$, à 270° du

Soleil. Cette quatrieme phaſe ſe nomme ſecond quartier, & le jour où elle arrive, la Lune ſe lève vers minuit. Il eſt preſque ſuperflu d'ajouter qu'après cette derniere phaſe, la partie viſible de l'hémiſphère éclairé, qui ne forme plus qu'un croiſſant dont la convexité eſt tournée vers l'Orient, continue de diminuer; qu'à 315° du Soleil, elle n'en eſt plus que le quart, & qu'enfin elle devient nulle quand la Lune ſe retrouve dans ſa conjonction avec cet Aſtre.

On donne aux nouvelles & pleines Lunes le nom commun de *ſyzygies*; & la ligne qui joint les points où elles arrivent, ſe nomme *la ligne des ſyzygies*. On appelle *quadrature* le premier & le dernier quartier, & *ligne des quadratures*, la ligne qui joint les points où ces phaſes ont lieu. On appelle *octants* les phaſes qui arrivent à 45°, 135°, 225°, 315° du lieu du Soleil. Le premier & le quatrieme ſont tout-à-fait ſemblables. Il en eſt de même du ſecond & du troiſieme.

On a ſuppoſé tacitement que la Lune ſe meut dans l'Ecliptique, quoique le plan de ſon orbite faſſe avec ce cercle un angle qui va à plus de 5 degrés. Mais on conçoit que cela ne peut apporter de changement bien ſenſible à la deſcription qu'on vient de donner des phaſes de la Lune; & il eſt aiſé de voir en quoi il peut conſiſter. Il ſeroit poſſible, par exemple, qu'on vît une petite partie du diſque éclairé, dans la nouvelle Lune, lorſque la latitude de la Lune eſt de 5 degrés, ainſi que Kepler le penſoit.

Peu après la conjonction on apperçoit l'hémiſphère obſcur de la Lune. C'eſt un effet de la lumiere du Soleil que la Terre lui réfléchit, & qui nous le rend ſenſible. Cette foible apparence eſt connue ſous le nom de *lumiere cendrée*. C'eſt vers le troiſieme jour après la conjonction, qu'elle eſt la plus ſenſible. Léonard de Vinci, célèbre peintre italien, paroît être le premier qui ait reconnu que ce phénomène eſt produit par la lumiere réfléchie de la Terre.

La Lune fait une révolution par rapport au premier point du Belier, en 27 jours 7 heures 43′ 5″ (*éléments d'Aſtronomie de Caſſini*); en ſorte qu'elle fait par jour 13° 10′ 35″; cette révolution ſe nomme *révolution* ou *mois périodique*. Par rapport aux Etoiles ſa révolution eſt plus longue; car à cauſe du mouvement rétrograde des points équinoxiaux, elle doit rencontrer plutôt l'un de ces points qu'une Etoile. Cette révolution qu'on nomme *révolution ſidérale*, ſe fait en 27 jours 7 heures 43′ 12″. Enfin, il y a une troiſieme révolution qu'on nomme *révolution* ou *mois ſynodique* ou *lunaiſon*; c'eſt ſa révolution par rapport au Soleil, laquelle eſt beaucoup plus longue que les autres; car comme cet Aſtre & la Lune ſe meuvent tous deux dans le même ſens, il eſt évident que la Lune a plus de chemin à faire pour ſe retrouver avec lui dans une même poſition par rapport à la Terre, que s'il étoit immobile. Pour trouver le temps de cette révolution, on n'a qu'à faire cette proportion; la différence 12° 11′ 27″ entre le mouvement 13° 10′ 35″ de la Lune & le mouvement du Soleil 59′ 8″, eſt au mouvement de la Lune 13° 10′ 35″, comme la révolution périodique 27 jours 7 heures 43′ 5″ eſt à la révolution ſynodique, qu'on trouvera de 29 jours 12 heures 44′ 3″. Cette révolution eſt l'intervalle de temps entre deux phaſes ſemblables de la Lune, entre deux nouvelles Lunes, entre deux pleines Lunes.

Une lunaiſon ou un mois ſynodique lunaire étant de 29 jours 12ʰ 44′ 3″, il s'enſuit que douze mois ſynodiques lunaires, qui compoſent ce qu'on nomme une *année lunaire*, font 354 jours 8ʰ 48′ 36″; l'année ſolaire étant de 365 jours $\frac{1}{4}$, comme on la prend ordinairement, l'année lunaire ſe trouve donc plus petite d'environ 11 jours. L'année lunaire finiſſant donc 11 jours environ avant l'année ſolaire, l'âge de la Lune augmente de onze jours chaque année. Si donc la Lune eſt nouvelle au commencement d'une

année, elle ſera âgée de 11 jours au commencement de la ſuivante, de 22 jours au commencement de la troiſieme, de 33 jours au commencement de la quatrieme, ou de 3 jours, en rejetant 30 jours, &c. Nous diſons en rejetant 30 jours, quoiqu'on ne dût retrancher que 29 jours $12^h\ 44'\ 3''$; mais il faut faire attention qu'en faiſant croître l'âge de la Lune de 11 jours chaque année, on le fait croître un peu trop, puiſque l'excès de l'année ſolaire ſur l'année lunaire n'eſt que de dix jours 21 heures; en retranchant 30 jours au lieu de 29 jours 12 heures $44'\ 3''$, on n'a donc fait que corriger l'excès qui réſulte de l'accroiſſement trop grand attribué à l'âge de la Lune.

Ce n'eſt qu'après un nombre conſidérable de lunaiſons, que la Lune ſe retrouve dans la même poſition à l'égard du Soleil & de la Terre, le même jour de l'année. On a trouvé que 235 lunaiſons, dont chacune eſt de 29 jours 12 heures $44'\ 3'',18$, font 6939 jours 16 heures $32'\ 27''$, & que 19 années de 365 jours $\frac{1}{4}$, comme on les compte ordinairement, font 6939 jours 18 heures; en ſorte que 235 lunaiſons ne different de 19 années, que de $1^h\ 27'\ 33''$ (*a*). On voit donc que les nouvelles & pleines Lunes, & en général les phaſes ſemblables de la Lune reviennent, au bout de 19 ans, le même jour du mois, & qu'il ne s'en faut qu'une heure & demie qu'elles n'arrivent à la même heure. Cette période remarquable de 19 années, eſt ce qu'on nomme *Cycle lunaire*, vulgairement *Cycle d'or*.

La Lune eſt nouvelle le premier Janvier de la premiere année du cycle lunaire : l'année de ce cycle qui répond à une année quelconque, eſt ce qu'on appelle *Nombre d'or*. Pour le trouver on ajoute 1 à

(*a*) Si au lieu de ſuppoſer l'année de 365 jours & un quart, on la ſuppoſe de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 ſecondes, ainſi que cela eſt en effet, on trouvera que 19 années ſont 6939 jours 14 heures 27 minutes 12 ſecondes; ainſi les 235 lunaiſons formeront un eſpace de temps plus long que 19 ans, de 2 heures 5 minutes 15 ſecondes; en ſorte que les nouvelles Lunes & les autres phaſes de la Lune, au lieu d'arriver avant les 19 ans révolus, n'arrivent en effet que 2 heures 5 minutes 19 ſecondes après.

l'année proposée, on divise la somme par 19, on néglige le quotient qui exprime le nombre de fois que le cycle s'est écoulé depuis le commencement de l'Ere chrétienne, & le reste, s'il y en a un, est le nombre d'or cherché. On ajoute 1 à l'année, parce que le cycle lunaire avoit recommencé un an avant la premiere année de l'Ere.

Il y a un autre cycle dont il faut dire un mot. C'est le cycle solaire, qui n'est autre chose qu'une période de 28 ans, après laquelle les jours de la semaine reviennent au même quantieme du mois & dans le même ordre. Comme il y avoit, au commencement de l'ère chrétienne, 9 ans que cette période avoit recommencé, pour trouver l'année de cette période, qui répond à une année proposée, il faut ajouter 9 à l'année, diviser la somme par 28, le reste, en négligeant le quotient, sera l'année du cycle solaire qu'on demande.

On nomme Epacte d'une année l'âge de la Lune au commencement de cette année, ou le nombre de jours écoulés, au premier Janvier d'une année, depuis la nouvelle Lune de l'année précédente. Elle provient, comme on l'a vu, de la différence qu'il y a entre l'année solaire & l'année lunaire. Ainsi l'épacte augmente de 11 jours environ chaque année. Si donc la Lune est nouvelle au commencement d'une année, 11 sera l'épacte de l'année suivante, 22 l'épacte de la troisieme année, 33, ou 3 en rejetant 30, l'épacte de la quatrieme année, &c.

Ainsi comme la Lune est nouvelle au premier Janvier de la premiere année du cycle d'or, & que par conséquent l'épacte pour cette année est nulle, il s'ensuit que pour trouver l'épacte qui appartient à une année, il faut chercher le nombre d'or, en retrancher une unité, multiplier le reste par 11, & diviser le produit par 30, le reste sera l'épacte. Il convient d'avertir que cette règle ne peut avoir lieu que pour le siècle présent.

L'épacte ſert à trouver l'âge de la Lune pour un jour propoſé. Pour cela on ajoute l'épacte de l'année, le nombre des mois écoulés depuis Mars incluſivement, juſqu'au mois auquel appartient le jour propoſé, auſſi incluſivement, & le quantieme du mois; la ſomme, ſi elle ne paſſe pas 30, ſera l'âge de la Lune; ſi elle paſſe 30, l'âge de la Lune ſera l'excès de cette ſomme ſur 29 ou 30, ſelon que le mois ſera de 30 ou de 31 jours.

On ajoute autant de jours qu'il y a de mois écoulés depuis Mars incluſivement, juſqu'au mois dont il s'agit, auſſi incluſivement, parce que l'épacte augmentant de 11 jours chaque année, cela donne environ un jour d'augmentation par mois.

Si le jour propoſé appartenoit au mois de Janvier ou de Février, on ajouteroit ſeulement l'épacte & le quantieme du mois.

Lorſqu'on connoît l'âge de la Lune, on ſait quand elle eſt nouvelle. Mais on peut la trouver immédiatement, en ajoutant enſemble l'épacte & le nombre de mois écoulés depuis Mars incluſivement, juſqu'au mois pour lequel on cherche la nouvelle Lune, auſſi incluſivement, & retranchant enſuite la ſomme de 29 ou de 30, ſelon que le mois eſt de 30 ou de 31 jours, ou de 60, ſi elle eſt trop grande.

Ayant la nouvelle Lune, il ſeroit facile d'avoir les autres phaſes. Mais on ne peut ſe diſſimuler que le temps de la nouvelle Lune ainſi déterminé, differe ſouvent beaucoup du véritable; la différence peut aller à deux jours. Il faut donc abandonner ces pratiques groſſieres, dignes du douzieme ſiècle, dont nous n'avons parlé qu'avec peine, & recourir, pour déterminer les temps des phaſes de la Lune, à quelque méthode ſuſceptible de les donner au moins aſſez approchants des véritables pour ſuffire au beſoin qu'on peut avoir de les connoître.

Juſqu'à préſent on n'a rien imaginé qui rempliſſe mieux cet objet, que des tables inſérées par M. la

Caille dans l'édition qu'il a donnée du traité de Navigation de M. Bouguer, au moyen desquelles on peut obtenir le temps des phases, à une heure près, & qui, calculées de nouveau avec le plus grand soin par M. Dulague, le font connoître communément à 10 ou 12 minutes près; suivant lui elles ne peuvent jamais donner une demi-heure de différence. Comme le calcul des phases de la Lune ne sert que pour déterminer l'heure des marées, & que 3 heures d'erreur sur le temps de la phase qu'on cherche, ne produiroient pas 10 minutes d'erreur sur le temps de la haute mer, il est évident que ces tables donnent les phases avec un degré d'approximation plus que suffisant.

Dans la premiere table, les jours, heures & minutes qui sont à côté de l'année, marquent le temps où arrive la premiere phase de l'année, & le nombre correspondant de la colonne marquée *P*, indique quelle est cette phase; 1 marque la nouvelle Lune, 2 le premier quartier, 3 la pleine Lune, 4 le dernier quartier. Le nombre correspondant de la colonne marquée *A*, exprime l'anomalie de la Lune qui répond à cette phase. Dans cette table, comme dans les deux autres, l'anomalie de la Lune est exprimée en milliemes, en sorte que 1000 de ces parties font 360 degrés ou une révolution entiere.

Dans la seconde table, les jours, heures & minutes qui sont à côté des mois, marquent le temps écoulé depuis la premiere phase de l'année, outre les mois, jusqu'à la phase marquée par le nombre correspondant de la colonne *P*. Le nombre correspondant de la colonne *A*, est l'accroissement que l'anomalie de la Lune a pris, outre les révolutions entieres, depuis la premiere phase de l'année.

Sans les inégalités du mouvement de la Lune, ces deux tables suffiroient pour avoir le temps d'une phase; on n'auroit qu'à ajouter ensemble le nombre de jours, d'heures & de minutes correspondant à la

premiere phaſe de l'année, avec le nombre de jours, d'heures & de minutes correſpondant à la phaſe du mois, qui, avec la premiere phaſe de l'année, forme le nombre qui marque la phaſe dont il s'agit, en obſervant que ſi l'on ne trouve point dans les phaſes du mois un nombre qui, avec celui qui marque la premiere phaſe de l'année, forme le nombre qui marque la phaſe dont on cherche le temps, on n'aura qu'à prendre un nombre qui, étant ajouté avec celui qui marque la premiere phaſe de l'année, faſſe un nombre dont l'excès ſur 4 donne celui qui marque la phaſe dont il eſt queſtion. Mais à cauſe des inégalités du mouvement de la Lune, le temps de la phaſe qu'on détermineroit ainſi, a beſoin d'une correction; il a donc fallu ajouter une troiſieme table qui renfermât les corrections ou équations qu'il faut appliquer au temps trouvé par les deux premieres. Pour trouver l'équation requiſe au moyen de cette table, on ajoute enſemble les deux anomalies correſpondantes à la premiere phaſe de l'année & à la phaſe du mois, qui ont donné la phaſe dont il s'agit; on cherche cette ſomme dans la colonne marquée *A*, on prend le nombre correſpondant d'heures & de minutes dans la colonne qui appartient aux ſyzygies, ou dans celle qui appartient aux quadratures, ſuivant qu'il eſt queſtion d'une ſyzygie ou d'une quadrature; & on ajoute cette équation avec les deux nombres de jours, d'heures & de minutes des deux phaſes de l'année & du mois; la ſomme donne l'heure de la phaſe. Si la ſomme des deux anomalies ſurpaſſoit 1000, on ne prendroit que l'excédant, qui exprime la diſtance de la Lune à ſon apogée, parce que ſes inégalités dépendant de ſa diſtance à ce point, l'équation ne dépend que de cette diſtance.

Il faut obſerver que l'heure de la phaſe qu'on aura trouvée, eſt celle qu'on compte ſous le Méridien de Paris, pour lequel les tables ſont calculées; que par conſéquent ſi le lieu pour lequel on calcule eſt à

l'Oueſt de Paris, il faut retrancher de l'heure trouvée la différence des Méridiens, & l'ajouter au contraire ſi le lieu eſt à l'Eſt de Paris.

Les deux exemples ſuivants éclairciront ce qu'on vient de dire.

On demande le moment de la nouvelle Lune de Juillet 1806, à Pétersbourg.

La phaſe dont il s'agit eſt la phaſe 1. Le nombre *P* pour l'année, ou la premiere phaſe de l'année étant 3, il faut prendre le nombre *P* du mois de Juillet, qui ajouté avec le premier 3, donne 1, en rejetant 4; or ce nombre eſt 2, on aura donc

| | | | | Nombres *A* |
|---|---|---|---|---|
| pour 1806 . . . . | 3$^{j}$ | 20$^{h}$ | 3$'$ . . . . | 483 |
| pour Juillet . . . . | 10 | 21 | 27 . . . . | 896 |
| équat. pour les ſyzyzies, | | 21 | 29 | 379 |
| ſomme. . . | 15 | 14 | 59 | |
| différence des Méridiens, | + | 1 | 52 | |
| temps de la nouv. Lune, | 15 | 16 | 51 | |

On demande le dernier quartier de Novembre 1811, à Philadelphie.

La phaſe dont il s'agit eſt la phaſe 4. Or le nombre *P* de l'année eſt 2; il faut donc prendre dans le mois de Novembre, pour *P*, le nombre 2, qui avec celui-là fait le nombre 4. On aura donc

| | | | | Nombres *A* |
|---|---|---|---|---|
| pour 1811. . . . . | 1$^{j}$ | 8$^{h}$ | 23$'$ . . . . | 661 |
| pour Novembre . . . | 5 | 22 | 26 . . . . | 249 |
| équ. pour les quadratures . . . . | | 6 | 57 | 910 |
| ſomme. . . . . | 7 | 13 | 46 | |
| différencedes Méridiens, | — | 5 | 10 | |
| temps du dernier quartier. . | 7 | 8 | 36 | |

On peut auſſi trouver par le même procédé la phaſe la plus prochaine d'une date propoſée, ce dont on a beſoin pour avoir l'heure de la pleine mer, dans un lieu dont on connoît l'établiſſement, c'eſt-à-dire, l'heure de la pleine mer, le jour de la nouvelle ou de la pleine Lune.

On prendra dans le mois, le nombre de jours & d'heures, qui, joint au nombre de jours & d'heures de la premiere phaſe de l'année, forme le nombre le plus approchant de la date propoſée; les deux nombres correſpondants *P* joints enſemble, feront connoître la phaſe cherchée, dont il ne reſtera plus qu'à calculer le temps, comme on vient de le faire. Si l'on trouvoit qu'il différât de 4 jours ou plus de la date propoſée, il faudroit calculer le temps de la phaſe précédente ou ſuivante, ſelon que la phaſe trouvée ſuivroit ou précéderoit la date propoſée.

---

Le mouvement de la Lune n'eſt rien moins qu'uniforme, ainſi que nous l'avons inſinué; on n'en obſerve point dans le Ciel qui ſoit ſujet à plus d'inégalités.

On a d'abord obſervé que la Lune n'a pas toujours la même viteſſe; que ſa viteſſe eſt plus petite ou plus grande, ſuivant que ſon diamètre paroit plus petit ou plus grand, & que par conſéquent elle eſt plus ou moins éloignée de la Terre; & comme on a obſervé en même temps que les points de la plus petite & de la plus grande viteſſe ſont ſenſiblement oppoſés, on en a conclu que la Terre, loin d'occuper le centre de l'orbite de la Lune, eſt placée à quelque diſtance de ce centre, ſur la ligne qui joint les points de la plus petite & de la plus grande viteſſe. On a donc été conduit à penſer que le mouvement de la Lune ſe fait dans une ellipſe dont la Terre occupe un des foyers, & dont le grand axe joint le point où la Lune a le moins de viteſſe & celui où elle en a le plus; on a appelé apogée le premier, & périgée le ſecond, &c.; en ſorte que ce qu'on dit du mouvement des Planetes autour du Soleil, s'applique à celui de la Lune autour de la Terre; & l'inégalité de ſon mouvement dans ſon orbite ſe trouve repréſentée de même par *l'équation du centre ou de l'orbite.*

En obſervant la Lune en différents temps, on a remarqué que la plus grande & la plus petite viteſſe ne répondent pas conſtamment aux mêmes points du Ciel, qu'elles répondent d'un temps à l'autre à des points plus avancés vers l'Eſt, ou ce qui revient au même, que la ligne des apſides a un mouvement ſuivant l'ordre des ſignes; cette ligne fait une révolution par rapport au premier point du Belier, en 8 années communes & 311 jours, ou en $3231^{j}\ 8^{h}\ 34'\ 57''$ (*Aſtronomie de Lalande*).

En comparant entr'elles les plus grandes & les plus petites viteſſes de la Lune, on s'eſt apperçu que la différence n'eſt pas

la même à chaque révolution ; qu'elle va en augmentant à proportion que le Soleil s'éloigne de la ligne des apsides de la Lune ; en sorte que la premiere inégalité de la Lune, dont nous venons de parler il n'y a qu'un instant, est elle-même sujette à une inégalité annuelle qui dépend de la position de la ligne des apsides de la Lune par rapport au Soleil. Cette seconde inégalité est connue sous le nom d'*Évection de la Lune*. Cette inégalité introduit une nouvelle équation qui est proportionnelle au sinus du double de la distance de la Lune au Soleil moins l'anomalie moyenne de la Lune. On ne paroit pas encore bien d'accord sur sa quantité. Dans les tables de Mayer, elle est d'environ 1° 20′ 34″ ; dans celle de d'Alembert, de 1° 18′ 18″ ; dans les premieres tables d'Euler, de 1° 18′ 49″ ; dans celles de Lalande, de 1° 20′ 28″.

Ticho-Brahé observa que le mouvement de la Lune varie suivant ses différentes distances aux syzygies ; qu'en allant de la conjonction à la premiere quadrature, sa vitesse diminue ; qu'elle augmente en allant de cette quadrature à l'opposition ; qu'elle diminue en allant de l'opposition à la seconde quadrature ; & qu'elle augmente en allant de cette quadrature à la conjonction. Ce grand Astronome nomma cette inégalité la *variation de la Lune*. Elle est représentée par une équation qui est nulle dans les syzygies & dans les quadratures, & la plus grande dans les octants. Cette équation est environ la moitié de celle qui représente l'évection.

Ticho reconnut que les révolutions périodiques de la Lune ne sont pas les mêmes pendant toute l'année ; qu'elles sont plus longues dans les mois de Décembre & de Janvier, c'est-à-dire, lorsque la Terre est dans son périhélie & aux environs ; & qu'elles sont plus courtes dans les mois de Juin & de Juillet, ou lorsque la Terre est dans son aphélie & aux environs. Il a donc fallu introduire dans la théorie de la Lune, pour représenter cette inégalité, une nouvelle équation, connue sous le nom d'*équation annuelle*. Comme l'inégalité qu'elle représente dépend de la distance de la Terre au Soleil, cette équation est proportionnelle à l'équation du centre du Soleil. Cette équation est, suivant M. Newton, de 11′ 51″, lorsqu'elle est la plus grande, ce qui arrive dans les distances moyennes de la Terre au Soleil ; & suivant M. Mayer, de 11′ 16″. Le temps de la révolution de la Lune par rapport à son apogée & par rapport à son nœud, étant aussi plus long quand la Terre est périhélie, que lorsqu'elle est aphélie, M. Newton ajouta deux autres équations, l'une pour l'apogée, l'autre pour le nœud, toutes deux proportionnelles à l'équation du centre du Soleil, puisqu'elles dépendent, comme la premiere, de la distance de la Terre au Soleil. M. Newton fit la

premiere de 20′ & la ſeconde de 9′ 30″; & M. Mayer les fait de 23′ 12″ & de 8′ 50″.

On fut long temps ſans connoître d'autres inégalités que celles dont on vient de parler. Cependant il y en a beaucoup d'autres, mais qui, étant plus petites que celles-là, n'auroient peut-être jamais été connues, ſi la Théorie de l'attraction n'étoit pas venue au ſecours de l'obſervation.

La Lune ſe meut dans un plan différent de celui de l'écliptique, & l'inclinaiſon de ce plan ſur celui-ci varie continuellement. Juſqu'à Ticho, on l'avoit crue conſtante; ce fut lui qui apprit qu'elle ne l'eſt pas. Lorſque la Lune étant dans les ſyzygies eſt en même temps dans ſa plus grande latitude, cette latitude n'eſt, ſuivant lui, que de 4° 58′ 30″, & lorſqu'étant en quadrature elle eſt en même temps dans ſa plus grande latitude, cette latitude va juſqu'à 5° 17′ 30″.

Le plan de l'orbite de la Lune coupe celui de l'écliptique, puiſqu'il fait un angle avec lui, & leur interſection commune ſe nomme *la ligne des nœuds*. On entend par nœuds les points où la Lune traverſe l'écliptique dans ſa révolution; celui où elle paſſe du Sud au Nord de l'écliptique, ſe nomme *nœud aſcendant*; & celui où elle paſſe du Nord au Sud, ſe nomme *nœud deſcendant*. La ligne des nœuds ſe meut, & ſon mouvement eſt rétrograde ou contre l'ordre des ſignes. Elle fait une révolution entiere à l'égard du premier point du Belier, en 18 ans 228 jours 4ʰ 53′. Son mouvement n'eſt point uniforme, & ce fut encore Ticho qui en fit la remarque.

On a trouvé par les obſervations de la parallaxe de la Lune, que ſa plus petite diſtance à la Terre eſt de 55,72 demi-diamètres de l'équateur terreſtre, & que ſa plus grande diſtance eſt de 64,74 demi-diamètres. Ainſi ſa diſtance moyenne eſt de 60,23 de ces demi-diamètres; il réſulte des dernieres déterminations de la parallaxe du Soleil, que cette diſtance n'eſt que la 390ᵉ partie de la diſtance de cet Aſtre à la Terre.

La Lune eſt environ 49 fois plus petite que la Terre. Elle a auſſi moins de denſité. Suivant le Citoyen Lalande, ſa maſſe n'eſt que la 66ᵉ. partie de celle de la Terre.

La Lune a un mouvement de rotation autour de ſon axe, & ce mouvement ſe fait dans le même temps que la révolution périodique, c'eſt-à-dire, en 27 jours 7ʰ 43′ 5″; ce qu'on conclut de ce qu'elle nous préſente conſtamment la même face. Suivant des obſervations de M. Mayer, ſon axe de rotation forme avec le plan de l'écliptique, un angle de 88° 30′, & ſuivant des obſervations faites depuis avec beaucoup de ſoin par le Citoyen Lalande, cet angle eſt de 88° 17′. Comme la rotation de la Lune eſt uniforme, tandis que ſon mouvement autour de la Terre eſt

ſujet à quantité d'inégalités, que de plus ſon axe de rotation eſt incliné à l'écliptique, les taches qu'on apperçoit ſur ſon diſque paroiſſent éprouver un petit changement dans leur ſituation, qui conſiſte en ce qu'elles paroiſſent s'approcher du centre apparent, tant en longitude qu'en latitude, puis s'en écarter & reprendre à-peu-près leur premiere ſituation. Cette apparence eſt connue ſous le nom de *libration de la Lune*.

Quand dans ſes conjonctions la Lune ſe trouve interpoſée entre le Soleil & l'œil de l'obſervateur, elle lui cache le Soleil en tout ou en partie. On a donc alors ce qu'on nomme une *Éclipſe de Soleil*. Quand dans ſes oppoſions elle vient à traverſer le cone d'ombre de la Terre, privée alors de la lumiere du Soleil, elle diſparoît ſoit en partie, ſoit en totalité; c'eſt ce qu'on nomme *Éclipſe de Lune*. On conçoit que pour qu'il y ait éclipſe, il faut que la ligne des nœuds de la Lune ſoit très-voiſine de la ligne des ſyzygies, ou ce qui revient au même, que la Lune ait peu de latitude.

Pour ſavoir s'il y aura une éclipſe dans une année, on calcule toutes les conjonctions & toutes les oppoſitions qui arriveront dans le cours de cette année, afin de connoître celles où la Lune aura une latitude aſſez petite pour qu'il y ait éclipſe; ce qu'on trouvera facilement en prenant d'abord, dans les tables, la longitude moyenne du Soleil & celle du nœud de la Lune pour le temps de la conjonction ou de l'oppoſition moyenne, & retranchant enſuite la longitude du nœud de celle du Soleil, ce qui donnera la diſtance moyenne du Soleil au nœud de la Lune. Si, dans une conjonction moyenne, la diſtance du Soleil au nœud le plus proche eſt de plus de 19° 44′, il n'y aura point d'éclipſe de Soleil en aucun lieu de la Terre; ſi cette diſtance eſt plus petite que 13° 33′, il y aura certainement éclipſe en quelque endroit de la Terre; ſi cette diſtance eſt entre 19° 44′ & 13° 33′, il ſera incertain s'il y aura quelque part éclipſe de Soleil. Si, dans une oppoſition moyenne, la diſtance du Soleil au nœud le plus voiſin eſt moindre que 7° 47′, il y aura éclipſe de Lune; & il n'y en aura pas ſi la diſtance eſt plus grande que 13° 21′. Voyez pour tout ce qui a rapport au calcul des éclipſes de la Lune & du Soleil, *le traité analytique des mouvements apparents des corps céleſtes, par le Citoyen Dionis-du-Sejour, & l'Aſtronomie du Citoyen Lalande*.

# CHAPITRE XII.

## *Des Inſtruments qui ſervent à obſerver, en mer, la hauteur des Aſtres.*

LES principaux de ces inſtruments ſont l'octant ou ſextant & le cercle de réflexion.

L'octant (*a*) eſt un demi-quart de cercle, dont le limbe eſt diviſé en 90 parties égales, que la propriété commune aux miroirs qui entrent dans ſa conſtruction rend équivalent au quart de cercle.

La figure 20 repréſente cet inſtrument : *AD* eſt une alidade mobile autour du centre *A* de l'inſtrument, portant un miroir plan qui y eſt fixé, & qui par conſéſe meut avec elle ; ce miroir, qu'on appelle *le grand miroir*, eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument & répond à ſon centre. A quelque diſtance de *A*, eſt fixé, ſur le côté *AB*, perpendiculairement au plan de l'inſtrument, un petit miroir de glace *K*, dont la moitié voiſine du plan de l'inſtrument eſt étamée, & l'autre ne l'eſt pas. Sur l'autre côté *AC* eſt une punule ou une lunette diſpoſée de maniere que ſon axe ſoit parallele au plan de l'inſtrument & paſſe, étant prolongé, par le milieu de la ligne qui ſépare la partie étamée du petit miroir de celle qui ne l'eſt pas. La graduation du limbe commence au côté *AC* & finit

On attribue l'Octant à Halley, qui en lut la deſcription, le 31 Mai 1731, à la ſociété royale de Londres ; il déclara cependant que Newton lui avoit donné, en 1700 ou 1701, un papier où étoit décrit un inſtrument ſemblable, mais qu'il ne ſavoit où le trouver. Cet écrit, qui n'a point de date, fut trouvé en 1742, après ſa mort, & publié dans les tranſactions philoſophiques. Dès 1665, le docteur Hook avoit propoſé un inſtrument de cette eſpece. D'autres ont eu la même idée, au nombre deſquels on compte M. de Fouchy qui en préſenta un à l'Académie des ſciences en 1732, dans un temps où le mémoire de M. Halley n'étoit pas encore publié.

au

au côté *AB*; & on la prolonge de quelques diviſions de part & d'autre. L'extrémité inférieure de l'alidade eſt terminée par une eſpèce d'empatement, dans lequel on a fait une ouverture pour laiſſer voir les diviſions du limbe. Une ligne menée du centre *A* ſur l'alidade, dans toute ſa longueur, ſe nomme *ligne de foi* ou *index*. Les miroirs doivent être paralleles, quand l'alidade étant ſur le côté *AC*, la ligne de foi répond au point zéro de la diviſion. Pour diminuer l'éclat de l'image du Soleil, on interpoſe ſur la route que ſuivent les rayons de cet Aſtre, en allant du grand miroir au petit, quelques verres colorés, renfermés dans un cadre, lequel tient à l'inſtrument par un petit bras qui a un jeu de charniere.

Il réſulte de cette conſtruction, que ſi, ayant mis l'index ou ligne de foi de l'alidade, ſur le premier point de la graduation, on regarde avec la lunette l'horizon à travers la partie non étamée du petit miroir, en tenant l'inſtrument dans un plan vertical, on voit en même temps dans la partie étamée, l'image de l'horizon, placée à côté de l'horizon vu au travers de la partie non étamée, & ne formant avec lui qu'une même ligne perpendiculaire au plan de l'inſtrument; que pour meſurer la hauteur d'un Aſtre, il faut viſer à l'horizon à travers la partie non étamée du petit miroir, en tenant l'inſtrument dans le plan du vertical de l'Aſtre; éloigner l'alidade du premier point de la graduation, juſqu'à ce que l'image de l'Aſtre vienne ſe peindre dans la partie étamée du petit miroir, à côté de l'horizon vu au travers de la partie non étamée; & prendre les demi-degrés du limbe que l'alidade a parcouru depuis le premier point de la graduation pour des degrés, ce qui donnera la hauteur de l'Aſtre.

Voici maintenant ſur quoi ſont fondés la conſtruction & l'uſage de cet inſtrument. Lorſqu'un rayon de lumiere rencontre un miroir, il ſe réfléchit en faiſant avec la ſurface de ce miroir un angle égal à celui

ſous lequel il l'a rencontrée; ces angles ſont dans un même plan perpendiculaire à cette ſurface. Le premier ſe nomme *l'angle d'incidence*, & le ſecond *l'angle de réflexion*. C'eſt à l'expérience qu'on doit la connoiſſance de cette propriété de la lumiere, ſur laquelle eſt fondée toute la Catoptrique.

Suppoſant donc que le rayon de lumiere *OE* (*Fig.* 21) rencontre le miroir *AB*, il ſera réfléchi ſuivant une direction *ES*, telle que l'angle de réflexion *SEB* ſera égal à l'angle d'incidence *OEA*. L'angle *OES* du rayon incident & du rayon réfléchi ſera donc égal à 180° moins le double de l'angle d'incidence. Il ſuit de-là que ſi l'on diminue ou que l'on augmente l'angle d'incidence d'une certaine quantité, cet angle éprouvera une augmentation ou une diminution deux fois plus grande. Si donc on fait tourner le miroir autour du point *E*, de maniere qu'il prenne la poſition *A'B'*, comme alors l'angle d'incidence aura diminué de la quantité angulaire *AEA'* dont le miroir aura tourné, l'angle *OES* ſe trouvera augmenté de l'angle *SES'* double de *AEA'*, c'eſt-à-dire, que le rayon *OE* ſera alors réfléchi non ſuivant *ES*, mais ſuivant *ES'*.

Si le rayon de lumiere *SE* étoit le rayon incident, il ſeroit réfléchi ſuivant *EO* dans la premiere poſition *AB* du miroir. Mais ſi au lieu du rayon incident *SE*, on avoit le rayon incident *S'E* qui fit avec lui l'angle *S'ES*, ce rayon ne pourroit être réfléchi ſuivant *EO*, qu'autant que le miroir *AB* auroit tourné autour du point *E*, d'une quantité angulaire *AEA'*, moitié de l'angle *SES'*; ce qui ſuit évidemment de ce qu'on vient de dire.

Appliquons cette théorie à l'octant.

Quand, ayant mis l'alidade ſur le premier point de la graduation, on viſe à l'horizon à travers la partie non étamée du petit miroir, en tenant l'inſtrument dans un plan vertical, on doit voir l'horizon peint par réflexion dans la partie étamée du petit miroir, à côté de l'horizon vu directement à travers la par-

tie non étamée, parce que les deux miroirs étant paralleles & très-peu éloignés l'un de l'autre, chaque rayon de lumiere *HA* (*Fig* 20), venu du terme de l'horizon, après avoir été réfléchi par le miroir *A* ſuivant *AK*, doit l'être par le miroir *K*, ſuivant une direction *KO* parallele au rayon direct *HO*, venu également du terme de l'horizon.

Maintenant, ſi au lieu de ſuppoſer que le terme de l'horizon envoie un rayon de lumiere *HA* ſur le miroir *A*, on ſuppoſe qu'un Aſtre *S*, ſitué dans le plan de l'inſtrument, envoie ſur ce miroir un rayon de lumiere *SA* qui rencontre ce miroir au même point *A*, il eſt évident que ce rayon ne ſera pas réfléchi ſuivant *AK*, & que par conſéquent il ne pourra pas être réfléchi par le miroir *K* parallelement à *HO*, tant que les miroirs reſteront paralleles; il faudra, d'après ce qui a été établi ci-deſſus, pour que tout cela ait lieu, que le miroir *A* tourne autour de *A*, d'une quantité angulaire *CAD*, qui ſoit la moitié de l'angle *SAH*. Alors le rayon *SA* parti de l'Aſtre, ſera réfléchi par le miroir *A* ſuivant *AK*, & enſuite par le miroir *K* parallelement à *HO*, en ſorte que l'Aſtre ſera vu peint par réflexion dans la partie étamée du petit miroir, préciſément à côté de l'horizon vu à travers la partie non étamée. Il ſuit donc de-là que lorſqu'ayant placé l'inſtrument dans le vertical de l'Aſtre qu'on veut obſerver, on a fait avancer l'alidade de *C* vers *B*, juſqu'à ce qu'on apperçoive l'Aſtre dans la partie étamée du petit miroir, à côté de l'horizon vu à travers la partie non étamée, l'alidade a parcouru une partie *CD* du limbe, qui eſt la moitié de la hauteur *HAS* de cet Aſtre; prenant donc les demi-degrés de *CD* pour des degrés, on a la hauteur de l'Aſtre.

Tout ce que nous avons dit juſqu'à préſent de l'octant, doit s'entendre également du ſextant, qui n'eſt autre choſe qu'un octant dont on a porté l'arc à 60 degrés, afin de pouvoir meſurer des arcs plus grands

que 90°, ce qui le rend bien préférable à l'octant.

Quand on observe la hauteur du Soleil, c'eſt toujours la hauteur d'un de ſes bords que l'on prend; on obſerve celui qui, dans la lunette, paroît le bord inférieur, & qui eſt en effet le bord ſupérieur, parce que la lunette fait voir les objets renverſés. Ainſi c'eſt ce bord qu'on fait rencontrer avec l'horizon dans une même ligne droite perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Il eſt bon de s'aſſurer ſi l'inſtrument étoit bien vertical dans l'obſervation; c'eſt à quoi on parvient en balançant légèrement l'inſtrument à droite & à gauche; ſi alors le Soleil reſte ſenſiblement à la même hauteur, ſon image vue dans le petit miroir paroît décrire un arc de cercle, dont le point du Ciel où eſt le Soleil eſt le centre; cet arc doit toucher l'horizon dans le point où le vertical le coupe; en ſorte que l'image du Soleil doit concourir avec l'horizon dans ce point, & s'en éloigner de part & d'autre. Si l'on obſervoit tout autre Aſtre, on ſe conduiroit exactement de la même maniere (*a*).

---

(*a*) On a reproché à l'octant qu'il eſt très-difficile de meſurer avec cet inſtrument les hauteurs des Aſtres qui ſont proches du Zenith. La difficulté conſiſte en ce que le Soleil en cette circonſtance change très-promptement d'azimut. L'obſervateur ſe diſpoſant peu avant midi à prendre la hauteur méridienne du Soleil, balance ſon inſtrument de maniere que le bord du Soleil raſe l'horizon ſans le couper. En ſuivant cette méthode, l'obſervateur, peu de temps avant midi, ſera obligé de pointer du côté de l'Eſt; la précipitation avec laquelle le Soleil paſſera à l'Eſt-Sud-Eſt, au Sud-Eſt, au Sud-Sud-Eſt, au Sud, au Sud-Sud-Oueſt, &c. (ou ſelon les circonſtances, à l'Eſt-Nord-Eſt, au Nord-Eſt, &c.), ne laiſſera point à l'obſervateur le temps de balancer aſſez ſon inſtrument pour s'aſſurer des variations de hauteurs correſpondantes à toutes les variations ſenſibles d'azimut; & le Soleil, dont les variations en hauteur ſont alors très-ſenſibles, aura commencé à deſcendre avant que l'obſervateur ait pu apprécier ſa plus grande hauteur. La pratique la plus ſûre en cette circonſtance, eſt de ſe tenir tourné conſtamment vers le Sud ou vers le Nord; on connoit cette direction à l'aide d'une bouſſole, & la préciſion n'eſt pas ici rigoureuſement requiſe; on tiendra toujours le bord du Soleil à l'horizon vis-à-vis de ſoi, balançant légèrement l'inſtrument, juſqu'à ce que le Soleil ceſſe de ſe plonger du côté de l'Eſt; l'inſtrument marquera alors, à très-peu de ſecondes près, la hauteur méridienne du Soleil. Comme il y a ordinairement pluſieurs octants ſur un vaiſſeau, les obſervateurs peuvent ſe partager & obſerver la hauteur méridienne, les uns du côté du Sud, les autres du côté du Nord; l'accord des obſervations à donner la même latitude, ſera un garant ſûr de l'exactitude du réſultat. (*Voyage de la Flore.*)

Il y auroit un moyen de faciliter cette obſervation, c'eſt de faire faire au grand miroir avec l'index de l'alidade, un angle d'environ cinq degrés. Alors on pourroit fort bien, dit M. la Caille, obſerver la hauteur du bord du Soleil le plus éloigné du zenith, quand même le centre en ſeroit très-près.

L'octant ou le sextant ne servent pas seulement à mesurer les hauteurs des Astres, ils servent aussi à mesurer leurs distances. Quand on veut mesurer la distance de la Lune à une Etoile, on pointe la lunette à l'Etoile; la conservant dans le champ de la lunette, on fait tourner l'instrument jusqu'à ce que son plan passe par la Lune. On balance l'octant, & on fait mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'Etoile vue à travers la partie non étamée du petit miroir, paroisse toucher le bord éclairé de la Lune, vu dans la partie étamée. Si l'on veut mesurer la distance de la Lune au Soleil, on pointe la lunette à la Lune, & balançant l'instrument autour de la lunette, on fait mouvoir l'alidade jusqu'à ce que le bord du Soleil le plus voisin de la Lune, qu'on apperçoit dans la partie étamée du petit miroir, paroisse toucher le bord éclairé de la Lune, vu au travers de la partie non étamée. Pour faciliter ces observations, on peut, au moyen du livre de *la Connoissance des temps*, qui contient les distances du centre de la Lune au centre du Soleil ou aux Etoiles, calculées de trois en trois heures, calculer grossierement pour le moment de l'observation, la distance du bord de la Lune au bord le plus voision du Soleil, ou à l'Etoile qu'on veut observer, & ensuite mettre l'alidade sur la distance qu'on aura déterminée.

Nous avons dit que l'extrémité inférieure de l'alidade est terminée par une espece d'empatement, dans lequel on a fait une ouverture pour laisser voir les divisions du limbe. Le côté inférieur de cette ouverture, qui est en biseau, touche toujours exactement contre l'arc du limbe, lorsqu'on fait mouvoir l'alidade. Ce côté est divisé en parties différentes de celles du limbe, & qui, par le rapport qu'elles ont avec elles, suppléent parfaitement à l'inconvénient de ne point avoir les minutes sur le limbe. Chaque demi-degré du limbe, qui, comme on l'a fait voir, est pris pour un degré dans l'usage qu'on fait de l'instrument, étant

diviſé en trois parties égales; pour obtenir les minutes, on a fait embraſſer juſte 19 diviſions du limbe, à une portion du côté dont il s'agit, qu'on a diviſée en vingt parties égales. Chaque diviſion du limbe étant ſuppoſée de 20 minutes, chacune de ces 20 parties s'eſt trouvée par-là de 19 minutes, & par conſéquent différer de 1 minute, de celles du limbe. Cette diviſion porte le nom de *Nonius*; nous la nommerons *Vernier*, du nom de ſon véritable inventeur. Comme on a déſiré obtenir juſqu'aux demi-minutes, on fait actuellement embraſſer 39 parties du limbe à l'arc du Vernier, qu'on diviſe alors en 40 parties égales, en ſorte que chacune de ces quarante parties n'eſt que de 19 minutes & demie, & differe par conſéquent de 30 ſecondes de celles du limbe.

Le Vernier préſente encore un autre avantage, c'eſt de ſervir à vérifier les diviſions du limbe, en lui faiſant parcourir tout le limbe, en paſſant ſucceſſivement d'une diviſion à l'autre, & en examinant s'il embraſſe par-tout exactement 19 ou 39 diviſions, ſuivant qu'on lui fait embraſſer l'un ou l'autre de ces nombres de diviſions du limbe. On s'aſſurera en même temps qu'il eſt lui-même bien diviſé, en examinant avec une bonne loupe, ſi, dans toutes les poſitions qu'on peut lui donner, il n'y a jamais qu'une ſeule de ſes diviſions qui réponde à une diviſion du limbe.

On voit donc qu'il eſt abſolument néceſſaire que le limbe & le Vernier ſoient diviſés avec la plus extrême préciſion. Mais qu'on ne croie pas que la perfection de l'inſtrument dépende de cela ſeul; il faut encore que le grand miroir ſoit parfaitement plan; que, s'il eſt de glace, ſes deux faces ſoient exactement paralleles (*a*); car ſi elles ne l'étoient pas,

(*a*) On peut découvrir ſi les deux ſurfaces d'un miroir ſont paralleles, en obſervant avec une lunette qui groſſit huit a dix fois l'image d'un objet éloigné, réfléchie très-obliquement par ce miroir; ſi l'image paroît ſimple & bien terminée, les deux ſurfaces ſont paralleles; elles ne le ſont pas ſi l'image paroît double, ou ce qui revient au même, ſi on apperçoit deux images (*Guide*

comme la face antérieure donne une image de même que la face poſtérieure, les deux images ne ſe confondroient pas pour n'en faire qu'une, ainſi que cela doit être, & l'on auroit une image irrégulière & mal terminée. Il eſt également néceſſaire, & pour les mêmes raiſons, que les faces du petit miroir ſoient bien paralleles. Il doit en être de même de celles des verres colorés. Il faut auſſi que l'alidade n'ait aucun jeu en tournant autour du centre de l'inſtrument. Il faut enfin que l'axe de la lunette ſoit bien parallele au plan de l'inſtrument.

Avant de ſe ſervir de l'octant ou du ſextant, il y a différentes vérifications à faire.

Il faut d'abord s'aſſurer ſi le grand miroir eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Pour cela il faut avoir deux pieces de cuivre de même hauteur *E* & *F* (*Fig.* 22), compoſées chacune d'une baſe circulaire *efg*, ſur laquelle ſoit élevé le montant *cdih* dont la ſurface ſupérieure *cd* doit être exactement parallele à la baſe. Ayant poſé l'inſtrument ſur une table avec l'alidade vers le milieu du limbe, on place une des deux pieces ſur l'extrémité *C*, & l'autre ſur l'extrémité *B* du limbe. On place l'œil vers *S*, & regardant directement la piece *C* par le bord *P* du grand miroir, on tourne un peu l'alidade en avant ou en arriere, juſqu'à ce que la ſeconde piece *B* vienne ſe peindre par réflexion ſur le bord du miroir & paroiſſe placée à côté de la piece *C* vue directement. Alors ſi les ſurfaces ſupérieures des deux montants ſont dans une même ligne droite, le grand mi-

---

*du Navigateur*); alors il faut rejeter le miroir qui a un pareil défaut. Comme on en rencontre aſſez ſouvent qui l'ont, le parti le plus ſûr ne ſeroit-il pas de donner l'excluſion au verre pour la conſtruction des grands miroirs, & de les faire de métal? On ſait maintenant fondre & travailler le platine avec facilité; ce métal qui eſt ſuſceptible du poli le plus parfait, étant inaltérable, on peut croire qu'il le conſerveroit toujours; il conviendroit donc de l'employer à cet uſage. C'eſt ce qu'a déjà fait le Citoyen Rochon, qui a trouvé moyen de le travailler en grandes maſſes, & qui en a conſtruit non ſeulement des miroirs pour des ſextants & pour des cercles à réflexion, mais encore le miroir d'un téleſcope qui eſt ſupérieur à tout ce qu'on a de mieux en ce genre.

roir ſera perpendiculaire au plan de l'inſtrument; ſi elles ſont un reſſaut, le miroir ſera incliné, & il faudra le rappeler à la poſition perpendiculaire par le moyen des vis qui le fixent ſur l'alidade, juſqu'à ce que ces ſurfaces ſoient en ligne droite.

Pour s'aſſurer de l'égalité de hauteur des deux pieces *E* & *F*, on n'aura qu'à les changer de place, & voir ſi ce changement n'en occaſionne aucun dans l'égalité de leurs hauteurs apparentes.

On peut ſubſtituer à ces pieces deux dés à jouer, pourvu qu'ils ſoient de hauteurs bien égales.

Le Cen. Borda, auquel on doit cette vérification, croit qu'en opérant avec ſoin on peut s'aſſurer de la perpendicularité du grand miroir à cinq ou ſix minutes près; ce qui eſt ſuffiſant pour l'exactitude des obſervations. (*b*).

Quand on a vérifié la poſition du grand miroir, il faut vérifier celle du petit, qui doit auſſi être perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Dans cette vue on dirige la lunette ſur une partie bien diſtincte du vaiſſeau, par exemple, ſur l'extrémité d'une vergue, en tenant l'inſtrument dans une ſituation verticale. On fait enſuite mouvoir l'alidade, de maniere que l'image réfléchie de l'objet vienne ſe peindre dans le champ de la lunette; alors ſi les deux images coincident parfaitement enſemble, ſans que l'une dépaſſe l'autre, les deux miroirs ſont poſés de la même maniere à l'égard du plan de l'inſtrument; & comme le grand miroir a été rendu perpendiculaire à ce plan, le petit le ſera auſſi. Si l'image réfléchie ne ſe confond pas

---

(*b*) Au défaut des deux pieces *E* & *F*, on peut s'y prendre ainſi : on met l'alidade vers le milieu du limbe, on applique l'œil obliquement vers une des extrémités du miroir, de maniere que l'on voie une partie de l'arc par réflexion, & une partie directement. Si les deux portions de l'arc forment une courbe uniforme, ſans que l'une paroiſſe au-deſſus de l'autre, alors le grand miroir eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Mais ſi la partie de l'arc qui eſt vue par réflexion eſt au-deſſus de celle qu'on voit directement, le miroir incline en avant; ſi elle eſt au-deſſous, le miroir incline en arriere. Ainſi dans l'un & l'autre cas, il faudra le rappeler à la ſituation perpendiculaire. (*Guide du Navigateur par le Citoyen l'Evêque.*)

avec l'image directe, le petit miroir ne ſera pas perpendiculaire, & il faudra le rappeler à cette poſition par le moyen des vis de ſa monture.

On peut encore faire cette vérification du petit miroir, en employant l'horizon de la mer. On tiendra d'abord l'inſtrument dans une ſituation verticale, l'on fera tomber exactement l'une ſur l'autre les deux images de l'horizon; enſuite on inclinera l'inſtrument juſqu'à lui donner une poſition preſqu'horizontale; ſi dans cet état, les deux images paroiſſent encore confondues, on ſera aſſuré que les miroirs ſont paralleles; ſi les images ſe ſéparent, on rappelera le petit miroir à la poſition parallele au grand.

On obtiendra encore le même effet en faiſant coincider les deux images d'une Etoile ou de tout autre Aſtre. Si les miroirs ſont bien paralleles, l'inclinaiſon de l'inſtrument ne détruira pas cette coincidence. (*Voyage ſur la frégate la Flore, par MM. Borda, Pingré & Verdun.*)

On reconnoît auſſi que le petit miroir n'eſt pas perpendiculaire au plan de l'inſtrument, lorſqu'en regardant l'horizon à travers la partie non étamée, on s'apperçoit que ſon image peinte dans la partie étamée fait un angle avec lui.

Il faut enſuite s'aſſurer ſi l'axe de la lunette eſt parallele au plan de l'inſtrument.

Suppoſant qu'il y ait au foyer des deux verres de la lunette deux fils paralleles, on les diſpoſera parallelement au plan de l'inſtrument, en faiſant tourner le porte-oculaire.

On choiſira deux objets éloignés, dont la diſtance angulaire ſoit très-grande (la plus grande eſt la meilleure); à la mer, on ſe ſervira du Soleil & de la Lune. On en fera coincider les bords les plus voiſins ſur le fil le plus proche du plan de l'inſtrument; on altérera enſuite la poſition de l'inſtrument, de maniere à amener le point de contact des deux bords ſur le fil le plus éloigné du plan de l'inſtrument. Si les deux

diſques coincident comme ils le faiſoient ſur le premier fil, l'axe de la lunette eſt parallele au plan de l'inſtrument; ſi le contact n'a plus lieu, ou ſi l'un des diſques paſſe ſur l'autre, l'axe de la lunette n'eſt pas parallele au plan de l'inſtrument, & alors il faut rectifier la poſition de la lunette. (*Guide du Navigateur, par le Cen. l'Evêque.*)

Quand ces vérifications ſont faites, il reſte encore à ſavoir ſi les deux miroirs ſont vraiment paralleles quand l'index de l'alidade eſt ſur le premier point de la graduation; or c'eſt ce qu'on découvre aiſément en employant l'horizon de la mer. Ayant fixé l'alidade ſur le point zéro de la graduation, on regarde l'horizon au travers de la partie non étamée du petit miroir, en tenant l'inſtrument dans une poſition verticale; ſi l'horizon peint dans la partie étamée eſt en ligne droite avec l'horizon vu directement, les deux miroirs ſont paralleles; & ils ne le ſont pas, ſi les deux images ne forment pas une ligne droite; alors il faut corriger la poſition du petit miroir. Au reſte on peut s'épargner cette vérification, en cherchant tout ſimplement le point du limbe où doit être placée l'alidade pour que les miroirs ſoient paralleles.

Pour cela on pointe la lunette à l'horizon de la mer, en tenant l'inſtrument vertical; on fait mouvoir l'alidade juſqu'à ce que l'image réfléchie de l'horizon coincide avec l'image directe; le point de la graduation du limbe, marqué alors par l'index, eſt celui qui répond au paralléliſme des miroirs, & duquel, par conſéquent, il faut compter les angles qu'on voudra meſurer avec l'inſtrument. Ainſi il faudra retrancher des angles obſervés ou leur ajouter la quantité dont ce point eſt éloigné du point o de la graduation, ſuivant qu'il ſe trouve en dedans ou en dehors de ce point.

Cette méthode, qu'on emploie communément, laiſſe toujours quelqu'incertitude, en ce que lorſque les deux images ſont prêtes à ſe confondre, que, par

exemple, elles ne ſont plus éloignées l'une de l'autre que d'une demi-minute, on s'apperçoit difficilement, même avec les meilleurs yeux, qu'elles ne coincident pas exactement. Auſſi arrive-t-il ſouvent qu'en répétant l'opération, on trouve des différences d'une demi-minute dans les réſultats.

L'obſervation qu'on fait par le diamètre du Soleil eſt plus exacte; & voici le procédé qu'on doit ſuivre. Après avoir mis un verre noir entre l'œil & l'oculaire, pour affoiblir la lumiere du Soleil, on dirige la lunette ſur cet Aſtre, & l'on fait coincider les bords des deux images du diſque, d'abord d'un côté, enſuite de l'autre. On écrit, à chaque obſervation, les degrés, minutes, &c. marqués par l'index, & le milieu entre les deux réſultats donne le vrai point du paralléliſme des miroirs.

Comme cette méthode peut fatiguer les yeux, on peut lui ſubſtituer la ſuivante. On dirigera la lunette au terme de l'horizon, en tenant l'inſtrument vertical; au lieu de faire coincider les deux images, on les ramenera ſeulement aſſez près l'une de l'autre, pour que leur diſtance paroiſſe égale au diamètre des fils; c'eſt ce qu'on eſtimera avec aſſez de préciſion, en obſervant ſi les ſections des deux images de l'horizon *ab* & *ed* (*Fig.* 23) avec les bords du fil *mne*, forment exactement un carré *ikhl*. On changera enſuite la poſition de deux images, en faiſant paſſer au-deſſous celle qui étoit au-deſſus, & leur faiſant encore former un carré *ikhl* avec les bords du fil. On écrira, à chaque opération, les degrés marqués par l'index. Le milieu ſera le point cherché du paralléliſme des miroirs. (*Voyage de la Flore.*)

Quand on a bien déterminé ce point, on peut faire les obſervations qu'on juge à propos. Il faut avoir l'attention de faire tomber le contact des images le plus près qu'il eſt poſſible du plan des rayons viſuels paralleles au plan de l'inſtrument, ou du moins d'eſtimer de ſon mieux la quantité de la dé-

viation (voyez ci-après). Si l'on obſerve la hauteur d'un Aſtre, il faudra avoir le ſoin, en balançant l'inſtrument, de tenir toujours l'Aſtre entre les fils paralleles de la lunette, de maniere que l'axe autour duquel on fait tourner l'inſtrument, ſoit une ligne menée de l'obſervateur à l'Aſtre. (*Voyage de la Flore.*)

Il nous reſte à parler d'une ſource d'erreurs dans les obſervations faites avec l'octant ou le ſextant, qu'on nomme *la Déviation.* Pour avoir avec exactitude l'angle qu'on veut meſurer, il faut que les rayons réfléchis par le grand miroir ſur le petit & par le petit à l'œil, ſoient exactement paralleles au plan de l'inſtrument; autrement l'angle que marque l'inſtrument ſera toujours plus grand que le véritable; il faudra donc apprécier & corriger les erreurs qui réſultent de ce défaut de paralléliſme.

On commencera par déterminer la diſtance angulaire des deux fils paralleles de la lunette. Pour cela on fera tourner le porte-oculaire dans le tuyau de la lunette, juſqu'à ce que les fils ſoient ſenſiblement perpendiculaires au plan de l'inſtrument : on dirigera enſuite la lunette ſur un objet éloigné, & l'on fera mouvoir l'alidade juſqu'à ce que l'image directe de l'objet tombant ſur un des fils, ſon image réfléchie tombe ſur l'autre fil; & l'on fera note de l'angle marqué par l'index. On fera coincider les deux images, & on verra quel angle marque l'index; la différence des deux angles ſera égale à la diſtance cherchée des deux fils. Si, par exemple, la premiere opération a donné 1° 38′ & la ſeconde 0° 2′, la diſtance des fils ſera de 1° 36′. Si à la ſeconde opération l'index avoit paſſé au-delà de zéro, la diſtance des deux fils eût été égale à la ſomme des deux angles.

L'intervalle des deux fils étant déterminé, on retournera le porte-oculaire dans le tuyau de la lunette, pour remettre les fils paralleles au plan de l'inſtrument, ainſi qu'ils doivent l'être pour les obſervations. On aſſujettira l'inſtrument dans une poſition à peu-

près horizontale, & de maniere que la lunette ſoit dirigée ſur un objet éloigné & bien diſtinct; on placera ſur le limbe & dans la direction de l'objet, les deux pieces de cuivre *E* & *F* dont on a parlé ci-deſſus; on calera l'inſtrument juſqu'à ce que l'objet paroiſſe dans le prolongement d'un plan paſſant par les ſurfaces ſupérieures des montants des pieces *E* & *F*; ce plan ſera par conſéquent parallele à celui de l'inſtrument; le point du champ de la lunette, où ſe peindra l'objet, appartiendra donc au plan des rayons viſuels paralleles au plan de l'inſtrument; il ne reſtera plus qu'à eſtimer la poſition de ce point par rapport aux fils de la lunette.

Soit *AOBDPC* (*Fig.* 24) le champ de la lunette, *AB* & *CD* les deux fils paralleles, *e* l'image de l'objet obſervé. Si l'on ſuppoſe que la diſtance des fils eſt de 96′, & qu'on juge le point *e* trois fois plus près du fil *AB* que du fil *CD*, on conclura que ce point, & par conſéquent la ligne *mn* des rayons viſuels paralleles, eſt à 24′ de diſtance du fil *AB*, & à 72′ du fil *CD*.

C'eſt donc dans cette ligne *mn* qu'il faudroit que ſe fit le contact des images, pour avoir exactement l'angle obſervé. Or, comme il eſt très-difficile de s'aſſujettir à cette condition, il faudra tâcher d'eſtimer à peu-près la déviation du point de contact, c'eſt-à-dire, ſa diſtance à la ligne *mn* des rayons viſuels paralleles au plan de l'inſtrument, pour appliquer enſuite à l'obſervation la correction convenable; voici comment on pourra y parvenir.

Soit *r* le point où le contact a été obſervé. Suppoſons qu'on ait eſtimé que ſa diſtance au fil *AB* eſt à ſa diſtance au fil *CD*, comme 3 à 2; ſa diſtance *rs* au fil *AB*, dans l'exemple préſent, eſt donc les $\frac{3}{5}$ de 96′, ou de 58′; donc *mn* ayant été trouvée diſtante de 24′ de *AB*, la déviation *rq* du point de contact, ou ſa diſtance à la ligne *mn* des rayons viſuels paralleles, eſt de 34′. On n'aura plus qu'à retrancher de

l'angle mesuré la correction convenable à cette déviation, que l'on trouvera dans la table qui est à la fin de cet ouvrage.

Il peut arriver qu'on ne puisse se servir de l'octant de la maniere que nous avons fait connoître, soit parce que l'horizon est embrumé ou chargé de nuages qui empêchent de le voir distinctement, soit parce qu'il est embarrassé par une terre dont on se trouve peu éloigné; alors on tâche d'obtenir la hauteur de l'Astre, en dirigeant la vue vers l'horizon opposé, s'il est bien terminé, & conséquemment en tournant le dos à l'Astre. Il faut pour cela que sur le côté *A B* (*Fig.* 20) de l'octant ou du sextant, on ait fixé perpendiculairement au plan de l'instrument un petit miroir *M N* dont la moitié voisine du côté *A B* soit étamée, & une pinnule vers *R* par laquelle on vise à l'horizon à travers la partie non étamée de ce miroir. Ce miroir doit être placé de maniere qu'il soit perpendiculaire au grand miroir, quand l'alidade répond au premier point de la graduation. Lorsqu'on veut prendre la hauteur d'un Astre *S*, on vise à l'horizon à travers la partie non étamée du miroir *MN*, & on tire l'alidade à soi, jusqu'à ce que l'Astre, dont le rayon de lumiere *SA* qui en vient est réfléchi par le grand miroir, suivant *AQ*, & par le miroir *MN*, suivant *QR*, paroisse peint dans la partie étamée de ce dernier miroir, à côté de l'horizon. L'arc *CD* qu'aura parcouru l'alidade, donnera la hauteur de l'Astre comme dans l'autre maniere d'observer. On voit alors l'Astre renversé. Ce renversement est occasionné par la situation respective des deux miroirs, lesquels font alors un angle obtus. La dépression de l'horizon s'ajoute à la hauteur observée, & l'on retranche le demi-diamètre du Soleil.

Pour vérifier cet instrument, on vise à l'horizon à travers la partie non étamée du miroir *M N*, & l'on fait mouvoir l'alidade de *B* vers *C*, jusqu'à ce que la partie de l'horizon qui est derriere l'observateur se

peigne dans la partie étamée du miroir, à côté de l'horizon vu directement à travers la partie non étamée ; alors si les deux miroirs sont bien disposés, l'alidade doit marquer au-delà du premier point de la graduation, le double de l'inclinaison de l'horizon, due à la hauteur de l'œil. Si cela n'a pas lieu, il faut rectifier la position du petit miroir ; ou, si l'on ne veut pas y toucher, il faudra se souvenir que si l'alidade marque plus que le double de la dépression de l'horizon, l'instrument donne les hauteurs trop petites, & que si elle marque moins, il les donne trop grandes. Dans les deux cas la différence est celle qu'il y a entre le double de la dépression de l'horizon & la quantité que marque l'alidade.

Il résulte de ce qu'on a dit, que cette maniere de prendre la hauteur d'un Astre est très-difficile, & qu'on ne doit l'employer que quand on ne peut faire autrement.

Pour faciliter la vérification du petit miroir *MN*, M. Dollond a imaginé de lui appliquer un bras. (*Voyez les Transactions philosophiques pour 1772.*) On a substitué à la pinnule une petite lunette dont l'axe est parallele au plan de l'instrument. On s'est flatté qu'avec ces améliorations on pourroit observer plus commodément & plus exactement.

---

Il ne sera peut-être pas déplacé de donner quelques éclaircissements sur ce que nous avons dit en dernier lieu, & de montrer comment on est parvenu à construire la table que nous avons citée.

Nous disons d'abord que si le contact des images ne se fait pas dans le plan des rayons visuels paralleles au plan de l'instrument, représenté par la ligne *mn*, l'alidade marque un angle plus grand que le véritable.

Supposons qu'on prenne la hauteur d'un Astre. Imaginons que le plan du papier soit horizontal, auquel par conséquent le plan *CA* (*Fig.* 25) de l'instrument est perpendiculaire, puisqu'on le suppose vertical. Soit *qA* le miroir où se peint l'image de l'Astre par la double réflexion ; *q* le point par où passe la ligne *mn* des rayons paralleles au plan de l'instrument, laquelle est

perpendiculaire au plan du papier. Soit *b* l'ouverture de la lunette, par laquelle l'œil de l'obſervateur viſe à l'Aſtre *S*; *bS* le rayon viſuel quand le plan de l'inſtrument eſt parallele au vertical de l'Aſtre, avec lequel on peut le ſuppoſer ſe confondre, ce rayon viſuel coupe la ligne *mn* paſſant par *q*; *bs* un autre rayon viſuel paſſant par *p*, à quelque diſtance de *mn*, lorſque le plan de l'inſtrument ne ſe confond pas avec le vertical de l'Aſtre; *HO* l'horizon où les images de l'Aſtre *S*, *s*, ſont rapportées par le mouvement de l'alidade; *SR*, *sr* deux arcs paralleles que l'alidade fait décrire aux images par ſon mouvement ſur le limbe.

Il eſt évident que dans le premier cas, c'eſt-à-dire, lorſque le plan de l'inſtrument eſt parallele au vertical de l'Aſtre, l'arc *SR* appartient à ce vertical, & eſt par conſéquent la hauteur véritable de l'Aſtre.

Dans le ſecond cas où le plan de l'inſtrument fait un angle avec le vertical de l'Aſtre *bps*, comme le grand miroir eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument, de même que le petit, & que par conſéquent il ne peut, par ſon mouvement, faire décrire à l'image qu'un arc parallele au plan auquel il eſt perpendiculaire; lorſque l'alidade fait décrire à l'image de l'Aſtre l'arc *sr*, elle lui fait décrire l'arc d'un parallele au vertical de l'Aſtre, c'eſt-à-dire, l'arc d'un cercle plus petit qu'un vertical, en ſorte que cet arc eſt toujours trop grand. Il s'agit de trouver en quoi conſiſte la différence.

Soient *BAN*, *ban* (*Fig.* 26), l'un un grand cercle, l'autre un parallele à ce cercle, perpendiculaires à la ſection *OC* des deux miroirs, & *B b* l'arc d'un grand cercle qui meſure la diſtance de ces cercles. Soient *AN*, *an* deux arcs de ces cercles, meſurant le double de l'inclinaiſon des miroirs dans le cas de l'obſervation défectueuſe; *ahn* un arc de grand cercle paſſant par l'Aſtre *a* & ſon image *n* vue dans le parallele *ban*; *an* corde de l'arc *an* du parallele & de l'arc de grand cercle *ahn*; *Ra*, *Rn* deux rayons viſuels terminés à l'Aſtre *a* & à ſon image *n*, &c.

L'obſervation eſt vicieuſe en ce qu'elle ſe fait non dans le plan *RAN*, mais dans celui du parallele *ran*, par les rayons viſuels *Ra*, *Rn*; en ſorte qu'au lieu de donner aux miroirs une inclinaiſon proportionnée à l'arc *ahn*, vraie diſtance de l'Aſtre à ſon image, on leur donne l'inclinaiſon correſpondante à l'arc *an* du parallele, ou à *AN* qui lui eſt ſemblable. Ainſi pour avoir l'erreur commiſe, il faut connoître l'excès de l'arc *AN* ſur l'arc *ahn*. Or les figures *ARN*, *arn* étant ſemblables, on a *AN* : *an* : : *AR* ou *BR* : *ar* ou *br*; ainſi on a cette proportion; le rayon eſt à *br* coſinus de la diſtance des deux plans *BAN*, *ban*, comme *AN* corde du double de l'inclinaiſon défectueuſe des miroirs, eſt à *an* corde du double de l'inclinaiſon que les

miroirs

miroirs devroient avoir, ou de la vraie diſtance $ahn$ de l'Aſtre à ſon image; ou bien encore, le rayon eſt au coſinus de la diſtance $Bb$ des deux plans $BAN$, $ban$, comme le ſinus de la moitié de la hauteur trouvée eſt au ſinus de la moitié de la hauteur véritable; proportion au moyen de laquelle on corrige bien facilement l'erreur de l'obſervation.

Pour avoir la proportion qui a ſervi à conſtruire la table, d'un point quelconque $C$ de la circonférence $OBC$, ſoient menées des cordes $CM$, $Cm$ égales reſpectivement aux cordes $AN$, $an$; & ſoient $RQ$, $mP$ perpendiculaires ſur $CM$. L'arc $Mm$ qui eſt l'excès de l'arc $CM$ ou $AN$ ſur l'arc $Cm$ ou $ahn$, eſt par conſéquent l'erreur de l'obſervation. Le triangle $PMm$ conſidéré comme rectiligne, eſt ſemblable au triangle $RQM$; on aura donc, $Mm : MP :: MR : RQ$; mais $CM$ ou $AN : Cm$ ou $an :: BR : br$, & $CM - Cm$ ou $MP : BR - br$ ou $BD :: CM : BR$ ou $MR$; donc $Mm : BD :: CM : RQ$. On a donc cette proportion; le coſinus $RQ$ de la moitié de la hauteur défectueuſe qu'on a trouvée, eſt à $CM$ double du ſinus de cette moitié, comme le ſinus verſe $BD$ de la diſtance $Bb$ des deux plans $BAN$, $ban$, eſt à l'erreur $Mm$ de l'obſervation.

Appelons $h$ la moitié de la hauteur trouvée, $a$ la moitié de la diſtance $Bb$ des deux plans $BAN$, $ban$, c'eſt-à-dire, de la déviation; on aura donc cette proportion; cof. $h$ : 2 ſinus $h$ :: ſin. verſe $2a$ : $Mm$; mais ſin. verſe $2a = 1 -$ cof. $2a = 2$ ſin. $a^2$; donc on aura, cof. $h$ : 2 ſin. $h$ :: 2 ſin. $a^2 : Mm$, & par conſéquent $Mm = 4$ ſin. $a^2$ tang. $h$, expreſſion facile à calculer.

Suppoſons que la hauteur obſervée qui eſt défectueuſe, ſoit de 70°, & que la déviation ſoit de 40′. On prendra le logarithme du carré du ſinus de 20′, qui eſt 5,529508; on lui ajoutera le logarithme 0,602060 de 4, le logarithme tangente de 35°, qui eſt 9,845227, & le logarithme 5,314425 du rayon exprimé en ſecondes; la ſomme donnera 1,291220 qui appartient à 19″,56. C'eſt la correction qui convient à la hauteur obſervée, & qu'il faut en retrancher puiſqu'elle eſt trop grande.

L'uſage de l'octant ou ſextant n'eſt pas borné aux obſervations dont nous avons parlé. On peut encore ſe ſervir de ces inſtruments pour relever les objets; on obtient même beaucoup plus de préciſion qu'avec le compas de variation. Ce ſont MM. Borda, Pingré & Verdun qui en ont fait la remarque & qui en ont donné la méthode.

Un obſervateur prend la hauteur du bord inférieur du Soleil, la corrige ſeulement de l'erreur de l'inſtrument, & lui ajoute le demi-diamètre du Soleil. Au même inſtant un autre obſervateur prend la diſtance du bord du Soleil à la partie la plus baſſe de l'objet qu'il veut relever. Il corrige cette diſtance de l'erreur de

l'inſtrument, & lui ajoute le demi-diamètre du Soleil. La diſtance ainſi corrigée forme l'hypothénuſe d'un triangle ſphérique rectangle dont un des côtés eſt la hauteur du Soleil. On calcule le troiſieme côté qui eſt l'arc de l'horizon, compris entre le vertical du Soleil & le point relevé. Si la diſtance excède 90°, cet arc de l'horizon doit excéder auſſi 90°.

On corrige enſuite complétement la hauteur obſervée, & l'on a un triangle ſphérique dont on connoît les trois côtés, la diſtance du Soleil au Zenith, ſa diſtance au pole, & la diſtance du pole au Zenith, qui eſt le complément de la latitude; on calcule l'angle au Zenith, & l'on a l'arc de l'horizon, compris entre le méridien du côté du pole élevé & le vertical du Soleil. Combinant cet arc avec celui qu'on a déjà trouvé, on connoîtra la diſtance de l'objet au méridien, dans la préciſion d'un petit nombre de minutes, & très-ſouvent même dans la plus grande préciſion.

Voici une application qu'ils donnent de cette méthode. On ſuppoſe que par 30° 35′ de latitude Sud, la déclinaiſon du Soleil étant de 7° 20′ Nord, ſon demi-diamètre de 16′, un obſervateur trouve avant midi la hauteur de ſon bord inférieur de 34° 17′, & par conſéquent celle de ſon centre de 34° 33′; & qu'au même inſtant un autre obſervateur meſure la diſtance de la partie la plus baſſe d'un cap au bord le plus voiſin du Soleil, & la trouve de 65° 30′, en ſorte que la diſtance au centre ſoit de 65° 46′. Faiſant le calcul de l'arc de l'horizon, compris entre le vertical du Soleil & l'objet, on le trouve de 60° 7′.

Pour connoître le vertical du Soleil, on retranchera 6 minutes de la hauteur obſervée pour la réfraction & la dépreſſion de l'horizon, on ajoutera enſuite le demi-diamètre du Soleil, & l'on aura 34° 27′ pour la hauteur vraie du centre, & par conſéquent 55° 33′ pour ſa diſtance au Zenith. On calculera l'angle au Zenith, & l'on aura l'arc de l'horizon, compris entre le méridien du côté du Sud & le vertical du Soleil, de 125° 49′, arc dans lequel l'Eſt eſt renfermé. Si l'objet a été relevé à l'Eſt du Soleil, il faudra prendre la différence entre cet arc & l'arc de 60° 7′, ſinon il faudra prendre leur ſomme; & dans les deux cas on aura l'arc de l'horizon, compris entre le point du Sud & l'objet, en allant du côté de l'Eſt.

Si le Soleil changeoit peu en hauteur, ainſi que cela arrive lorſqu'il eſt près du méridien, il faudroit s'y prendre autrement pour avoir l'arc de l'horizon, compris entre ſon vertical & le point du méridien, qui eſt ſous le pole élevé. A une heure commode, ſoit du matin, ſoit du ſoir, on prendra des hauteurs du Soleil pour déterminer la longitude du vaiſſeau. Cette opération donnera l'heure vraie du vaiſſeau. On eſtimera le progrès qu'on aura fait dans l'intervalle, ſoit à l'Eſt, ſoit à l'Oueſt, & on aura, à très-peu de ſecondes près, l'heure vraie du vaiſſeau à

l'inſtant où l'on voudra relever l'objet. On réduira la différence entre midi & cette heure vraie, en degrés, à raiſon de 15° par heure, & l'on aura l'angle horaire du Soleil, au moyen duquel, de la hauteur corrigée & de la déclinaiſon, il ſera facile de calculer l'arc cherché de l'horizon (*Voyage de la Flore*).

## *Du Cercle de Réflexion.*

Cet inſtrument, tel que l'a conçu Tobie Mayer, qui en eſt l'inventeur, a deux alidades mobiles autour de ſon centre, portant deux miroirs *m* & *n* (*Fig.* 27) qui ont les mêmes fonctions que dans l'octant. Le mouvement de l'alidade qui porte le petit miroir *n*, & à laquelle eſt appliquée une lunette *N*, eſt indépendant de celui de l'alidade qui porte le grand miroir *m*.

Voici comment on ſe ſert de cet inſtrument. Suppoſons qu'on ſe propoſe de meſurer la diſtance de deux Aſtres *S* & *L*. On place d'abord l'alidade *M* ſur un point déterminé *A* de la diviſion, par exemple, au point zéro. Laiſſant cette alidade fixe, on fait tourner l'alidade de la lunette juſqu'à ce que les deux miroirs ſe trouvent paralleles, ce qu'on obtient en faiſant coincider, dans le champ de la lunette, les images directes & réfléchies d'un objet éloigné. Quand cette obſervation eſt faite, on fixe l'alidade *N*, & on dirige la lunette à l'Aſtre *L*. deſſerrant enſuite l'alidade *M* du grand miroir, on la rapproche du côté de l'œil vers *B*, juſqu'à ce que l'image de l'Aſtre *S*, réfléchie par les deux miroirs, entre dans la lunette & vienne toucher l'image de l'Aſtre *L*, vu directement à travers la partie non étamée du petit miroir : alors l'arc *AB* parcouru par l'alidade *M*, donnera l'angle apparent des deux Aſtres.

Regardant le point *B* trouvé comme le point zéro de la diviſion, on fixera l'alidade *M* en ce point, on fera l'obſervation du paralléliſme des miroirs, en portant l'alidade *N* de *H* en *K*, & enſuite l'obſervation des contacts des images des deux Aſtres, en portant l'alidade *M* du point *B* au point *C*; il eſt évident que l'arc *BC* donnera auſſi l'angle apparent des deux Aſtres, en ſorte que cet angle ſera la moitié de l'arc *AC* : ſi donc il y a une erreur dans la diviſion qui ſe trouve au point *C*, cette erreur ſera diviſée par deux, & n'influera que pour moitié ſur la valeur de l'angle obſervé. Par la même raiſon, ſi l'on fait une troiſieme, une quatrieme opération ſemblables à la premiere, l'erreur provenant des défauts de la diviſion ſera réduite au tiers, enſuite au quart de celle qu'aura la derniere diviſion, ſur laquelle l'alidade ſera portée. Ainſi l'erreur de l'angle obſervé diminuera de plus en plus, à meſure qu'on multipliera les obſervations.

Dans cette opération on a ſuppoſé tacitement que les deux Aſtres *S* & *L* ſont toujours à la même diſtance l'un de l'autre,

quoique ſouvent elle varie ſenſiblement dans l'intervalle d'une obſervation à l'autre; mais rien n'empêchant de ſuppoſer que dans la courte durée des obſervations, la variation eſt proportionnelle au temps, on n'aura qu'à marquer l'heure de chaque obſervation & diviſer la ſomme des heures & l'arc total que l'alidade aura parcouru, par le nombre des obſervations, on aura une diſtance moyenne des deux Aſtres, correſpondante à l'heure moyenne des obſervations.

Le cercle de réflexion, tel que Mayer l'avoit imaginé, a, comme on voit, l'inconvénient très-grand d'exiger que l'obſervation de la diſtance de deux Aſtres ſoit précédée d'une obſervation préparatoire par laquelle on rend les deux miroirs paralleles entre eux, en ſorte qu'on eſt obligé de faire deux obſervations pour obtenir un réſultat.

Mayer avoit tenté de remédier à cet inconvénient; mais ſans ſuccès. Le Citoyen Borda a été plus heureux, & a réuſſi à donner à cet inſtrument une ſupériorité très-marquée ſur tous les inſtruments à réflexion connus, par un moyen auſſi ſimple qu'ingénieux.

Ayant remarqué que dans les obſervations qu'on fait ſoit avec le cercle de Mayer, ſoit avec l'octant, on reçoit toujours du même côté de la lunette, ſavoir, du côté droit, l'image de l'Aſtre vu par réflexion, il s'eſt apperçu que, faiſant venir cette image du côté gauche, moyennant qu'on laiſſe entre la lunette & le petit miroir un paſſage ſuffiſant pour les rayons, on peut, en combinant ces deux manieres d'obſerver le contact, ſupprimer l'obſervation peu ſûre du paralléliſme des miroirs.

Il recule l'objectif de la lunette un peu en arriere du grand miroir & porte le petit miroir juſqu'au près du limbe, comme on le voit dans la fig. 28, afin de laiſſer un grand intervalle entre la lunette & le petit miroir : ces diſpoſitions priſes, voici le parti qu'il en tire pour meſurer la diſtance de deux Aſtres *S* & *L*.

Il commence par fixer l'alidade du grand miroir ſur un point déterminé *A* de la diviſion, par exemple, ſur le point zéro; enſuite il dirige la lunette ſur l'Aſtre *L*, qui eſt à droite; & ſans toucher à l'alidade du grand miroir, il fait mouvoir celle de la lunette juſqu'à ce que l'image de l'Aſtre *S*, venant par la gauche, coincide dans le champ de la lunette avec l'image de l'Aſtre *L*, vu directement. Il fixe enſuite l'alidade de la lunette & fait tourner l'inſtrument en entier dans ſon plan pour diriger la lunette ſur l'Aſtre *S*; puis deſſerrant l'alidade du grand miroir, il la porte du côté de l'œil vers *B*, juſqu'à ce que les deux images ſe trouvent encore une fois en contact; & alors la moitié de l'arc *AB* donne la diſtance des deux Aſtres. Car dans les poſitions ſucceſſives du grand miroir, pendant qu'il paſſe de *A* en *B*, il y

a néceſſairement un inſtant où les deux miroirs ſe ſont trouvés paralleles. Soit *b* le point où étoit alors l'alidade ; l'arc *A b* décrit par l'alidade, depuis le point *A* où le premier contact avoit été obſervé, juſqu'au point *b* du paralléliſme des miroirs, & l'arc *b B* que cette alidade a parcouru depuis le point *b* du paralléliſme des miroirs, juſqu'au point *B* où le ſecond contact a été obſervé, marqueront également l'angle apparent des deux Aſtres ; ainſi la moitié de l'arc *A B* donnera cet angle.

Voilà comment le Citoyen Borda réuſſit à trouver l'angle cherché, ſans faire l'obſervation du paralléliſme des miroirs. On voit que ſi l'on repete les obſervations pluſieurs fois, en partant toujours du dernier point où eſt l'alidade, comme du zéro de la diviſion, on aura, après quatre obſervations, un arc *A C* quadruple de l'angle des deux Aſtres ; après ſix obſervations, un arc ſextuple, & ainſi de ſuite ; en ſorte que l'angle cherché ſera toujours égal à l'arc total parcouru par l'alidade du grand miroir, diviſé par le nombre des obſervations.

Dans le procédé que l'on vient de décrire d'après le C^en^. Borda, on dirige la lunette de l'inſtrument ſur les deux Aſtres *S* & *L* ; mais c'eſt ce qu'on n'eſt pas maître de faire quand on obſerve la diſtance de la Lune aux Aſtres avec un inſtrument à réflexion quelconque ; on eſt aſſujetti à recevoir par réflexion l'image de celui des deux Aſtres qui a le plus de lumiere, par exemple, l'image du Soleil lorſqu'on meſure la diſtance de la Lune à cet Aſtre, & l'image de la Lune, quand on meſure la diſtance de la Lune aux Étoiles. Cette conſidération lui a fait apporter un changement dans ſon procédé, qui conſiſte à renverſer l'inſtrument pour changer la poſition reſpective des deux Aſtres par rapport aux deux miroirs. Ainſi ſuppoſant que *S* ſoit le Soleil & *L* la Lune, on dirigera la lunette à la Lune pour faire la ſeconde obſervation ; enſuite on fera tourner l'inſtrument autour de l'axe *H O* de la lunette, juſqu'à ce qu'il ait fait une demi-révolution ; alors l'alidade *M* étant portée de *A* vers *B*, l'image du Soleil ſe réfléchira ſur les miroirs, de la même maniere que l'image de la Lune s'y ſeroit réfléchie ſi l'on avoit pu diriger la lunette ſur le Soleil, & qu'on eût tenu l'inſtrument dans ſa premiere poſition.

Le Citoyen Borda nomme *obſervation à droite*, celle dans laquelle les rayons de l'Aſtre réfléchi viennent par la droite ; *obſervation à gauche*, celle dans laquelle l'image réfléchie vient par la gauche, comme dans la fig. 28 ; & *obſervations croiſées*, les deux obſervations ſucceſſives, l'une à droite & l'autre à gauche, qui ſervent à ſupprimer l'obſervation préparatoire du paralléliſme des miroirs.

L'idée d'éloigner de la lunette le petit miroir, & ſa maniere

de faire les obſervations, lui ont fait imaginer un nouveau cercle de réflexion très-ſupérieur à celui de Mayer, qu'il décrit de la maniere ſuivante. (*a*)

« On voit, dit-il, le deſſein de cet inſtrument, fig. 29. Le corps de cet inſtrument eſt taillé dans une ſeule piece de cuivre. Le noyau *PO* qui eſt au centre, & qui a le même diamètre que la partie circulaire des deux alidades, tient aux ſix rayons *R*, *R*, *R*, &c. leſquels vont, en diminuant de largeur, depuis le noyau juſqu'au limbe, & ſont outre cela formés en biſeau ſur les côtés, comme on le voit par la fig. 34, qui eſt une ſection en travers priſe ſur un des points *R*. Ces ſix rayons aboutiſſent à une eſpece de règle de champ circulaire *a a* (*fig.* 30), qui régne dans toute la circonférence de la partie intérieure du limbe & ſert à le fortifier; les ſurfaces ſupérieures du noyau & des ſix rayons forment un même plan avec le limbe, & leurs ſurfaces ſupérieures en forment un parallele au premier avec la ſurface inférieure de la règle de champ. Au centre du cercle eſt fixée, en deſſous, une piece *dd* (*Fig.* 30) façonnée en vis extérieurement, & deſtinée à recevoir un manche *Q* par lequel on tient l'inſtrument.

Le limbe eſt diviſé en 720 degrés; chaque degré l'eſt en trois parties; & les *nonius* ou *verniers* des deux alidades donnent les minutes.

Le grand miroir *A* (*Fig.* 29) eſt placé au centre de l'inſtrument ſur l'alidade *EF*, & fait un angle d'environ 30 degrés avec la ligne du milieu de cette alidade : la baſe de la monture du miroir eſt échancrée en rond pour laiſſer une place ſuffiſante à la piece de recouvrement *e* (*Fig.* 29), qui couvre le centre : elle eſt aſſujettie ſur l'alidade par quatre vis qui ſervent à rectifier la poſition du miroir ſur l'inſtrument. Ces vis ſont à tête carrée & ſaillante, & on les fait tourner par le moyen de la clef repréſentée dans la fig. 33.

La monture du petit miroir *B* (*Fig.* 29 & 30) eſt fixée ſur la ſeconde alidade, & a été portée auſſi près du limbe qu'il a été poſſible, afin de laiſſer un plus grand paſſage aux rayons venant par la gauche : elle eſt à-peu-près de la même forme que dans les octants, & fournit les mêmes moyens de vérification. La baſe inférieure eſt fixée ſur l'alidade par un petit pied cylindrique qui la traverſe, & par trois vis qui ont un peu de jeu & permettent de rectifier la poſition du miroir par rapport à la lunette. Comme, dans certaines obſervations, les rayons de l'Aſtre réfléchi traverſent le petit miroir avant de parvenir au grand, on a taillé

(*a*) Nous prenons le parti de faire parler le Citoyen Borda lui-même, ſoit dans la deſcription de ſon inſtrument, ſoit dans l'expoſition de ſes uſages, parce qu'en général perſonne ne peut donner plus parfaitement connoiſſance d'un inſtrument que ſon inventeur.

les côtés du petit miroir dans une direction parallele à la ligne des centres *A B*, afin qu'il y ait alors moins de lumiere interceptée.

La lunette *GH* eſt fixée ſur l'alidade qui porte le petit miroir, & eſt aſſujettie dans une direction toujours conſtante par rapport à ce miroir. Elle eſt tenue en deux points par deux oreilles qui entrent dans les rainures des montants *I* & *K* (*Fig.* 29 & 30) : dans chaque montant il y a un rappel pour rapprocher ou éloigner la lunette du plan de l'inſtrument, ſuivant qu'on veut que la lumiere de l'Aſtre réfléchi tombe plus ou moins ſur la partie étamée du miroir. Ces rappels ſervent auſſi à placer la lunette dans une poſition parallele au plan de l'inſtrument, au moyen des diviſions qui ſont tracées ſur la partie extérieure de chaque montant.

Il y a au foyer de la lunette deux fils paralleles, dont l'intervalle eſt à-peu-près égal à trois fois le diamètre apparent du Soleil. Ces fils doivent être placés parallelement au plan de l'inſtrument lorſqu'on fait les obſervations; &, pour pouvoir toujours leur donner cette poſition, on a tracé deux repères, l'un ſur la partie ſupérieure du tuyau de la lunette, & l'autre ſur le porte-oculaire.

Les deux alidades *FE* & *GB* tournent ſur le centre & indépendamment l'une de l'autre. Celle du grand miroir eſt portée par un collet qui fait partie du centre, & qu'on voit, fig 30; elle eſt ſerrée ſur ce collet par la piece de recouvrement *e* (*Fig* 29), qui eſt fixée par trois vis ſur la tête du centre. La ſeconde alidade eſt contenue entre la ſurface inférieure du même collet & le plan de l'inſtrument; elle eſt ſerrée en deſſous par une vis de tirage (*Fig.* 30); chaque alidade porte un vernier & un rappel.

Les verres colorés ne tiennent point à l'inſtrument comme dans l'octant : on en emploie de deux eſpeces. Les petits, qui ſont repréſentés dans la fig. 31, ſe placent dans la piece *C* ou dans la piece *D* (*Fg.* 29 & 30); mais dans cette derniere poſition, ils ne ſervent que pour des obſervations particulieres ou pour des vérifications dont nous parlerons dans la ſuite. Les grands verres repréſentés (*Fig.* 32), ſe placent devant le grand miroir & dans les pieces *q q* (*Fig.* 29). Les uns & les autres ſont aſſujettis dans leurs loges par des vis de preſſion.

Il eſt bon d'avoir quatre verres colorés de chaque eſpece : ceux de la fig. 31 doivent être de même opacité graduelle que les verres dont on fait uſage dans les octants; mais il faut que les ſeconds aient une teinte deux fois plus foible, parce qu'ils ſont traverſés deux fois par les rayons de l'image réfléchie, au lieu que les premiers ne le ſont qu'une fois.

Les trous dans leſquels entrent les queues des verres colorés, ſont un peu obliques au plan de l'inſtrument; & ces verres, étant à leur place, inclinent d'environ 5 degrés vers le petit mi-

roir. Cette inclinaiſon a pour objet d'empêcher que les images blanches, réfléchies par la ſurface antérieure des verres colorés, n'entrent dans la lunette en même temps que les images colorées, dont elles affoibliroient la vivacité.

Il eſt néceſſaire que nous entrions ici dans quelques détails ſur l'uſage de ces deux eſpeces de verres colorés. On doit voir d'abord que ceux de la fig. 31, placés en *C*, peuvent, dans certains cas, intercepter une partie de la lumiere de l'image réfléchie. En effet, ſi, par le centre *A* (*Fig.* 29) & par les bords *SS* de la monture d'un de ces verres, on mene les lignes indéfinies *AM* & *AN*, toutes les fois que l'Aſtre vu par réflexion ſe trouvera dans l'eſpace angulaire *MAN*, ſes rayons, avant de parvenir au grand miroir, rencontreront ou la monture du verre ou le verre lui-même; ce qui rendra l'obſervation imparfaite. Or on trouve, par les poſitions que j'ai données à ces parties de l'inſtrument, que l'angle *MAN* eſt environ de 28° 40′, & qu'en tirant *AL* parallele à l'axe *GHB* de la lunette, l'angle *NAL* eſt égal à 5° 20′. Il ſuit de-là que quand on fait une *obſervation à gauche*, & que l'angle obſervé eſt entre 5° 20′ & 34°, on ne peut pas employer les verres de la fig. 31. Il n'en eſt pas de même de ceux de la fig. 32, qui, étant placés devant le grand miroir, ne gênent jamais les obſervations & peuvent ſervir dans tous les cas, quels que ſoient les angles obſervés. Mais, d'un autre côté, les défauts de ces derniers verres peuvent donner de plus grandes erreurs dans les obſervations; 1°. parce que ces verres ſont traverſés deux fois par les images réfléchies, au lieu que les autres ne le ſont qu'une fois; 2°. parce que l'incidence des rayons ſur leurs ſurfaces eſt quelquefois très-oblique, au lieu qu'elle eſt toujours à-peu-près perpendiculaire ſur les verres placés en *C*. D'après cela on ne doit faire uſage des verres de la fig. 32, que lorſqu'il n'eſt pas poſſible de ſe ſervir de ceux de la fig. 31, c'eſt-à-dire, lorſque l'angle obſervé eſt entre 5° 20′ & 34°. Nous remarquerons, au reſte, que les diſtances de la Lune au Soleil, qu'on obſerve à la mer pour déterminer les longitudes, ſont compriſes ordinairement entre 40° & 120°, & que celles de la Lune aux Etoiles ſont rarement au-deſſous de 34°: ainſi l'on pourra ſe ſervir des verres de la fig. 31 à-peu-près pour toutes les obſervations des longitudes; & ce ſont les obſervations qui exigent le plus de préciſion, & ſont les plus intéreſſantes pour les navigateurs.

Indépendamment des verres colorés, on fait encore uſage, & principalement dans les obſervations d'objets terreſtres, de la pièce (fig. 35), que j'appelle *Ventelle*, qui eſt percée d'une fenêtre *abc*; la queue *tt* de cette pièce porte un petit reſſort qui la tient à frottement dans la loge *D* où elle ſe place, & qui ſert à hauſſer ou baiſſer la Ventelle à volonté, ſuivant qu'on veut augmenter ou diminuer la quantité de lumiere de l'objet vu directe-

ment, pour la rendre égale à celle de l'objet vu par réflexion.

Enfin la fig. 36 repréſente une pièce dont on ne ſe ſert que pour certaines vérifications dont nous parlerons dans la ſuite : il faut en avoir deux pareilles & exactement de la même hauteur. Cette hauteur doit être égale, à-peu-près, à la diſtance depuis le centre du grand miroir juſqu'au plan de l'inſtrument. J'appelle ces deux pièces *des Viſeurs*. ».

Avant de ſe ſervir de cet inſtrument, on a pluſieurs vérifications à faire. La premiere eſt de s'aſſurer de la poſition du petit miroir par rapport à la lunette.

Le Citoyen Borda obſerve que l'inclinaiſon de la ſurface du petit miroir par rapport à l'axe de la lunette, doit être telle, qu'après avoir placé en *C* un des petits verres colorés de la fig. 31, aucun des rayons réfléchis par le grand miroir ne puiſſe parvenir au petit miroir, & enſuite à la lunette, ſans avoir auparavant traverſé le verre coloré. Pour connoître ſi le petit miroir a cette inclinaiſon, il preſcrit l'opération ſuivante : on placera d'abord la Ventelle de la fig. 35 dans ſa loge en *D*, & on l'abaiſſera entierement pour intercepter toute lumiere directe. Enſuite faiſant tourner l'alidade du grand miroir, on examinera s'il paroît dans la lunette quelque image blanche réfléchie par le grand miroir. Si toutes les images qui ſe peignent dans la lunette ſont colorées, le miroir aura la poſition requiſe ; mais ſi elles ne le ſont pas, on deſſerrera les vis qui aſſujettiſſent la monture du petit miroir ſur l'alidade, on fera enſuite tourner cette monture ſur ſon pied cylindrique, juſqu'à ce que les images blanches aient diſparu, & alors le petit miroir aura la poſition qu'il doit avoir ; il ne reſtera plus qu'à le fixer dans cette nouvelle poſition par le moyen des vis.

On a enſuite à s'aſſurer de la perpendicularité du grand miroir. Pour le rendre perpendiculaire au plan de l'inſtrument, on placera ſur le limbe, aux extrémités d'un diamètre *TY*, les deux viſeurs de la fig. 36 ; enſuite l'œil étant placé vers le point *e*, à-peu-près à la hauteur de la ſurface ſupérieure des viſeurs, & regardant par le bord du miroir le viſeur qui eſt au point *T*, on fera mouvoir l'alidade du grand miroir juſqu'à ce que l'image du viſeur qui eſt le plus près de l'œil vienne ſe peindre dans le miroir & paroiſſe placée à côté du viſeur vu directement. Alors ſi les deux lignes ſupérieures des deux viſeurs paroiſſent ne former qu'une même ligne droite, le grand miroir ſera perpendiculaire au plan de l'inſtrument ; mais ſi les deux lignes ſont un reſſaut, le miroir ſera incliné ſur ce plan, & il faudra l'ajuſter par le moyen des vis qui le fixent ſur l'alidade, juſqu'à ce qu'on n'apperçoive plus aucune différence dans les hauteurs des deux viſeurs.

On peut encore faire cette vérification d'une maniere plus ſimple & ſans employer les viſeurs. Pour cela, après s'être placé

en face du grand miroir, on y regardera l'image réfléchie de la partie du limbe qui eſt voiſine de l'œil. Si les bords de cette image réfléchie ne paroiſſent faire qu'une ligne circulaire avec les parties du limbe qu'on voit directement à droite & à gauche du miroir, on en conclura que le miroir eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument; mais ſi les deux lignes ne ſe raccordent pas, on touchera aux vis de rappel, comme ci-deſſus.

Le miroir ayant été ainſi placé dans une poſition perpendiculaire au plan de l'inſtrument, on eſſaiera ſi, en tranſportant l'alidade ſur quelqu'autre point du limbe, & faiſant l'obſervation par rapport à un autre diamètre, le miroir conſerve encore ſa poſition perpendiculaire; s'il ne la conſerve pas, ce ſera une preuve que l'alidade ne tourne pas comme elle le devroit dans un plan parallele à celui de l'inſtrument: alors, comme il ne ſera pas poſſible de corriger ce vice d'exécution de l'inſtrument, il faudra chercher par tâtonnement une poſition moyenne du miroir, dans laquelle les erreurs ſoient les plus petites poſſibles.

On aura après cela à rendre le petit miroir perpendiculaire au plan de l'inſtrument.

On y parviendra par quelqu'un des moyens ſuivants.

On dirigera d'abord la lunette ſur quelque point bien diſtinct de la mâture du vaiſſeau, par exemple, ſur le bout d'une vergue, en tenant l'inſtrument dans une poſition à-peu-près verticale; enſuite on fera mouvoir l'alidade du grand miroir juſqu'à ce que l'image réfléchie de l'objet vienne paſſer ſur l'image directe. Si, dans ce mouvement, les deux images viennent à paſſer exactement l'une ſur l'autre, de maniere que la premiere ne déborde pas la ſeconde, alors les deux miroirs ſeront paralleles en ce point; &, puiſqu'on a ſuppoſé déjà que le grand miroir étoit perpendiculaire au plan de l'inſtrument, le petit miroir le ſera auſſi: ſi l'image réfléchie paſſe en dehors ou en dedans de l'image directe, on rappelera le miroir par les vis de la baſe ſupérieure de la monture.

On pourra auſſi faire cette opération en obſervant l'horizon de la mer: pour cela, on tiendra d'abord l'inſtrument dans une ſituation verticale, & l'on fera coincider dans la lunette les deux images de l'horizon; enſuite on inclinera l'inſtrument juſqu'à ce qu'il devienne preſqu'horizontal; & ſi, dans ce mouvement, les images ne ſe ſéparent pas, ce ſera une preuve que les miroirs ſont paralleles entr'eux.

Enfin, cette vérification ſe fera, pendant la nuit, par l'obſervation de quelque Etoile brillante, dont on fera coincider l'image directe avec l'image réfléchie. Au reſte nous remarquerons, ajoute le Citoyen Borda, qu'excepté dans le cas où l'on obſerve de très-petits angles, l'exacte perpendicularité des miroirs n'eſt pas néceſſaire, & que, par exemple, une erreur de 5′, dans leur

poſition, n'eſt d'aucune conſéquence lorſque les angles meſurés ſont plus grands que deux degrés.

On a enſuite à vérifier la poſition de la lunette par rapport au plan de l'inſtrument.

La lunette doit être ajuſtée dans ſes montants *K* & *L*, de maniere qu'après avoir mis les deux rappels ſur la même diviſion, l'axe de la lunette ſoit parallele au plan de l'inſtrument, ou, ce qui eſt la même choſe, que les images des objets éloignés qui ſont dans le plan de l'inſtrument, viennent ſe peindre au milieu de l'intervalle des deux fils placés au foyer de l'objectif. On reconnoîtra ſi l'ajuſtement eſt tel qu'il doit être par l'opération ſuivante, qu'on pourra faire dans la grand'chambre du vaiſſeau.

Après avoir aſſujetti l'inſtrument ſur un endroit fixe, on placera à douze pieds de diſtance au moins, un objet bien diſtinct qui ſoit à-peu-près dans le plan de l'inſtrument; on mettra enſuite ſur le limbe vers *T* & vers *Y*, les deux viſeurs de la fig. 36, qu'on dirigera ſur cet objet, & on calera l'inſtrument juſqu'à ce que l'objet paroiſſe dans une ligne paſſant par les ſurfaces ſupérieures des deux viſeurs; enfin on fera mouvoir l'alidade de la lunette juſqu'à ce que le même objet vienne ſe peindre au foyer de la lunette: & alors ſi l'image paroît ſenſiblement dans le milieu de l'intervalle des deux fils, & qu'en même temps les deux rappels ſe trouvent exactement ſur la même diviſion, l'ajuſtement des diviſions ſera tel qu'il doit être; mais ſi l'image eſt plus près d'un fil que de l'autre, on la ramenera au milieu de l'intervalle par le moyen des rappels, & alors la différence qui ſe trouvera entre les diviſions marquées par les deux rappels, ſera l'erreur de l'ajuſtement: ainſi tenant compte de cette erreur, il ſera toujours facile, lorſqu'on fera des obſervations, de placer la lunette dans la poſition qu'elle doit avoir.

On paſſera enſuite à la vérification du paralléliſme des ſurfaces du grand miroir.

Cette vérification doit ſe faire à terre. Pour cela on choiſira deux objets éloignés & bien diſtincts, dont l'angle ou la diſtance apparente ſoient très-grands, comme, par exemple, de 120 degrés; enſuite, après s'être bien aſſuré de la perpendicularité des miroirs & de la poſition de l'axe de la lunette, on meſurera l'angle des deux objets, en faiſant de ſuite un grand nombre d'obſervations croiſées, & ayant attention que le contact des images tombe toujours dans le milieu de l'intervalle des deux fils. Ces premieres obſervations étant faites, on ôtera le grand miroir de la boîte qui le renferme, & on le retournera de maniere que le côté qui étoit le plus près de la lunette en ſoit maintenant le plus éloigné. Après cela, ayant une ſeconde fois rectifié la poſition des miroirs, on meſurera de nouveau l'angle des deux objets, en faiſant le même nombre d'obſervations croiſées que ci-devant: & ſi, dans

cette ſeconde opération on trouve le même réſultat que dans la premiere, ce ſera une preuve que les deux ſurfaces du miroir ſont paralleles; mais ſi le réſultat n'eſt pas le même, le miroir ſera priſmatique, & la moitié de la différence des deux angles trouvés ſera l'erreur qui convient à l'angle meſuré.

Suppoſons, par exemple, qu'on ait fait dix obſervations dans chaque opération, & qu'on ait trouvé par les premieres 1219° 10′, & par les ſecondes 1219° 23′: on diviſera ces deux quantités par 10, & on aura pour la premiere meſure 121° 55′, & pour la ſeconde 121° 56′ 18″, dont la différence 1′ 18″ ſera le double de l'erreur du miroir: d'où l'on voit que l'angle marqué par l'inſtrument étoit trop petit de 39″ dans la premiere poſition du miroir, & trop grande de la même quantité dans la ſeconde. Connoiſſant ainſi l'erreur du miroir pour l'angle de 120°, on trouveroit aiſément, par le moyen de la table XII, celles qui conviennent à tous les autres angles.

Suppoſons, par exemple, qu'on veuille, d'après l'expérience précédente, trouver l'erreur qui convient à l'angle de 90° meſuré par une obſervation croiſée; on fera cette proportion:

L'erreur marquée par la 3ᵉ. colonne de la table pour l'angle de 121° 55′, meſuré par des obſervations croiſées (c'eſt-à-dire, 1′ 38″), eſt à l'erreur marquée dans cette même colonne pour 90° (c'eſt-à-dire, 32″), comme l'erreur de 39″, qu'on ſuppoſe donnée par l'expérience, eſt à un quatrieme terme 13″, qui ſera l'erreur du miroir pour l'angle de 90 degrés.

On pourra déterminer de la même maniere les erreurs pour tous les autres angles, & faire ainſi une table particuliere des erreurs de ce miroir, non ſeulement pour les obſervations croiſées, mais encore pour les obſervations à droite & à gauche.

Nous ferons remarquer ici que les erreurs ſont beaucoup plus petites dans les obſervations croiſées, que dans les obſervations à droite, qui ſont celles que l'on fait avec l'octant; ainſi le cercle de réflexion a encore à cet égard un grand avantage ſur l'ancien inſtrument.

Il faut auſſi vérifier le paralléliſme des ſurfaces des verres colorés.

On ſe ſervira pour la vérification des verres noirs, de l'obſervation du diſque du Soleil. Ayant mis d'abord l'alidade du grand miroir ſur le point zéro, on placera dans leurs loges, en *C* & en *D* (*Fig.* 29), les deux verres noirs les plus opaques; enſuite, dirigeant la lunette ſur le Soleil, on fera mouvoir ſon alidade juſqu'à ce que l'on obſerve dans la lunette le contact des deux diſques. Cette premiere opération étant faite, on retournera dans ſa loge le verre noir placé en *C*, de maniere qu'il préſente ſa ſeconde ſurface au petit miroir; & ſi, en dirigeant de nouveau la lunette ſur le Soleil, les deux diſques ſe touchent encore, ce

verre noir aura ſes ſurfaces paralleles, du moins dans le ſens parallele au plan de l'inſtrument, ce qui ſera ſuffiſant; mais ſi les deux diſques ſe ſont éloignés, ou s'ils mordent l'un ſur l'autre, on fera mouvoir l'alidade du grand miroir pour ramener les images au contact, & alors la moitié de l'angle marqué par l'alidade ſera l'erreur qui vient du défaut de paralléliſme des ſurfaces. Si l'on veut connoître cette erreur avec plus de préciſion, on fera une ſeconde & une troiſieme opérations pareilles à la premiere, en partant du point où eſt actuellement l'alidade; & alors, en prenant le quart ou la ſixieme partie de l'angle qui ſera marqué par cette alidade, ſuivant qu'on aura fait quatre ou bien ſix obſervations, on aura plus exactement l'erreur cherchée.

Le verre coloré placé en *C* étant ainſi vérifié, on fera la même opération ſur celui qui eſt en *D*; on vérifiera enſuite de la même maniere le troiſieme verre avec le ſecond, comme auſſi chacun des verres de la fig. 32, placés en *q q* avec un des petits verres placés en *D*, & de cette maniere on connoîtra les erreurs de tous les verres noirs.

Quant aux verres verts, on pourra les vérifier par l'obſervation du diamètre de la Lune, lorſqu'elle eſt pleine, ou par celle de quelqu'objet terreſtre bien éclairé.

Nous remarquerons ici, comme un grand avantage du cercle de réflexion, que, lorſqu'on fait des obſervations croiſées, les erreurs des verres colorés placés en *C* n'alterent en rien la grandeur des angles meſurés, parce que ſi ces verres donnent les angles trop grands dans l'obſervation à droite, ils les donnent trop petits de la même quantité dans l'obſervation à gauche. Il n'en eſt pas de même des grands verres placés en *q q*, parce que l'incidence des rayons ſur ces verres étant plus oblique dans l'obſervation à droite que dans l'obſervation à gauche, les erreurs ne peuvent ſe compenſer entierement. Cependant, comme on ne doit employer ces derniers verres que pour meſurer des angles de 34° au plus, & que, pour ces petits angles, les erreurs ſont à-peu-près les mêmes que ſi l'incidence des rayons étoit perpendiculaire, on peut encore ſuppoſer que ces erreurs ſe détruiſent dans les obſervations croiſées.

On pourroit donc ſe diſpenſer de connoître les erreurs des verres colorés, ſi l'on ne faiſoit que des obſervations croiſées; on le pourroit même encore, lorſqu'on ne feroit que des obſervations à droite ou des obſervations à gauche, pourvu qu'on changeât les verres de côté à chaque obſervation, & que le nombre d'obſervations fût pair; mais il y a des circonſtances où l'on ne peut meſurer un angle que par une ſeule obſervation, & alors il faut tenir compte des erreurs trouvées.

Il ne reſte plus qu'à déterminer l'angle que l'intervalle des fils occupe dans le champ de la lunette.

La connoiſſance de cet angle eſt néceſſaire, comme on le verra dans la ſuite, pour pouvoir eſtimer l'erreur des obſervations lorſque le contact des images s'apperçoit dans une autre ligne que les axes de viſion paralleles au plan de l'inſtrument. Cette détermination peut ſe faire dans la grand'chambre du vaiſſeau. Pour cela on fera d'abord tourner le porte-oculaire dans le tuyau de la lunette, juſqu'à ce que les fils paroiſſent ſenſiblement perpendiculaires au plan de l'inſtrument; enſuite, après avoir placé ſur le point zéro l'alidade du grand miroir, on dirigera la lunette ſur un objet qui ſoit au moins à douze pieds de diſtance de l'inſtrument, & on fera mouvoir l'alidade de la lunette juſqu'à ce que les deux images de l'objet coincident. Cette premiere opération étant faite, on fera mouvoir l'alidade du grand miroir, & on diſpoſera l'inſtrument de maniere que l'une des deux images touchant un des fils, l'autre image touche l'autre fil, & alors l'angle marqué par l'alidade du grand miroir donnera la diſtance des deux fils.

Après avoir donné le moyen de vérifier les différentes parties du cercle de réflexion, le Citoyen Borda explique la maniere de faire les obſervations.

### *Obſervations des hauteurs méridiennes des Aſtres pour déterminer la latitude.*

L'obſervation de la hauteur méridienne d'un Aſtre ſe fait, dit-il, avec le cercle de réflexion, abſolument de la même maniere qu'avec l'octant : on commence par ramener les deux miroirs au paralléliſme, & enſuite on fait coincider l'image de l'Aſtre avec celle de l'horizon.

On obſervera le paralléliſme des miroirs, en prenant pour objet de vérification l'horizon de la mer, ou le diamètre du Soleil, ſi c'eſt pendant le jour qu'on fait l'obſervation, ou quelque Etoile brillante, ſi l'obſervation ſe fait pendant la nuit. Lorſqu'on fait la vérification au moyen de l'horizon de la mer ou d'une Etoile, il ſuffit de faire coincider les deux images dans la lunette, & alors les deux miroirs ſe trouvent paralleles; mais lorſqu'on ſe ſert de l'obſervation du diamètre du Soleil, il faut opérer de la maniere ſuivante.

On place d'abord deux verres noirs, l'un en *C* & l'autre en *D*; enſuite, ſans toucher à l'alidade du grand miroir, & ne faiſant mouvoir que celle de la lunette, on ramene au contact les bords des deux diſques de l'Aſtre, & on note l'angle marqué par l'alidade de la lunette. Après cela, dirigeant toujours la lunette ſur l'Aſtre, on fait paſſer les deux diſques l'un ſur l'autre, juſqu'à ce qu'ils ſe touchent de nouveau par les deux bords oppoſés, & on note encore l'angle marqué par l'alidade de la lunette. Enfin, prenant la moitié de la ſomme des deux angles

marqués par l'alidade, on a le point du limbe où cette alidade doit être placée pour que les miroirs ſoient paralleles.

Suppoſons, par exemple, que l'alidade ait marqué 473° 29′ 30″ dans la premiere obſervation, & 474° 33′ 30″ dans la ſeconde; on prendra la ſomme de ces deux quantités 948° 31, dont la moitié 474° 1′ 30″ marquera la diviſion où doit être l'alidade pour que les miroirs ſoient paralleles.

Le point du paralléliſme étant ainſi trouvé, & l'alidade de la lunette étant miſe ſur ce point, on pourra prendre la hauteur méridienne de l'Aſtre de deux manieres, ou par l'obſervation à droite, ou par l'obſervation à gauche. Si l'on veut employer la premiere eſpèce d'obſervation, il faudra tenir l'inſtrument de la main droite & ramener vers l'œil l'alidade du grand miroir, juſqu'à ce que l'image réfléchie de l'Aſtre touche l'horizon de la mer vu directement, & alors la diviſion marquée par l'alidade donnera la hauteur cherchée. Si l'on veut employer l'obſervation à gauche, il faudra tenir l'inſtrument de la main gauche & faire mouvoir l'alidade du grand miroir en l'éloignant de l'œil; & lorſque l'image de l'Aſtre touchera l'horizon, on aura la hauteur de l'Aſtre, en retranchant de 720° l'angle marqué par l'alidade.

On peut encore faire l'obſervation totale d'une maniere un peu plus ſimple & plus abrégée. Après avoir placé d'abord deux verres noirs, l'un en *C* & l'autre en *D*, & l'alidade du grand miroir étant ſur zéro, on dirigera la lunette ſur le Soleil, & l'on mettra les deux diſques à-peu-près l'un ſur l'autre; enſuite on fera mouvoir la lunette ſuivant l'ordre des diviſions, juſqu'à ce que les deux bords des diſques ſe touchent exactement; enfin, ôtant le verre noir qui eſt en *D*, on prendra la hauteur de l'Aſtre ſur l'horizon, comme on l'a dit ci-deſſus. Mais on doit remarquer que, par cette opération, la hauteur de l'Aſtre marquée par l'inſtrument ſera trop grande du diamètre de l'Aſtre; d'où l'on verra que ſi l'on a pris la hauteur du bord inférieur, il faudra retrancher le demi-diamètre de la hauteur obſervée, pour avoir la hauteur du centre.

*Obſervations de la hauteur des Aſtres pour déterminer l'heure.*

Dans l'eſpèce d'obſervations qu'on va décrire, le cercle de réflexion jouit de tous ſes avantages, parce qu'alors on peut prendre les hauteurs par des obſervations croiſées.

Je ſuppoſerai d'abord, c'eſt toujours le Citoyen Borda qui parle, que l'obſervateur ſoit muni d'une montre à ſecondes, pour marquer l'heure préciſe de chaque obſervation. Cela poſé, ayant fixé l'alidade du grand miroir ſur le point zéro de la diviſion, comme dans l'obſervation précédente, & tenant l'inſtrument de la main gauche, dans une poſition à-peu-près verticale, on fera d'abord une premiere obſervation à gauche, c'eſt-à-dire,

qu'en dirigeant la lunette ſur l'horizon, on fera mouvoir ſon alidade juſqu'à ce que l'image de l'Aſtre paſſant entre la lunette & le petit miroir, & ſe réfléchiſſant enſuite ſur les deux miroirs, vienne coincider avec l'image de l'horizon de la mer vu directement. Cette premiere obſervation étant faite, & ayant marqué l'heure de la montre à laquelle le contact a été obſervé, on prendra l'inſtrument de la main droite; enſuite laiſſant la lunette dans ſa poſition & la dirigeant ſur l'horizon, on deſſerrera l'alidade du grand miroir & on fera l'obſervation à droite, en ramenant cette alidade vers l'œil pour obtenir une ſeconde fois le contact de l'Aſtre avec l'horizon : on marquera encore l'heure de la montre à laquelle le ſecond contact a été obſervé, & alors, en prenant la moitié de l'angle marqué par l'inſtrument & la moitié de la ſomme des heures des obſervations, on aura la hauteur moyenne de l'Aſtre correſpondante à l'heure moyenne des deux obſervations.

Si l'on veut avoir un réſultat plus précis, on fera une ſeconde opération abſolument ſemblable à la premiere, en partant du point où ſe trouve maintenant l'alidade du grand miroir, & regardant ce point comme le zéro de la diviſion. Par cette ſeconde opération on aura un angle total, dont le quart ſera la hauteur correſpondante à l'heure moyenne des quatre obſervations. Enfin on parviendra à une préciſion plus grande encore, en faiſant une troiſieme opération, & ainſi de ſuite.

Nous remarquerons ici, conformément à ce que nous avons déjà dit ailleurs, que, lorſqu'on obſerve des hauteurs du Soleil, on ne doit employer les verres de la fig. 32, placés devant le grand miroir, que pour les hauteurs depuis 5° juſqu'à 34°, & que pour toutes les autres hauteurs, on doit ſe ſervir des petits verres de la fig. 31.

*Obſervations des hauteurs des Aſtres, faites à une petite diſtance du Méridien, pour en conclure leur vraie hauteur méridienne.*

Pour faire ces obſervations, il faut premierement avoir déterminé, par des obſervations préparatoires, faites long-temps avant le paſſage au Méridien, l'heure à laquelle l'Aſtre doit paſſer à ce Méridien. Cette heure étant connue, on commencera, quelques minutes avant le paſſage, à obſerver les hauteurs de l'Aſtre, & on fera de ſuite pluſieurs obſervations croiſées, pareilles à celles que nous venons de décrire, en ayant l'attention de marquer l'heure à laquelle chaque obſervation aura été faite. On diviſera enſuite, par le nombre des obſervations, l'angle total marqué par l'alidade, & on aura d'abord une hauteur méridienne approchée : il reſtera enſuite à trouver les corrections à faire à cette hauteur approchée, pour avoir la hauteur vraie.

*Obſervations*

## *Obſervations des diſtances de la Lune aux Aſtres pour déterminer les longitudes.*

Ces obſervations peuvent ſe faire de deux manieres : par trois obſervateurs, ou par un ſeul. Nous allons d'abord parler de la premiere maniere, qui donne des réſultats plus ſimples, & que nous croyons, par cette raiſon ſeule, devoir être toujours préférée à l'autre, lorſqu'on a un nombre ſuffiſant de cooperateurs.

Des trois obſervateurs qu'on emploie dans cette méthode, il y en a deux qui ſont chargés de prendre les hauteurs des deux Aſtres, tandis que le troiſieme meſure les diſtances de ces Aſtres. Nous n'entrerons dans aucun détail ſur la maniere dont les deux premiers doivent faire leurs obſervations, parce que nous en avons déjà parlé ſuffiſamment dans les articles précédents, & que d'ailleurs ces obſervations n'ayant pas beſoin d'être très-préciſes, il n'eſt pas néceſſaire d'y employer le cercle de réflexion, mais ſeulement l'octant : nous dirons ſeulement que ces deux obſervateurs doivent avoir l'attention de ſuivre continuellement le mouvement des Aſtres dont ils prennent les hauteurs, & de les tenir toujours à une très-petite diſtance de l'horizon, afin qu'à l'inſtant où ils ſeront avertis par le troiſieme obſervateur, ils n'aient plus beſoin que de donner un petit mouvement au rappel pour mettre les images en contact. Quant aux obſervations des diſtances, quoiqu'elles ne different pas, dans le fond, de celles dont nous avons parlé ci-devant, il nous paroit néceſſaire, à cauſe de leur importance, d'en donner une deſcription un peu étendue.

Comme il faut toujours que l'obſervateur commence par une obſervation à gauche, il fixera d'abord l'alidade du grand miroir ſur le point zéro de la diviſion : enſuite, dirigeant la lunette ſur celui des deux Aſtres qui a le moins de lumiere, ſavoir, ſur la Lune, s'il obſerve des diſtances du Soleil à la Lune, & ſur l'Etoile, s'il obſerve les diſtances de la Lune aux Etoiles, il fera tourner l'inſtrument en entier autour de l'axe de la lunette, pris comme axe de mouvement, juſqu'à ce que le ſecond Aſtre ſoit dans le plan de l'inſtrument, & ſe trouve placé à gauche de la lunette par rapport au grand miroir. L'inſtrument étant dans cette poſition, il fera mouvoir l'alidade du petit miroir, en tenant toujours la lunette ſur l'Aſtre, juſqu'à ce qu'il ait ramené dans le champ de la lunette l'image de l'Aſtre lumineux. Lorſqu'il ſera parvenu à mettre les deux images à une petite diſtance l'une de l'autre, il les rapprochera par le moyen du rappel, &, à l'inſtant où elles ſe toucheront, il en avertira les deux autres obſervateurs, qui auſſi-tôt mettront en contact avec l'horizon les images des Aſtres qu'ils obſervent. La premiere obſervation

étant ainſi achevée, on écrira les hauteurs des deux Aſtres, & le troiſieme obſervateur ſe diſpoſera à faire l'obſervation à droite.

Pour cela, laiſſant l'alidade du petit miroir ſur le point du limbe où elle ſe trouve, il deſſerrera celle du grand miroir : enſuite, tenant l'inſtrument dans une poſition abſolument oppoſée à celle qu'il avoit dans la premiere obſervation, & dirigeant toujours la lunette ſur l'Aſtre le moins lumineux, il fera mouvoir l'alidade du grand miroir ſuivant l'ordre des diviſions, pour ramener encore l'image de l'Aſtre lumineux dans le champ de la lunette, en la faiſant venir du côté droit par rapport à la lunette : enfin lorſque les deux images ſe toucheront, il avertira, comme ci-deſſus, les deux autres obſervateurs, qui feront auſſi-tôt toucher les images des Aſtres avec l'horizon, & on écrira enſuite les deux nouvelles hauteurs & la double diſtance obſervée.

Les deux premieres obſervations étant achevées, il ſera aiſé d'en faire d'autres pareilles, en partant du point où eſt maintenant l'alidade, & ſuivant toujours le même procédé que nous venons de donner. Enfin, lorſqu'on en aura fait le nombre qu'on croira néceſſaire pour obtenir une préciſion ſuffiſante, on diviſera par ce nombre, tant la ſomme totale des diſtances marquée par l'inſtrument, que les ſommes des hauteurs obſervées de chaque Aſtre, & on aura une diſtance moyenne des deux Aſtres & une hauteur moyenne de chaque Aſtre, qu'on pourra regarder comme trois obſervations ſimultanées, faites par les trois obſervateurs.

Il reſte maintenant à parler de la ſeconde maniere de faire ces obſervations. Il n'y a qu'un ſeul obſervateur d'employé dans cette ſeconde maniere ; & voici comment il doit opérer. Suppoſant d'abord qu'il ſoit muni d'une montre à ſecondes pour marquer l'heure de chaque obſervation, il commencera par obſerver, avec le cercle de réflexion, deux hauteurs de chaque Aſtre, en faiſant pour chacun une obſervation à gauche & une obſervation à droite; enſuite il prendra deux ou quatre, ou ſix diſtances des deux Aſtres, ſuivant le degré de préciſion qu'il voudra donner à ſes obſervations, & il finira par deux nouvelles hauteurs de chaque Aſtre, qu'il prendra comme les deux premieres. Toutes ces obſervations étant faites, & l'heure de chaque obſervation ayant été marquée, il ne reſtera plus qu'à les réduire à trois obſervations ſimultanées, comme dans la premiere maniere d'obſerver. Pour cela on diviſera d'abord la ſomme des diſtances obſervées, donnée par le cercle de réflexion, ainſi que la ſomme des hauteurs auxquelles ces diſtances ont été obſervées, par le nombre des obſervations, & on aura une diſtance moyenne des deux Aſtres, correſpondante à une heure moyenne : enſuite, en ſe ſervant des obſervations des hauteurs faites avant & après celles des diſtances, on trouvera, par inter-

polation, la hauteur de chaque Aſtre, correſpondante à l'heure moyenne des diſtances obſervées, & alors les obſervations ſeront réduites à trois obſervations ſimultanées, comme ci-deſſus.

Les explications qui viennent d'être données ſuffiſent pour bien faire entendre la maniere d'obſerver les diſtances de la Lune aux Aſtres avec le cercle de réflexion. Il reſte à ajouter quelques remarques qui peuvent être utiles pour faciliter les obſervations ou pour les rendre plus préciſes.

*Remarque I.* Il eſt quelquefois embarraſſant pour l'obſervateur, à cauſe de la poſition gênante dans laquelle il tient l'inſtrument, de ramener les deux images dans le champ de la lunette; ce qui oblige à beaucoup de tâtonnements & rend les obſervations longues & laborieuſes: on évitera cet inconvénient en déterminant à-peu-près, par une opération préparatoire, les points de la diviſion ſur leſquels les alidades doivent être placées pour chaque obſervation; voici comment on y parviendra.

Il faudra d'abord faire une obſervation pour connoître à-peu-près la diſtance des deux Aſtres. Pour cela, après avoir placé l'alidade du grand miroir ſur le point zéro, on ramenera le petit miroir au paralléliſme, en faiſant coincider les deux images de l'horizon, & on notera l'angle marqué par l'alidade de la lunette; enſuite, laiſſant toujours l'alidade du grand miroir ſur le point zéro, on prendra la diſtance des deux Aſtres par l'obſervation à gauche, c'eſt-à-dire, en faiſant mouvoir l'alidade de la lunette, & on notera encore l'angle marqué par cette alidade; enfin, retranchant le premier angle du ſecond, on aura la diſtance approchée des deux Aſtres. Suppoſons, par exemple, que l'alidade de la lunette ait marqué 471° 30′ lors de la vérification à l'horizon, & 558° lorſqu'on a obſervé le contact des images; retranchant le premier angle du ſecond, on aura pour la diſtance cherchée, 86° 30′.

Cela poſé, je remarque que, par la maniere dont on fait les obſervations croiſées, toutes les fois qu'on déplace une des alidades, on lui fait parcourir un angle double de la diſtance des deux Aſtres, c'eſt-à-dire, dans notre ſuppoſition, un angle de 173° double de l'angle obſervé 86° 30′. Il ſuit de-là que l'alidade de la lunette, qui, dans la premiere obſervation à gauche, eſt placée ſur 558°, doit être portée, dans la ſeconde obſervation à gauche, ſur 558° + 173°, ou ſur 731° (ce qui eſt la même choſe que 11°, parce que la diviſion recommence après 720°). Par la même raiſon, dans la troiſieme obſervation à gauche, elle ſera portée ſur 11° + 173° ou ſur 184°; dans la quatrieme, ſur 184° + 173° ou ſur 357°, & ainſi de ſuite. Quant à l'alidade du grand miroir, qui, par la ſuppoſition, ſe trouve d'abord ſur le point zéro de la diviſion, on voit qu'elle doit être portée ſur

173° dans la premiere obſervation à droite; ſur deux fois 173° ou 346°, dans la ſeconde obſervation; ſur trois fois 173° ou 519°, dans la troiſieme; & ainſi de ſuite. D'après cela, avant de commencer les obſervations, on écrira par ordre les poſitions ſucceſſives des deux alidades, ainſi qu'il ſuit: poſitions de l'alidade du grand miroir, 0°, 133°, 346°, 519°, 692°, &c.; poſitions de l'alidade du petit miroir, 558°, 11°, 184°, 357°, &c.

Connoiſſant ainſi d'avance à-peu-près les poſitions que doivent avoir les alidades, il eſt clair qu'en leur donnant ſucceſſivement ces poſitions, on ramenera, dès le premier eſſai, & ſans aucun tâtonnement, les deux images dans le champ de la lunette; il ne reſtera plus alors qu'à les rapprocher par le moyen des rappels.

*Remarque II.* On ſait qu'une des conditions eſſentielles pour la bonté des obſervations, eſt que le contact des images ſe faſſe dans un plan parallele à celui de l'inſtrument, c'eſt-à-dire, dans le milieu de l'intervalle des deux fils qui ſont placés au foyer de la lunette, & qu'on ſuppoſe avoir été convenablement ajuſtés par la vérification; mais comme il eſt ſouvent aſſez difficile de remplir cette condition, ſur-tout lorſque le vaiſſeau a beaucoup de mouvement, on doit chercher du moins à tenir compte de l'erreur qu'on commet dans une obſervation, en faiſant tomber le contact hors du plan de l'inſtrument. Pour cela, il faut avoir l'attention, toutes les fois qu'on fait une obſervation, de remarquer le point du champ de la lunette où le contact s'apperçoit, & d'eſtimer combien ce point eſt plus près d'un fil que de l'autre. Connoiſſant enſuite la diſtance angulaire des deux fils, on conclura aiſément la quantité dont l'obſervation aura dévié du plan, paſſant par le milieu de l'intervalle des fils; & enfin, la déviation étant connue, on ſe ſervira de la table pour déterminer la correction qu'il faut faire à l'obſervation.

Suppoſons, par exemple, qu'on ait remarqué, en faiſant une obſervation, que le point où l'on a apperçu le contact eſt quatre fois plus près d'un fil que de l'autre, & qu'on ait trouvé, par une expérience précédente, que la diſtance des deux fils eſt de cent minutes, il s'enſuivra que le contact a été vu à 20′ d'un des fils & à 80′ de l'autre; & comme, pour l'exactitude de l'obſervation, il auroit dû être vu à 50′ de chaque fil, c'eſt-à-dire, dans le milieu de leur intervalle, on en conclura que la déviation de l'obſervation eſt de 30′. Cela poſé, il faudra chercher dans la table la correction qui convient à 30′ de déviation & à l'angle obſervé (*Deſcription & uſage du Cercle de réflexion par le Citoyen Borda*).

# CHAPITRE XIII.

## *De la latitude & de la maniere de la déterminer à la mer.*

LA latitude d'un lieu eſt comme nous l'avons déjà dit, l'arc du méridien de ce lieu, compris entre ce lieu & l'Équateur; & comme l'arc du méridien céleſte, compris entre l'Equateur céleſte & le Zenith du lieu, eſt égal à cet arc, on peut prendre pour la latitude d'un lieu, l'arc du méridien céleſte, compris entre le Zenith de ce lieu & l'Equateur céleſte.

La latitude ſe compte en allant de l'Equateur vers les poles : ainſi il y a latitude *boréale* & latitude *auſtrale*, ſelon que le lieu eſt dans l'hémiſphere boréal ou dans l'hémiſphere auſtral.

Voyons maintenant comment on détermine la latitude.

On la détermine, ſoit à terre, ſoit en mer, par l'obſervation de la hauteur méridienne des Aſtres. A la mer, on obſerve la hauteur méridienne avec l'octant ou le ſextant, en faiſant coincider l'Aſtre avec l'horizon, & le ſuivant juſqu'à ce qu'on s'apperçoive qu'il ne monte plus. Le Soleil eſt l'Aſtre qu'on emploie de préférence pour déterminer la latitude, & dans l'obſervation de ſa hauteur on fait coincider ſon bord inférieur avec l'horizon. Si l'octant eſt garni d'une lunette qui renverſe les objets, le bord inférieur, obſervé dans la lunette, eſt en effet le bord ſupérieur, en ſorte que c'eſt alors la hauteur apparente de ce bord qu'on a.

Comme on a coutume d'employer la diſtance au Zenith plutôt que la hauteur, on prend le complé-

ment de la hauteur obſervée du bord du Soleil, ce qui donne la diſtance apparente de ce bord au Zenith; on cherche enſuite la diſtance vraie du centre. Pour cela, on ajoute d'abord à la diſtance apparente, la dépreſſion de l'horizon; puis on ajoute à cette diſtance corrigée, la réfraction moins la parallaxe, & l'on a la diſtance vraie du bord obſervé au Zenith. On en retranche le demi-diamètre du Soleil, ou on le lui ajoute, ſuivant que ce bord obſervé eſt vraiment le bord inférieur ou le bord ſupérieur, & l'on a la diſtance vraie du centre du Soleil au Zenith.

On cherche enſuite la déclinaiſon de cet Aſtre pour le moment de l'obſervation, c'eſt-à-dire, pour midi. Pour cela, on convertit la longitude que nous ſuppoſons comptée depuis le méridien de Paris, en temps, à raiſon d'une heure pour 15°. On la retranche de midi ſi l'on eſt à l'Eſt de Paris, & on a l'heure qu'on compte à Paris avant midi, lorſqu'on compte midi au lieu où l'on eſt. Si l'on eſt à l'Oueſt, cette longitude, convertie en temps, eſt l'heure qu'on compte à Paris après midi. On calcule alors, au moyen du livre *de la Connoiſſance des temps*, la déclinaiſon du Soleil pour l'heure comptée à Paris, & l'on a la déclinaiſon pour le midi de l'obſervation.

Quand on a la diſtance du centre du Soleil au Zenith & ſa déclinaiſon, on les ajoute ou on les retranche l'une de l'autre, ſuivant que l'ombre de l'obſervateur & la déclinaiſon du Soleil ſont de même ou de différente dénomination, & l'on a la latitude. Lorſque l'ombre & la déclinaiſon ſont de dénomination différente, la latitude eſt toujours du côté de la déclinaiſon, ſi la déclinaiſon eſt plus grande que la diſtance du Soleil au Zenith; & ſi c'eſt le contraire, la latitude eſt du côté de l'ombre.

En effet, ſoit *HO* l'horizon, *EQ* l'Equateur (*Fig.* 37), *HZPQ* le méridien, *Z* le Zenith, *P* le pole que nous ſuppoſerons être le pole boréal. Soit l'Aſtre en *S* entre l'Equateur & le Zenith, lorſqu'il paſſe au

méridien; il eſt évident qu'il faudra ajouter ſa déclinaiſon *ES* avec ſa diſtance *SZ* au Zenith, pour avoir la latitude *EZ*. Or dans ce cas, l'ombre de l'obſervateur ſe projete vers le Nord, & la déclinaiſon eſt auſſi Nord.

Suppoſons l'Aſtre en *S'* de l'autre côté de l'Equateur; il eſt clair que pour avoir la latitude *EZ*, il faudra retrancher la déclinaiſon *ES'* de l'Aſtre, de ſa diſtance *S'Z* au Zenith. Or dans ce cas la déclinaiſon eſt Sud, & l'ombre de l'obſervateur eſt projetée vers le Nord.

Suppoſons l'Aſtre en *S''* de l'autre côté du Zenith; alors il faudra retrancher ſa diſtance *S''Z* au Zenith, de ſa déclinaiſon *ES''*, pour avoir la latitude *EZ*; & dans ce cas l'ombre ſe projete vers le Sud, & la déclinaiſon eſt boréale.

Si l'Aſtre ſe trouvoit en *S'''*, entre le pole & l'horizon, alors il faudroit ajouter ſa déclinaiſon *S'''Q* avec ſa diſtance *S'''Z* au Zenith, & retrancher la ſomme *ZQ* de 180°, pour avoir la latitude *EZ*.

On peut employer la hauteur même de l'Aſtre pour avoir la latitude. Pour cela, après avoir déterminé la déclinaiſon de l'Aſtre pour l'inſtant où il a été obſervé, on en conclura ſa diſtance au pole vers lequel l'obſervateur étoit tourné lorſqu'il a obſervé la hauteur meridienne; la différence entre cette diſtance & la hauteur vraie de l'Aſtre donnera la latitude cherchée, laquelle ſera de dénomination différente que le pole vers lequel l'obſervateur étoit tourné, ſi la diſtance de l'Aſtre à ce pole s'eſt trouvée plus grande que la hauteur vraie de l'Aſtre; dans le cas contraire, elle ſera de même dénomination.

Si l'on obſervoit l'Aſtre au-deſſous du pole, alors la latitude ſeroit égale à la ſomme de la hauteur vraie de l'Aſtre & de ſa diſtance au pole.

Eclairciſſons ce que nous avons dit par un exemple. Le 27 Mai 1784, étant par 84° 44′ de longitude occidentale, comptée depuis le méridien de

Paris, l'obſervation a donné la diſtance apparente du bord inférieur du Soleil au Zenith, de 28° 36′; il s'agit de trouver la latitude L'ombre & la déclinaiſon étoient du même côté, & l'œil étoit élevé de 14 pieds au-deſſus de la mer.

La dépreſſion de l'horizon eſt de 3′ 50″; je l'ajoute à 28° 36′, & j'ai 28° 39′ 50″. La réfraction à cette diſtance du Zenith eſt de 33″, & la parallaxe du Soleil de 4″; j'ajoute l'excès 29″ à 28° 39′ 50″, ce qui me donne 28° 40′ 19″, diſtance vraie du bord inférieur du Soleil au Zenith. J'en retranche le demi-diamètre du Soleil, 15′ 49″, & il me reſte 28° 24′ 30″ pour la diſtance vraie du centre du Soleil au Zenith.

La longitude convertie en temps, donne 5$^{h}$ 49′, qui eſt l'heure qu'on comptoit à Paris lors de l'obſervation; je trouve dans la *Connoiſſance des temps*, que la déclinaiſon du Soleil, le 27 Mai à midi, étoit de 21° 27′ 9″, & qu'elle augmentoit juſqu'au midi ſuivant, de 9′ 33″, ce qui donne 2′ 33″ pour 5$^{h}$ 39′, en ſorte que la déclinaiſon cherchée étoit de 21° 29′ 24″. Je l'ajoute à la diſtance du centre du Soleil au Zenith, & j'ai 49° 53′ 54″ de latitude boréale.

Quand on ne peut obſerver le Soleil à midi, alors on peut avoir recours aux Etoiles, ſur-tout ſi l'on peut obſerver quelque belle Etoile qui paſſe au méridien pendant le crépuſcule, lorſqu'il reſte aſſez de jour pour bien diſtinguer l'horizon. On ſaura à-peu-près quand elle paſſe au méridien, ſoit en employant la méthode dont nous avons parlé dans le chapitre IV, ſoit au moyen de la *Connoiſſance des temps*, en ajoutant ſon aſcenſion droite en temps à la diſtance de l'équinoxe au Soleil. On connoîtra auſſi à-peu-près ſa hauteur méridienne, en ajoutant ſa déclinaiſon au complément de la latitude par laquelle on s'eſtime, ou en la retranchant, ſuivant que la déclinaiſon eſt du côté du pole élevé, ou qu'elle eſt du côté du pole abaiſſé.

A la place de la hauteur méridienne de l'Etoile,

on prendra ſa diſtance au Zenith; on ajoutera à cette diſtance la dépreſſion de l'horizon, enſuite on ajoutera à cette diſtance corrigée de la dépreſſion, la réfraction qui lui convient, & l'on aura la diſtance vraie de l'Etoile au Zenith; quant à ſa déclinaiſon, on l'aura déjà, puiſqu'on l'aura cherchée pour avoir connoiſſance de ſa hauteur méridienne.

Suppoſons que le 12 Octobre 1788, on ait obſervé, en ſe tournant vers le Nord, la hauteur méridienne de Sirius, & qu'on l'ait trouvée de 55° 12′, l'œil étant à 16 pieds au-deſſus du niveau de la mer. On demande la latitude.

On trouve par la *Connoiſſance des temps*, que la déclinaiſon de Sirius étoit de 16° 29′ 52″ auſtrale. Ainſi la diſtance de l'Etoile au pole Nord vers lequel l'obſervateur étoit tourné, étoit de 106° 29′ 52″. Il faut retrancher de la hauteur obſervée, la dépreſſion pour 16 pieds, qui eſt de 4′ 6″; il reſte 55° 7′ 54″, dont retranchant enſuite la réfraction, qu'on trouve de 39″, on a la hauteur vraie de l'Étoile, de 55° 7′ 15″. Prenant la différence entre cette hauteur & la diſtance au pole trouvée ci-deſſus, 106° 29′ 52″, il reſte pour la latitude cherchée 51° 22′ 37″; comme la diſtance au pole eſt plus grande que la hauteur vraie de l'Étoile, la latitude avoit une dénomination différente de celle du pole, & par conſéquent étoit auſtrale.

---

Nous avons dit qu'on détermine la latitude à terre comme à la mer, par l'obſervation de la hauteur méridienne des Aſtres. On fait cette obſervation à terre avec le quart de cercle; on dirige l'inſtrument vers l'Aſtre avant ſon paſſage au méridien; on ſuit le mouvement de cet Aſtre juſqu'à ce qu'il ceſſe de monter; les degrés & minutes marqués par le fil à plomb donnent la hauteur apparente de l'Aſtre. Si l'on obſerve le Soleil, on fait coincider dans la lunette le bord inférieur de cet Aſtre, qui eſt en effet ſon bord ſupérieur, avec le fil horizontal de la lunette, parce que le Soleil paroiſſant deſcendre le matin, il eſt plus facile d'obſerver le contact de ce bord, que celui du bord ſupérieur. On pourroit auſſi obſerver les contacts des deux bords, & prenant un milieu entre leurs hauteurs, on auroit la hauteur apparente du centre du Soleil.

On emploie de préférence, pour cette obſervation, le quart de cercle mural; c'eſt un quart de cercle fixé ſolidement à un mur dans le plan du méridien. En ſe ſervant de cet inſtrument, on eſt aſſuré d'avoir avec beaucoup d'exactitude les hauteurs méridiennes des Aſtres. Auſſi eſt-ce avec cet inſtrument qu'on détermine leurs déclinaiſons. Il ſert également à faire connoître leurs aſcenſions droites, en marquant l'heure du paſſage de l'Aſtre au méridien.

Il peut arriver qu'à cauſe des nuages on n'ait pu, étant en mer, obſerver le Soleil à midi, & qu'on puiſſe l'obſerver peu de temps après; alors, pourvu que l'obſervation de ſa hauteur ne s'éloigne pas beaucoup de midi, on pourra conclure de cette obſervation la hauteur méridienne à moins d'une minute près, en ſuppoſant qu'on ſoit aſſuré de l'heure de l'obſervation. Tout ſe réduira à trouver la petite différence qui doit être ajoutée à la hauteur obſervée pour avoir la hauteur méridienne. Voyons comment on la trouve.

Soit $Z$ le Zénith (*Fig.* 38), $P$ le pole, $HZPO$ le méridien, &c. $S$ le lieu du Soleil dans l'obſervation faite après ou avant midi. On a ſin. $AS$ = ſin. $PS$ ſin. $ZP$ coſ. $P$ + coſ. $PS$ coſ. $ZP$. Si on ſuppoſe nul l'angle horaire $P$, ce qui donne le cas du midi, on a ſin $HM$ = ſin. $PS$ ſin. $ZP$ + coſ. $PS$ coſ. $ZP$, $PS$ & $PM$ ne pouvant différer ſenſiblement. Donc ſin. $HM$ — ſin. $AS$ = ſin. $PS$ ſin. $ZP$ (1 — coſ. $P$) = 2 ſin. $PS$ ſin. $ZP$ ſin $\frac{1}{2}P^2$. Mais appelant $m$ la petite différence entre la hauteur obſervée $AS$ & la hauteur méridienne $HM$, on a ſin. $HM$ = ſin. ($AS + m$) = ſin. $AS$ + $m$ coſ. $AS$, en ſorte que ſin. $HM$ — ſin. $AS$ = $m$ coſ. $AS$.

$$\text{Donc } m = \frac{2 \text{ ſin. } PS \text{ ſin. } ZP \text{ ſin. } \frac{1}{2}P^2}{\text{coſ. } AS}.$$

Il faut bien remarquer que cette formule ne donne pas préciſément $m$, mais ſon ſinus. Dans le calcul de cette obſervation on ſe ſert de la latitude eſtimée.

Appliquons cette formule à un exemple.

Étant par une latitude eſtimée de 48° 12′ Nord, on a obſervé la hauteur vraie du Soleil, de 20° 46′ à 0ʰ 43′ 3″; la déclinaiſon de cet Aſtre étoit de 20° 48′ Sud.

Alors on a $PS$ = 110° 48′, $PZ$ = 41° 48′, $AS$ = 20° 46′, $\frac{1}{2}P$ = 5° 22′ 52″. Voici maintenant le calcul.

| | |
|---|---|
| Log. 2 . . . . . | 0,301030 |
| Log. ſin. 110° 48′. . . . . | 9,970731 |
| Log. ſin. 41° 48′. . . . . | 9,823821 |
| 2 log. ſin. 5° 22′ 52″ . . . | 7,944226 |
| Compl. arith. log. coſ. 20° 46′ | 0,029173 |
| Somme. . . . . | 8,068981 |

C'eſt le log. ſin. de 40′ 18″; ainſi $m$ = 40′ 18″.

Le Citoyen Maingon trouve par ſa carte trigonométrique ; 40′ 20″; c'eſt pour le dire en paſſant, avec cette préciſion, qu'il réſout, par cette carte, tous les problêmes du pilotage. La hauteur méridienne eſt donc de 21° 26′ 18″, & par conſéquent la diſtance au Zenith, de 68° 33′ 42″ ; donc, retranchant la déclinaiſon 20° 48′, il reſte 47° 45′ 42″ pour la latitude cherchée.

La valeur de $m$ ſe trouve bien plus vîte, quand on a une table de la différence entre la hauteur méridienne d'un Aſtre & la hauteur obſervée une minute avant ou après ſon paſſage au méridien, telle que celle que le Citoyen Borda a conſtruite. Car alors on n'a qu'à multiplier la différence que donne la table, par le carré de l'intervalle de temps entre midi & l'heure de l'obſervation, & l'on a la différence entre la hauteur obſervée & la hauteur méridienne. Ceci eſt fondé ſur ce que, à de petites diſtances du méridien, les différences entre les hauteurs voiſines de ce cercle & la hauteur méridienne, ſont à très-peu-près proportionnelles aux carrés des temps écoulés depuis ou avant midi. Ce qu'on verra facilement, ſi l'on conſidere que l'angle horaire $P$ étant petit, on a à très-peu-près,

$$m = \frac{P^2 \text{ ſin. } PS \text{ ſin. } ZP}{2 \text{ coſ. } AS},$$

& qu'ainſi la différence $m$ eſt proportionnelle au carré de l'angle horaire $P$, & par conſéquent au carré du temps.

Si pour le calcul de l'exemple précédent on ſe ſert de la table du Citoyen Borda, on trouve que pour la diſtance polaire 110° 48′ & la latitude ſuppoſée 48°, la différence entre la hauteur méridienne & la hauteur obſervée une minute avant ou après midi, eſt de 1″,3. La multipliant par le carré de 43′ 3″, qui eſt 1853,3, on trouve 40′ 9″ pour la valeur de $m$.

Comme cette méthode n'eſt qu'une méthode d'approximation, qu'au moins une des données eſt fort inexacte, la latitude qu'elle donne pourroit différer beaucoup de la vraie, ſi l'on obſervoit l'Aſtre à une trop grande diſtance du méridien. Le Citoyen Borda paroît croire que l'Aſtre doit être obſervé très-près de ce cercle. Suivant le Citoyen Maingon, ſi l'obſervation ſe fait un nombre de minutes avant ou après le paſſage au méridien, qui n'excede pas les deux tiers du nombre de degrés de la diſtance méridienne approchée de l'Aſtre au Zenith, on pourra compter ſur la latitude, à une ou deux minutes près, comme ſi l'on avoit obſervé la hauteur méridienne, quand même il y auroit juſqu'à une minute d'erreur dans l'heure de l'obſervation.

Dans le cas où les mauvais temps auroient empêché, pendant pluſieurs jours, d'obſerver le Soleil à midi, ni peu avant ni peu après, ni aucune Étoile bien connue à ſon paſſage au méridien, on peut, ſi le Soleil vient à ſe montrer par intervalle, détermi-

ner la latitude par deux obſervations de la hauteur de cet Aſtre, éloignées l'une de l'autre de deux ou trois heures, plus ou moins, pourvu qu'on ſoit muni d'une montre à ſecondes aſſez bonne pour qu'on puiſſe avoir confiance dans ſa marche pendant l'intervalle des obſervations.

La méthode que nous allons expoſer eſt due à M Douwe, qui la donna, en 1754, dans le premier volume des mémoires de l'Académie de Harlem. Le Citoyen l'Évêque, de l'Inſtitut national, eſt le premier qui l'ait fait connoître en France. Le Citoyen Lalande en a donné la démonſtration dans ſon Aſtronomie, & depuis, M. Mendoza l'a démontrée à ſa maniere dans la Connoiſſance des temps pour 1793.

Soit $HO$ l'horizon (*Fig.* 38), $EQ$ l'Équateur, $HZPO$ le méridien, $Z$ le Zenith, $P$ le pole, $Mn$ le parallele du Soleil, $S, s$ les points où il a été obſervé, $PSC$, $Psc$ les cercles de déclinaiſon, & $ZA$, $Za$ les verticaux, paſſant par ces points. Soient $h$ & $H$ les angles horaires $ZPS$, $ZPs$; $A$ & $a$ les hauteurs obſervées; ſoit $d$ la déclinaiſon du Soleil, laquelle ne peut changer bien ſenſiblement dans l'intervalle des obſervations, $t$ cet intervalle converti en degrés, & $l$ la latitude. Le triangle $ZPS$ donne $\text{cof. } h = \frac{\text{ſin. } A - \text{ſin. } d \text{ ſin. } l}{\text{cof. } d \text{ cof. } l}$, & le triangle $ZPs$ donne $\text{cof. } H = \frac{\text{ſin. } a - \text{ſin. } d \text{ ſin. } l}{\text{cof. } d \text{ cof. } l}$. On aura donc $\text{cof. } h - \text{cof. } H = \frac{\text{ſin. } A - \text{ſin } a}{\text{cof. } d \text{ cof. } l}$, ou $\text{ſin. } \frac{1}{2}(H+h) \text{ ſin. } \frac{1}{2}(H-h) = \frac{\text{cof. } \frac{1}{2}(A+a) \text{ ſin. } \frac{1}{2}(A-a)}{\text{cof. } d \text{ cof. } l}$.

Suppoſons que le vaiſſeau ait parcouru, dans l'intervalle des obſervations, la quantité $C$ en longitude; la quantité $t$ devient $t + C$ ou $t - C$, ſuivant qu'il s'eſt avancé dans l'Eſt ou dans l'Oueſt, parce que lorſque le vaiſſeau ſe meut vers l'Eſt, il augmente le mouvement du Soleil par rapport à lui, & que lorſqu'il ſe meut vers l'Oueſt, il le diminue. Le plus grand angle horaire $H$ qui étoit $= h + t$, devient donc alors $= h + t + C$, en prenant $C$ poſitivement ou négativement, ſuivant que le vaiſſeau ſe meut dans l'Eſt ou dans l'Oueſt, en ſorte que $\frac{1}{2}(H+h) = h + \frac{1}{2}(t+C)$, & $\frac{1}{2}(H-h) = \frac{1}{2}(t+C)$. Repréſentons $\frac{1}{2}(H+h)$ ou $h + \frac{1}{2}(t+C)$ par $m$.

On aura

$$\text{ſin. } m = \frac{\text{cof. } \frac{1}{2}(A+a) \text{ ſin. } \frac{1}{2}(A-a)}{\text{cof. } d \text{ cof. } l \text{ ſin. } \frac{1}{2}(t+C)}.$$

Connoiſſant l'angle horaire moyen $m$, on aura auſſi-tôt les angles horaires $H$ & $h$; car on a $H = m + \frac{1}{2}(t + C)$, & $h = m - \frac{1}{2}(t + C)$.

On a ſuppoſé tacitement que les obſervations ſont faites toutes deux avant midi ou toutes deux après; mais ſi l'une eſt faite avant & l'autre après, alors un des angles horaires étant $h$, l'autre $H$ eſt $t - h$, ou $t + C - h$; or il ſuit de-là que $\frac{1}{2}(H + h) = \frac{1}{2}(t + C)$, & $\frac{1}{2}(H - h) = \frac{1}{2}(t + C) - h$, qui eſt alors l'angle horaire moyen $m$. On a encore $H = m + \frac{1}{2}(t + C)$; mais $h = \frac{1}{2}(t + C) - m$.

Soit $EQ$. (*Fig.* 39) la projection orthographique de l'Équateur ſur le plan du méridien $HZPO$, $MN$ celle du parallele du Soleil, $A$ le point correſpondant au point $S$ où le Soleil a été obſervé dans ſa plus grande hauteur. Soient menées $MC$ & $AB$ perpendiculaires ſur $HO$ qui repréſente l'horizon, & $AG$ perpendiculaire ſur $AC$; $MC$ ſera le ſinus de la hauteur méridienne, & $AB$ égale au ſinus de la plus grande hauteur obſervée. Il eſt évident que pour avoir le ſinus $MC$ de la hauteur méridienne, il ne s'agit que de trouver $MG$. Or le triangle $MGA$ rectangle en $G$, donne $MG = MA$. cof. $l$. Mais $MA =$ ſin. verſe $h$ cof. $d$; donc $MG =$ ſin. verſe $h$ cof. $d$ cof. $l = 2$ ſin. $\frac{1}{2}h^2$ cof. $d$ cof. $l$ ou tang. $\frac{1}{2}h$ ſin. $h$ cof. $d$ cof. $l$.

Conſidérant $MG$ comme le ſinus d'un angle que nous déſignerons par $b$, le ſinus de la hauteur méridienne ſera $=$ ſin. $A +$ ſin. $b = 2$ ſin. $\frac{1}{2}(A + b)$ cof. $\frac{1}{2}(A - b)$.

Nous avons employé le plus petit angle horaire & la plus grande hauteur, parce que ce ſont les éléments dont l'erreur a le moins d'influence ſur le réſultat. L'uſage de cette méthode exige qu'une des obſervations ſoit faite le plus près qu'il eſt poſſible du méridien; de plus M. de Mendoza a fait voir que les obſervations faites de part & d'autre du méridien ſont préférables, & que dans ce cas il faut en diminuer l'intervalle; qu'au contraire, quand les obſervations ſont faites du même côté du méridien, il convient d'en augmenter l'intervalle. Enfin, ſuivant M. Maskeline, il faut que les obſervations ſoient faites entre 9 heures du matin & 3 heures du ſoir; que leur intervalle ne ſoit pas moindre que le plus petit angle horaire; & que ſi l'on fait l'une avant midi & l'autre après, on ne doit pas mettre entr'elles un intervalle de plus de 4 heures & demie.

Appliquons la méthode. Le 2 Avril 1787, étant par 40° de longitude eſtimée à l'Oueſt de Paris, on obſerva la hauteur du Soleil à $0^h\ 22'\ 39''$ d'une montre à ſecondes; cette hauteur corrigée ſe trouva de 61° 1'. La latitude eſtimée étoit alors de 33° 13' Nord, & le Soleil avoit été obſervé du côté du pole abaiſſé, qui étoit le pole Sud. Le Soleil fut enſuite obſervé à $3^h\ 10'\ 31''$ de

la montre, & l'on trouva la hauteur corrigée de 37° 6′. Dans l'intervalle des obſervations, le vaiſſeau parcourut 7′ de longitude dans l'Oueſt. On demande la latitude au temps de la premiere obſervation.

On a $A = 61° 1'$, $a = 37° 6'$, $l = 33° 13'$, $d = 5° 3' 15''$, $t = 2^h 47' 52''$, & en degrés, $t = 41° 58'$; retranchant 7′ dont le vaiſſeau avoit avancé dans l'Oueſt, entre les obſervations, on a $t = 41° 51'$, & par conſéquent $\frac{1}{2} t = 20° 55' 30''$; enfin on a $\frac{1}{2}(A + a) = 49° 3' 30''$ & $\frac{1}{2}(A - a) = 11° 57' 30''$.

On a d'abord à calculer l'angle $m$.

| | |
|---|---|
| Log. cof. demi-ſomme des hauteurs 49° 3′ 30″. . . . | 9,816434 |
| Log. ſin. demi-diff. des hauteurs 11° 57′ 30″ . . . . | 9,316390 |
| Compl. arith. log. cof. de la déclin. 5° 3′ 15″. . . . . | 0,001692 |
| Compl. arith. log. cof. de la latitude 33° 13′ 0″. . . | 0,077480 |
| Compl. arith. log. ſin. 20° 55′ 30″. . . . . | 0,447155 |
| Somme . . . . . | 9,659151 |

C'eſt le log. ſinus de $m$, lequel donne $m = 27° 8' 33''$.
Ainſi $h = m - \frac{1}{2} t = 6° 13' 3''$, & $\frac{1}{2} h = 3° 6' 31''$.
Il faut à préſent calculer l'angle $b$.

| | |
|---|---|
| Log. 2. . . . . | 0,301030 |
| 2 log. ſinus 3° 6′ 31″ . . . . . | 7,468452 |
| Log. cof. 5° 3′ 15″. . . . . | 9,998308 |
| Log. cof. 33° 13′. . . . . | 9,922520 |
| Somme . . . . . | 7,690310 |

C'eſt le logarithme ſinus de l'angle $b$, qu'on trouve de 16′ 51″.
Ainſi $\frac{1}{2}(A + b) = 30° 38' 55''$, & $\frac{1}{2}(A - b) = 30° 22' 5''$.
Il eſt maintenant facile d'avoir la hauteur méridienne.

| | |
|---|---|
| Log. 2. . . . . | 0,301030 |
| Log. ſin. 30° 38′ 55″ . . . . . | 9,707376 |
| Log. cof. 30° 22′ 5″. . . . . | 9,935908 |
| Somme . . . . . | 9,944314 |

Cette ſomme eſt le logarithme ſinus de la hauteur méridienne cherchée, qu'on trouve de 61° 36′ 4″. La retranchant de 95° 3′ 15″, diſtance du Soleil au pole Sud, il reſte 33° 27′ 11″ pour la latitude cherchée, laquelle eſt boréale.

On pourra obtenir par cette méthode la latitude d'une maniere bien plus approchée, en recommençant l'opération avec la latitude qu'on a déterminée, ce qui exige peu de travail.

En faiſant le calcul avec la latitude que nous avons déterminée, j'ai trouvé $m = 27° 13' 18''$, $h = 6° 17' 48''$, $b = 17' 14''$, & la hauteur méridienne de 61° 36′ 54″, laquelle retranchée de 95° 3′ 15″, donne 33° 26′ 21″ pour la latitude.

On a obſervé la hauteur du Soleil à $0^h 14' 2''$ & à $4^h 7' 10''$

d'une montre à ſecondes. La premiere obſervation a donné 54° 57′ 51″ pour la hauteur vraie du centre de cet Aſtre, & la ſeconde 19° 45′ 26″. On s'eſtimoit par 14° 56′ de latitude Nord; la déclinaiſon du Soleil étoit de 20° 2′ Sud, & dans l'intervalle des obſervations, le vaiſſeau avoit parcouru 20′ à l'Eſt. On demande la latitude du vaiſſeau.

On a $A = 54° 57' 51''$, $a = 19° 45' 26''$, $d = 20° 2'$, $l = 14° 56'$; l'intervalle entre les obſervations eſt $3^h 53' 8''$, ou en degrés, 58° 17′; ajoutant les 20′ que le vaiſſeau a parcourues dans l'Eſt, on a $t = 58° 37'$, & par conſéquent $\frac{1}{2} t = 29° 18' 30''$.

Faiſant le calcul de l'angle $m$, on le trouve de 32° 47′ 57″; donc $h = m - \frac{1}{2} t = 3° 29' 27''$, & $\frac{1}{2} h = 1° 44' 43''$. Calculant l'angle $b$, on le trouve de 5′ 47″; enfin on trouve la hauteur méridienne de 55° 7′ 57″, & par conſéquent la diſtance au Zenith, de 34° 52′ 3″. Retranchant la déclinaiſon 20° 2′, il reſte 14° 50′ 3″ pour la latitude cherchée. Le Citoyen Borda la trouve de 14° 50′. (*Voyage de la Flore.*)

On peut auſſi déterminer la latitude par l'obſervation des hauteurs de deux Étoiles, faite dans le crépuſcule ou au clair de la Lune, deux obſervateurs obſervant en même temps, ou le même obſervateur obſervant ſucceſſivement les hauteurs des deux Étoiles, mais en faiſant compter ſur une montre à ſecondes l'intervalle entre ſes deux obſervations. On cherche l'aſcenſion droite & la déclinaiſon des deux Étoiles; on retranche l'aſcenſion droite de la plus occidentale de ces Étoiles, de l'aſcenſion droite de la plus orientale, augmentée de 360° s'il eſt néceſſaire, & l'on a l'angle $SPs$ (*Fig.* 38), $S$ & $s$ repréſentant les deux Étoiles, ſi les deux hauteurs ont été priſes en même temps; ſi elles l'ont été ſucceſſivement, on convertit le temps entre les obſervations, conſidéré comme temps ſolaire moyen, en degrés & parties de degré, & on ajoute ce temps ainſi réduit en degrés, à la différence d'aſcenſion droite, ou on l'en retranche, ſuivant que l'Étoile qui a été obſervée la premiere eſt à l'Orient ou à l'Occident de l'autre, & l'on a l'angle $SPs$. Il faut tâcher que l'une des deux Étoiles qu'on choiſit ſoit aſſez voiſine du méridien, & que l'autre ſoit diſtante de celle-là en aſcenſion droite, ſoit à l'Eſt, ſoit à l'Oueſt, de 50°, 60°, &c. juſqu'à 120°.

Connoiſſant l'angle $SPs$, & ayant les diſtances $SP$, $sP$ des deux Étoiles au pole élevé, conclues de leurs déclinaiſons, ſi l'on imagine par $S$ & $s$ un arc de grand cercle $Ss$, on pourra dans le triangle ſphérique $SPs$ calculer le côté $Ss$ & l'angle $PSs$. On calculera enſuite dans le triangle $SZs$, dont on connoît les trois côtés, l'angle $ZSs$, dont retranchant l'angle $PSs$, il reſtera l'angle $ZSP$. Dans le triangle $ZSP$, on connoîtra donc l'angle $ZSP$, & les deux côtés $ZS$ & $PS$; on pourra donc déterminer le

côté *ZP* complément de la latitude du lieu où les deux obſervations auront été faites.

Quand on connoît la déclinaiſon d'un Aſtre, ſa hauteur & l'angle horaire, on peut encore trouver la latitude. Car ſuppoſant l'Aſtre en *S* (*Fig.* 38), on connoît dans le triangle *SPZ* les côtés *ZS*, *SP* & l'angle *ZPS*; on peut donc déterminer l'angle *PZS*, & enſuite le côté *ZP* complément de la latitude.

On trouve encore la latitude par des méthodes qui conſiſtent dans des opérations graphiques, leſquelles donnent des réſultats très-précis. On en eſt redevable au Citoyen Maingon, capitaine de frégate. Elles ſont fondées ſur la théorie & l'uſage d'un quartier de réduction de ſon invention, très-ingénieux. On ne ſauroit trop engager les Navigateurs à ſe mettre au fait de ces méthodes, dont l'application eſt ſimple & facile. Elles ont été publiées à Breſt, en l'an 7, dans un mémoire qui a pour titre : *Inſtruction ſur un nouveau quartier de réduction, & ſur ſon uſage dans différentes méthodes propoſées pour la détermination de la latitude par des hauteurs priſes hors du méridien* (*a*).

(*a*) Dans ce mémoire, le Citoyen Maingon revendique la formule donnée plus haut pour trouver la latitude par une obſervation de la hauteur du Soleil, faite dans le voiſinage du méridien, & ſans doute que ſa réclamation eſt bien fondée; mais ce qui auſſi eſt très-vrai, c'eſt que je n'ai jamais eu connoiſſance de la maniere dont il l'a obtenue, & que je l'ai trouvée d'une maniere qui m'eſt propre, ce qui au reſte étoit très-facile. Elle a donné lieu à un mémoire intéreſſant du Citoyen Leſcan, profeſſeur de mathématiques à Bordeaux, publié en 1788.

CHAPITRE

# CHAPITRE XIV.

## *De la Longitude d'un lieu, & de la maniere de la déterminer à la Mer.*

LA longitude d'un lieu eſt l'arc de l'Équateur, compris entre le premier méridien & le méridien de ce lieu. On prend pour premier méridien tel méridien qu'on veut. En France, on prend pour premier méridien le méridien qui paſſe par l'obſervatoire de Paris, & l'on compte la longitude de part & d'autre depuis 0° juſqu'à 180°, en ſorte qu'il y a longitude orientale & longitude occidentale. Les Anglais prennent pour premier méridien le méridien qui paſſe par leur obſervatoire de Greenwick, qui eſt à 2° 20′ 15″ à l'Occident de Paris.

La différence en longitude entre deux lieux eſt l'arc de l'Équateur compris entre les méridiens de ces lieux.

La longitude & la différence en longitude, au lieu d'être exprimées en parties de l'Équateur, peuvent l'être en parties du temps; car à cauſe que le mouvement diurne eſt uniforme & ſe fait dans le ſens de l'Equateur, le temps que le Soleil met à paſſer d'un méridien à un autre, eſt exactement proportionnel à l'arc de l'Équateur compris entre ces deux méridiens. Ainſi comme le temps ſe compte par-tout depuis le paſſage du Soleil au méridien ou depuis midi, ſi l'on ſait quelle heure on compte au même inſtant ſous chacun de ces méridiens, on aura par la différence de ces heures la poſition de ces méridiens, l'un par rapport à l'autre, en obſervant que celui où l'on compte davantage eſt à l'Orient de celui où l'on compte moins, parce que le mouvement diurne ſe

faiſant de l'Orient à l'Occident, le Soleil paſſe plutôt par le premier que par le ſecond. Pour déterminer la longitude d'un lieu, il ne s'agit donc que de pouvoir déterminer l'heure qu'on compte ſous un méridien dont la poſition eſt connue, lorſqu'on compte une heure quelconque dans ce lieu-là. C'eſt en conſidérant la queſtion ſous ce point de vue, que les Aſtronomes déterminent les longitudes géographiques.

Ils y emploient des phénomènes qui arrivent ſubitement dans le Ciel, tels que les éclipſes du Soleil & de la Lune, les éclipſes des Étoiles par la Lune, les éclipſes des ſatellites de Jupiter. Lorſqu'un de ces phénomènes arrive, ils l'obſervent dans le lieu dont ils veulent avoir la longitude; ils en déterminent l'heure avec exactitude; enſuite ils calculent l'heure qu'on comptoit lorſque le phénomène eſt arrivé, ſous le méridien connu, à l'égard duquel ils veulent connoître la poſition du lieu de l'obſervation.

Si la plupart de ces phénomènes n'étoient pas très-rares, ſi preſque tous n'étoient pas de la plus grande difficulté à obſerver en mer, on pourroit s'en ſervir de même pour déterminer la longitude de l'endroit de la mer où l'on eſt. Mais 1°. les éclipſes du Soleil arrivent très-rarement, & puis on ne peut déduire la longitude du lieu où l'obſervation en a été faite, que par des calculs très-longs & très-compliqués. 2° les éclipſes de la Lune ſont auſſi trés-rares; elles ne peuvent arriver que de ſix mois en ſix mois, & ſouvent il ſe paſſe des années ſans qu'on puiſſe en obſerver une ſeule. 3°. les éclipſes des Étoiles par la Lune ne ſont pas fréquentes, & d'ailleurs pour déduire la longitude, de leur obſervation, on eſt obligé de faire des calculs pareils à ceux qu'exigent les éclipſes du Soleil. 4°. les éclipſes des ſatellites de Jupiter, particulierement celles du premier & du ſecond, dont les mouvements ſont bien connus, fourniſſent à la vérité un moyen très-ſimple, très-commode, très-ſûr de déterminer la longitude, & qui de plus peut être em-

ployé fréquemment; mais pour les obſerver il faut des lunettes qui groſſiſſent 30 à 40 fois, qui par conſéquent rendent le même nombre de fois plus ſenſible le mouvement que l'agitation du vaiſſeau fait attribuer à la vue ſimple, à un Aſtre, en ſorte qu'il eſt impoſſible de bien diſtinguer quand ils viennent à ſortir de l'ombre, ou quand ils y entrent & diſparoiſſent.

Les phénomènes ſubits qui arrivent dans le Ciel, ne pouvant ſervir à déterminer la longitude en mer, on a eu recours aux mouvements de la Lune. Gemma Friſius conçut & enſeigna le premier la maniere de les y faire ſervir. La méthode qu'il imagina, perfectionnée ſucceſſivement par Kepler, Longomontanus, & particulierement par Morin & par divers Aſtronomes qui s'en ſont occupés depuis, conſiſte à meſurer la diſtance apparente de la Lune au Soleil ou à une Etoile, à en déduire la diſtance vraie au moyen des hauteurs des deux Aſtres, priſes au moment de l'obſervation de la diſtance; à chercher enſuite l'heure que l'on comptoit ſous un méridien connu, lorſque les deux Aſtres étoient à la diſtance l'un de l'autre, qu'on a déterminée, & à lui comparer l'heure qu'on comptoit ſur le vaiſſeau au même inſtant ou lors de l'obſervation de la diſtance.

Cette méthode exige beaucoup de perfection dans la théorie des mouvements de la Lune, & une grande préciſion dans la meſure de la diſtance de ce ſatellite au Soleil ou aux Etoiles, avantages dont on a été privé juſqu'à ces derniers temps, en ſorte qu'on a été très-long-temps ſans pouvoir pratiquer cette méthode avec ſuccès Préſentement les mouvements de la Lune ſont ſi bien connus, qu'on peut déterminer ſon lieu dans le Ciel à moins d'une minute près; & l'on poſſede des inſtruments avec leſquels on n'a point à craindre de ſe tromper de plus d'une minute dans la meſure de la diſtance des Aſtres & de leurs hauteurs. Le ſeul inconvénient auquel cette méthode demeure ſujette, c'eſt d'exiger des calculs encore un

peu longs, quoiqu'on ſoit parvenu à les beaucoup diminuer.

Pour que cette méthode fourniſſe les réſultats les plus certains, il faut le concours de trois obſervateurs. Le plus exercé meſurera la diſtance du bord éclairé de la Lune au bord du Soleil, qui en eſt le plus voiſin, ou à l'Étoile, ayant attention d'eſtimer la quantité de déviation du point de contact. En même temps les deux autres obſervateurs meſureront, l'un la hauteur du bord inférieur du Soleil ou celle de l'Étoile, l'autre la hauteur du bord inférieur ou ſupérieur de la Lune, ſans tenir compte de la déviation, parce que de petites erreurs dans les hauteurs n'influent pas ſenſiblement ſur la détermination de la longitude. Ils répéteront ces obſervations ſimultannées cinq à ſix fois, ayant ſoin de ne mettre entr'elles que de petits intervalles de temps, autant que cela ſera poſſible.

Ces meſures priſes, voici la marche qu'il conviendra de ſuivre. On appliquera à chaque diſtance meſurée, la correction qui convient à la déviation; & l'on retranchera la dépreſſion de l'horizon, des hauteurs obſervées.

On réduira les diſtances obſervées à une ſeule diſtance moyenne, en diviſant leur ſomme par le nombre des obſervations. On réduira de même les hauteurs obſervées du bord inférieur du Soleil à une hauteur moyenne; on en fera autant à l'égard des hauteurs du bord de la Lune.

On conclura de la diſtance & des hauteurs moyennes, la diſtance apparente des centres du Soleil & de la Lune, & les hauteurs apparentes de ces centres.

On corrigera ces hauteurs des effets de la réfraction & de la parallaxe, pour avoir les hauteurs vraies.

Au moyen des hauteurs apparentes, des hauteurs vraies & de la diſtance apparente des centres, on cherchera la diſtance vraie des centres.

Avec les tables des diſtances de la Lune au Soleil

& aux Étoiles, contenues dans la *Connoiſſance des temps*, on calculera l'heure qu'on comptoit à Paris au moment où le Soleil & la Lune étoient à la diſtance, l'un de l'autre, qu'on viendra de trouver.

Enfin on calculera au moyen de la hauteur vraie du centre du Soleil, l'heure qu'on comptoit ſur le vaiſſeau au même moment; la différence entre cette heure & celle de Paris, convertie en degrés, à raiſon de 15° par heure, ſera la longitude du vaiſſeau.

Pour éclaircir cette méthode, ſoit l'exemple ſuivant que MM. Borda, Pingré & Verdun ont choiſi dans cette vue. (*Voyage de la Flore.*)

Le 10 Février 1776, à cinq heures environ après midi, étant par une latitude de 10° 20′ Nord, & une longitude eſtimée de 150° environ à l'Oueſt de Paris, trois obſervateurs ont fait les ſix obſervations correſpondantes qui ſuivent.

| Obſervations. | Diſtance de la Lune au Soleil. | Hauteurs priſes, au même inſtant, du Soleil. | de la Lune. |
|---|---|---|---|
| 1ere. . . . . | 108° 9′ 20″ | 7° 0′ 30″ | 53° 50′ 0″ |
| 2me. . . . . | 108 10 15 | 6 43 30 | 54 5 0 |
| 3me. . . . . | 108 10 45 | 6 23 30 | 54 23 0 |
| 4me. . . . . | 108 11 30 | 6 6 0 | 54 39 30 |
| 5me. . . . . | 108 11 40 | 5 45 0 | 54 59 0 |
| 6me. . . . . | 108 12 30 | 5 33 0 | 55 9 30 |

Les obſervateurs étoient élevés de 15 pieds au-deſſus du niveau de la mer, & celui qui meſuroit la diſtance des deux Aſtres, eut l'attention de remarquer à chaque obſervation la quantité de déviation du point de contact, & il eſtima qu'elle étoit de 40′ dans la premiere obſervation, & de 20′, 50′, 30′, 10′ & 45′ dans les autres.

Faiſant une ſomme des ſix diſtances obſervées, & en prenant le ſixieme, on trouve 108° 11′ pour diſtance moyenne; on trouve de même 6° 15′ 15″ pour hauteur moyenne du bord inférieur du Soleil, & 54° 31′ pour hauteur moyenne du bord ſupérieur de la Lune.

On trouvera dans la table des corrections pour la déviation du plan dans lequel on observe le contact, que les corrections qui conviennent à chaque déviation estimée, sont respectivement 39″, 10″, 1′, 22″, 3″ 49″; les ajoutant & divisant la somme par 6, on trouve 31″; les retranchant de 108° 11′, il reste 108° 10′ 29″ pour la distance moyenne observée.

Il faut maintenant conclure la distance apparente des centres & leurs hauteurs apparentes.

Par la supposition, il étoit environ 5 heures du soir à bord du vaisseau lorsqu'on a observé, & le vaisseau étoit par estime à 150° à l'Ouest de Paris; il étoit donc à-peu-près 15$^{h}$ à Paris lors de l'observation. Il faut chercher dans la *Connoissance des temps* le demi-diamètre horizontal de la Lune pour le 10 Février 1776 à 15$^{h}$, & l'on trouve 15′ 7″; on cherche aussi le demi-diamètre du Soleil pour le même jour, & on le trouve de 16′ 15″; ajoutant ces deux demi-diamètres à la distance des bords 108° 10′ 29″, & en outre 12″ pour l'augmentation du demi-diamètre de la Lune, à 54° de hauteur, on aura 108° 42′ 32″ pour la distance apparente des centres.

Pour avoir les hauteurs apparentes des centres du Soleil & de la Lune, on retranchera d'abord des hauteurs moyennes des bords de ces deux Astres, la dépression de l'horizon, 3′ 56″; ensuite on ajoutera le demi-diamètre du Soleil à la hauteur de son bord inférieur, & l'on trouvera la hauteur apparente de son centre, de 6° 24′ 34″, ou simplément de 6° 27′ 30″; on retranchera le demi-diamètre de la Lune de la hauteur de son bord supérieur, & l'on aura la hauteur apparente de son centre, de 54° 11′ 57″, ou de 54° 12′.

On a négligé l'augmentation du demi-diamètre de la Lune, dans le calcul de la hauteur de son centre, parce que de petites différences dans les hauteurs observées n'influent pas sensiblement sur la réduction de la distance. C'est par la même raison qu'on a réduit

les hauteurs des centres, pour la ſeule commodité du calcul, à 6° 27′ 30″, & à 54° 12′.

Il faut préſentement réduire les hauteurs apparentes des centres en hauteurs vraies.

Pour avoir celle du centre du Soleil, on retranchera de ſa hauteur apparente la réfraction 7′ 42″, qui convient à cette hauteur, & on lui ajoutera la parallaxe du Soleil 8″; on aura la hauteur vraie du centre de cet Aſtre, de 6° 19′ 57″.

Pour avoir la hauteur du centre de la Lune, on retranchera d'abord de ſa hauteur apparente la réfraction 39″, qui convient à cette hauteur; enſuite on cherchera dans la *Connoiſſance des temps* la parallaxe horizontale de la Lune, pour le 10 Février 1776 à 15ʰ; on trouvera 55′ 19″, qu'on multipliera par le coſinus de la hauteur apparente, 54° 12′, & l'on aura 32′ 21″ pour la parallaxe de hauteur; l'ajoutant à la hauteur déjà corrigée de la réfraction, on aura la hauteur vraie du centre de la Lune, de 54° 43′ 42″.

Ayant la diſtance apparente des centres, leurs hauteurs apparentes & leurs hauteurs vraies, on peut dépouiller la diſtance apparente des centres des effets de la réfraction & de la parallaxe, & la convertir en diſtance vraie. Voici, pour y parvenir, une méthode qu'on doit au Citoyen Borda, parfaitement exacte & auſſi expéditive que la nature du ſujet le permet.

On prendra les compléments arithmétiques des logarithmes coſinus de la hauteur apparente du Soleil & de la hauteur apparente de la Lune; le logarithme coſinus de la moitié de la ſomme de ces deux hauteurs & de la diſtance apparente, le logarithme coſinus de la différence de cette demi-ſomme & de la diſtance apparente, les logarithmes coſinus des hauteurs vraies du Soleil & de la Lune; on fera une ſomme de ces ſix logarithmes, de la moitié de laquelle on retranchera le logarithme coſinus de la moitié de la ſomme des hauteurs vraies; le reſte ſera le gogarithme ſinus

d'un angle qu'on cherchera dans les tables. On prendra le logarithme cosinus de cet angle, auquel on ajoutera le logarithme cosinus de la moitié de la somme des hauteurs vraies, & on aura le logarithme sinus de la moitié de la distance vraie des centres du Soleil & de la Lune. Voici le calcul.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Dist. app. du Sol. & de la Lune. | 108° | 41′ | 49″ | | |
| Haut. app. du Sol . . . . . | 6 | 27 | 30 | comp. ar. log. cos. | 0,002765 |
| Haut. app. de la Lune. . . . . | 54 | 12 | 0 | comp. ar. log. cos. | 0,232876 |
| Somme. . . . . | 169 | 21 | 19 | | |
| Demi-somme . . . . . | 84 | 40 | 40 | log. cos. . . . . | 8,967346 |
| Diff. de la demi-som. & de la dis. . | 24 | 1 | 9 | log. cos. . . . . | 9,960065 |
| Haut. vraie du Soleil. . . . . | 6 | 19 | 57 | log. cos. . . . . | 9,997342 |
| Haut. vr. de la Lune . . . . . | 54 | 43 | 42 | log. cos. . . . . | 9,761517 |
| Somme des haut. vr. . . . . | 61 | 3 | 39 | | |
| | | | | Somme . . | 38,922511 |
| | | | | Demi-somme . | 19,461255 |
| Demi-som. des haut. vr. . . . . | 30 | 31 | 50 | log. cos. . . . . — | 9,935184 |
| | | | | Différ . . . | 9,526071 |

Cette diff. est le log. sin. de 19° 37′ 15″, dont log. cos. . . . . 9,974019
Somme des deux der. log. cos . . . . . 9,909203
C'est le logarithme sinus de la demi-distance vraie 54° 13′ 33″
Donc distance vraie . . . . . 108° 27′ 6″.

Ayant la distance vraie, il faut chercher quelle heure on comptoit à Paris lorsque le Soleil & la Lune étoient à cette distance. On cherchera dans le livre de la *Connoissance des temps*, au 10 Février, deux distances de la Lune au Soleil, entre lesquelles soit comprise celle qu'on vient de déterminer; on trouvera que ces deux distances sont 108° 37′ & 107° 12′ 12″, dont la premiere avoit lieu à 15ʰ 9′ 16″., & la seconde à 18ʰ 9′ 16″. On prendra la différence 1° 24′ 48″ entre ces deux distances, & la différence 9′ 54″ entre la premiere de ces deux distances & la distance déterminée 108° 27′ 6″; & l'on fera cette proportion : la premiere différence est à la seconde, comme 3ʰ sont à un quatrieme terme qu'on trouvera de 21′ 1″, qu'on ajoutera à l'heure de la premiere distance 15ʰ 9′ 16″, & l'on aura 15ʰ 30′ 17″ pour l'heure qu'on comptoit à Paris lors de l'observation.

Il ne reste plus qu'à calculer l'heure qu'on comptoit au même moment sur le vaisseau. On cherchera

dans la *Connoiſſance des temps* la déclinaiſon du Soleil pour $15^h\ 30'$ ; on la trouvera de $14°\ 9'\ 57''$ auſtrale ; on calculera l'angle horaire au moyen d'un triangle ſphérique dont les côtés ſont la déclinaiſon du Soleil augmentée de 90°, le complément de la latitude 10° 20', & le complément de la hauteur du Soleil 6° 20' ; on trouvera cet angle de $80°\ 41'\ 46''$ ; le multipliant par 4 pour le convertir en temps, prenant les degrés pour des minutes, les minutes pour des ſecondes, &c. on aura $5^h\ 22'\ 47''$ pour l'heure qu'on comptoit ſur le vaiſſeau lors de l'obſervation. Prenant la différence entre cette heure & l'heure pour Paris, $15^h\ 30'\ 17''$, il reſte $10^h\ 7'\ 30''$, qui, converties en degrés, donnent $151°\ 52'\ 30''$ pour la longitude du vaiſſeau.

On déduit la longitude de l'obſervation de la diſtance de la Lune à une Étoile, en ſuivant le même procédé, à l'exception de la maniere de calculer l'heure du vaiſſeau. Pour remplir ce dernier objet, ſi l'Etoile dont on prend la diſtance à la Lune, eſt ſituée de maniere qu'on puiſſe obtenir ſa hauteur avec aſſez d'exactitude, on en prendra la hauteur avec toute la préciſion poſſible, ſinon on prendra celle d'une Etoile ſituée plus favorablement. On prendra, ſoit dans la *Connoiſſance des temps*, ſoit dans un catalogue d'Etoiles, ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon ; on calculera ſon paſſage au méridien ; on cherchera enſuite ſon angle horaire ; on le convertira en temps, à raiſon d'une heure pour $15°\ 2'\ 28''$ ; on ajoutera ce temps à l'heure du paſſage au méridien, ou on l'en retranchera, ſelon que l'Etoile ſera à l'Oueſt ou à l'Eſt du méridien, la ſomme ou la différence ſera l'heure vraie du vaiſſeau.

Quoiqu'on puiſſe déterminer avec ſuccès la longitude au moyen des diſtances de la Lune aux Etoiles, il ne faut pas ſe flatter de réuſſir auſſi parfaitement que lorſqu'on emploie les diſtances de la Lune au Soleil. Cette différence vient de la difficulté qu'il y a quelquefois à bien diſtinguer, de nuit, l'horizon de

la mer, même lorſqu'il paroît ſuffiſamment éclairé par la Lune.

Comme la préciſion avec laquelle on obtient la longitude dépend en partie de celle avec laquelle on détermine l'heure du vaiſſeau, il faut que le Soleil ou l'Etoile ne ſoient ni trop bas ni trop voiſins du méridien, parce que dans les deux cas, la hauteur de l'Aſtre ne peut qu'être incertaine. Il faudra, autant que les circonſtances le permettront, ſaiſir l'Aſtre dans le voiſinage du premier vertical, afin que l'erreur commiſe ſur la latitude, influe peu ſur l'angle horaire; car on ſait que, lorſque l'Aſtre eſt dans le premier vertical, l'erreur dont il s'agit n'influe point, ou très-peu, ſur cet angle. On ſera donc d'autant plus ſûr de l'heure du vaiſſeau, que l'Aſtre obſervé ſera plus près du premier vertical.

Si l'horizon eſt trop mal terminé, ou s'il eſt impoſſible de l'appercevoir bien diſtinctement, comme lorſqu'on obſerve de nuit, alors on ne peut compter ſur les hauteurs obſervées, & l'on n'a d'autre parti à prendre que de calculer les hauteurs que les deux Aſtres devoient avoir au moment où l'on a obſervé leur diſtance. Ce calcul ſe fait à l'aide d'un triangle ſphérique dans lequel on a l'angle horaire que fait connoître une montre bien réglée, les deux côtés qui le comprennent, ſavoir, la diſtance de l'Aſtre au pole, & le complément de la latitude; en ſorte qu'on peut calculer le troiſieme côté, qui eſt le complément de la hauteur vraie.

Comme il faut avoir les hauteurs apparentes, on obſervera que, pour la Lune, il faut d'abord retrancher de ſa hauteur vraie la parallaxe qui lui convient, chercher enſuite la parallaxe qui convient à la hauteur qu'on a, après la ſouſtraction faite, & retrancher cette parallaxe moins la réfraction, de la hauteur vraie.

Un ſeul obſervateur pourra auſſi déterminer avec ſuccès la longitude, par des diſtances de la Lune au

Soleil ou aux Etoiles, pourvu qu'il ſoit muni d'une bonne montre à ſecondes pour marquer les inſtants des obſervations. Voici ce qu'il aura à faire : il obſervera d'abord trois ou quatre hauteurs du Soleil ou de l'Etoile, puis trois ou quatre hauteurs de la Lune, enſuite cinq ou ſix diſtances de la Lune au Soleil ou à l'Etoile ; il prendra après encore trois ou quatre hauteurs du Soleil ou de l'Etoile, & trois ou quatre hauteurs de la Lune ; le tout formera cinq ſuites d'obſervations. Il prendra pour chaque ſuite une hauteur ou une diſtance moyenne, & pareillement une heure moyenne entre celles qui auront été marquées par la montre ; ainſi le tout ſe réduira à deux hauteurs de la Lune, à deux du Soleil ou de l'Etoile, & à une diſtance de la Lune au Soleil ou à l'Etoile. Des deux hauteurs de la Lune on conclura, proportionnellement au temps, celle qu'elle devoit avoir à l'inſtant de l'obſervation moyenne de la diſtance ; on fera la même opération par rapport aux deux hauteurs du Soleil ou de l'Etoile. On aura donc la hauteur de la Lune, ſa diſtance au Soleil ou à l'Etoile, & la hauteur du Soleil ou de l'Etoile, pour le même inſtant de l'obſervation moyenne, dont on fera le même uſage que ci-deſſus.

Quoiqu'il ſoit aiſé de trouver la hauteur que doit avoir ſoit la Lune, ſoit le Soleil, au moment de l'obſervation moyenne de la diſtance, peut-être convient-il d'en indiquer le procédé. On prendra pour un même Aſtre la différence de ſes deux hauteurs & celle des deux heures correſpondantes ; on prendra auſſi la différence entre l'heure de la premiere hauteur & l'heure de la diſtance moyenne ; enſuite on fera cette proportion : la différence entre les heures des hauteurs de l'Aſtre eſt à la différence de ces deux hauteurs, comme la différence entre l'heure de la premiere hauteur & l'heure de la diſtance moyenne eſt à un quatrieme terme qu'on ajoutera à la premiere hauteur, ou qu'on en retranchera ſui-

vant que la hauteur de l'Aſtre ira en augmentant ou en diminuant; & l'on aura la hauteur de l'Aſtre pour le temps de la diſtance moyenne.

Pour qu'on n'éprouve point de difficulté dans l'application des préceptes que nous venons de donner, nous allons faire voir par un exemple qui nous eſt fourni par le Citoyen Borda, comment un obſervateur rend ſes obſervations ſuſceptibles de lui donner ſa longitude.

Le 26 Avril 1787, étant par 16° 10′ de latitude Nord, & par 27° de longitude eſtimée à l'Oueſt de Paris, un obſervateur a fait, avec le cercle de réflexion, les obſervations ſuivantes des diſtances du Soleil à la Lune, & des hauteurs de ces deux Aſtres, en marquant l'heure d'une montre à ſecondes à l'inſtant de chaque obſervation.

| | Heures des obſervations. | | | Angles donnés par le cercle de réflexion. | |
|---|---|---|---|---|---|
| Premieres obſervations du bord inf. du Soleil. | 4h | 58′ | 3″ | .. 39° | 52′ |
| | 4 | 58 | 48 | | |
| Premieres obſervations du bord inf. de la Lune. | 4 | 59 | 40 | ... 86 | 45 |
| | 5 | 0 | 15 | | |
| Obſervations des diſtan. | 5 | 1 | 20 | .. 696 | 53 |
| | 5 | 2 | 1 | | |
| | 5 | 2 | 59 | | |
| | 5 | 4 | 15 | | |
| | 5 | 5 | 21 | | |
| | 5 | 6 | 12 | | |
| Secondes obſervations du bord inf. du Soleil. | 5 | 7 | 25 | ... 35 | 26 |
| | 5 | 8 | 5 | | |
| Secondes obſervations du bord inf. de la Lune. | 5 | 8 | 59 | ... 91 | 13 |
| | 5 | 9 | 45 | | |

Il s'agit de conclure de ces obſervations, la longitude du vaiſſeau.

Il faut prendre d'abord la moitié de la ſomme des heures des deux premieres hauteurs du Soleil & la

moitié de l'angle total des deux hauteurs, donné par le cercle de réflexion; faire la même choſe pour les deux premieres hauteurs de la Lune, & enſuite pour les ſecondes hauteurs du Soleil & les ſecondes hauteurs de la Lune; puis prendre le ſixieme de la ſomme des heures auxquelles on a obſervé les diſtances, & le ſixieme de l'angle total de ces diſtances, donné par le cercle de réflexion. Alors toutes les obſervations ſeront réduites aux cinq ſuivantes.

| | | |
|---|---|---|
| Premiere hauteur du Soleil | 19° 56′ 0″ | 4ʰ 58′ 25″ |
| Premiere hauteur de la Lune | 43 22 30 | 4 59 58 |
| Diſtance du Soleil à la Lune | 116 8 50 | 5 3 41 |
| Seconde hauteur du Soleil | 17 43 0 | 5 7 45 |
| Seconde hauteur de la Lune | 45 36 30 | 5 9 22 |

Il faut maintenant réduire la hauteur de chaque Aſtre à l'heure de la diſtance moyenne.

On réduira la hauteur du Soleil en faiſant cette proportion : 9′ 20″ différence entre l'heure de la premiere hauteur du Soleil & l'heure de la ſeconde, eſt à 2° 13′ différence entre ces deux hauteurs, comme 5′ 16″ différence entre l'heure de la premiere hauteur & l'heure de la diſtance moyenne, eſt à un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 1° 15′ qu'on retranchera de la premiere hauteur du Soleil, 19° 56′, parce que la hauteur du Soleil a été en diminuant, & l'on aura 18° 41′ pour la hauteur de cet Aſtre, à l'heure de la diſtance moyenne.

On réduira la hauteur de la Lune par la proportion ſuivante, à laquelle on parviendra de même; 9′ 24″ : 2° 14′ :: 3′ 43″ eſt à un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 52′ 58″, qu'on ajoutera à la premiere hauteur de la Lune 43° 22′ 30″, parce que la hauteur de la Lune a été en augmentant, & l'on aura 44° 15′ 28″ pour la hauteur de la Lune, à l'heure de la diſtance moyenne.

Ayant la hauteur du bord inférieur du Soleil & celle du bord inférieur de la Lune pour l'heure de

la diſtance moyenne, on pourra avec cette diſtance procéder au calcul, comme on l'a fait dans l'exemple précédent.

Toutes les opérations que nous avons vu qu'il faut faire pour déduire la longitude des obſervations, ſont évidentes, à la réſerve du procédé que nous avons preſcrit de ſuivre, d'après le Citoyen Borda, pour réduire la diſtance apparente en diſtance vraie, qui a beſoin d'être démontré. Nous en donnerons la démonſtration ci-deſſous.

On doit au Citoyen Maingon, capitaine de frégate, une carte trigonométrique qu'il a conſtruite d'après une formule qui lui eſt propre, au moyen de laquelle on réduit la diſtance apparente en diſtance vraie, avec une préciſion preſqu'égale à celle du calcul le plus rigoureux. Jamais on n'eût cru les méthodes graphiques ſuſceptibles de donner un ſi haut degré d'approximation, quoique les cartes de Margetts nous euſſent appris à tout attendre du génie, dans ce genre-là comme dans les autres : avec cette carte on peut ſe paſſer de toutes les tables & de toutes les cartes publiées en Angleterre pour la réduction de la diſtance. L'uſage de cette carte n'eſt pas même borné à réſoudre ce problême, il s'étend encore à la réſolution de grand nombre d'autres queſtions du pilotage Si cette carte ne diſpenſe pas d'employer les méthodes de calcul, comme le Citoyen Maingon paroît le penſer, au moins eſt-il certain qu'elle eſt d'un excellent uſage pour vérifier des calculs déjà faits & leur ſervir de contrôle. On ne peut trop en recommander l'uſage aux Marins.

On a employé auſſi les moyens mécaniques pour la réduction dont il s'agit. Le Citoyen Leguin a inventé un compas à quatre branches, fort ingénieux, au moyen duquel on l'obtient avec une exactitude très-ſuffiſante ; le Citoyen Borda a beaucoup perfectionné la maniere de s'en ſervir, & cependant l'uſage ne s'en eſt point introduit parmi les Marins, malgré

les efforts qu'on a faits pour le répandre. Plus inſtruits, ils ſauront peut-être un jour l'apprécier.

Depuis & aſſez récemment, le Citoyen Richer, habile artiſte de Paris, a inventé auſſi un compas pour réſoudre mécaniquement le problême de la réduction, dont la conſtruction eſt fondée ſur une ſavante méthode du Citoyen la Grange, pour réduire la réſolution des triangle ſphériques à celle des triangles rectilignes. Mais outre que cet inſtrument n'a pas toute la ſimplicité qu'on pourroit déſirer, & qu'il eſt d'une conſtruction difficile, il n'eſt rien moins qu'aiſé d'en faire uſage. Il exige beaucoup d'adreſſe, d'intelligence & d'habitude. On peut voir la deſcription de cet inſtrument & la maniere de s'en ſervir dans un ouvrage du Citoyen Callet, qui a pour titre : *Supplément à la Trigonométrie ſphérique & à la Navigation de Bézout.*

---

Après avoir fait mention des efforts qu'on a faits dans ces derniers temps pour réſoudre le problême de la réduction, nous allons paſſer à la démonſtration de la méthode du Citoyen Borda, employée ci-deſſus.

Soit $Z$ le Zenith (*Fig.* 40), $L$ la poſition apparente de la Lune, $L'$ ſa poſition vraie, $S$ la poſition apparente du Soleil ou de l'Étoile, $S'$ ſa poſition vraie. Soient $a$ la hauteur du point $L$, $a'$ celle du point $L'$, $b$ la hauteur du point $S$, $b'$ celle du point $S'$, $D$ la diſtance apparente $LS$, & $x$ la diſtance réduite cherchée $L'S'$.

Le triangle ſphérique $L'ZS'$ donne

$$\text{cof. } x = \text{cof. } a' \text{ cof. } b' \text{ cof. } Z + \text{ſin. } a' \text{ ſin. } b'.$$

Le triangle $LZS$ donne $\text{cof. } Z = \dfrac{\text{cof. } D - \text{ſin. } a \text{ ſin. } b}{\text{cof. } a \text{ cof. } b}$.

Subſtituant cette valeur de cof. $Z$, on aura

$$\text{cof. } x = \frac{\text{cof. } D \text{ cof. } a' \text{ cof. } b' - \text{ſin } a \text{ ſin. } b \text{ cof. } a' \text{ cof. } b'}{\text{cof. } a \text{ cof. } b} + \text{ſin. } a' \text{ ſin. } b' ; \qquad (M)$$

ou, à cauſe que $\text{ſin. } a \text{ ſin. } b = \text{cof. } a \text{ cof. } b - \text{cof. } (a + b)$,

$$\text{cof. } x = \frac{(\text{cof. } D + \text{cof. } (a + b)) \text{ cof. } a' \text{ cof. } b'}{\text{cof. } a \text{ cof. } b} - \text{cof. } a' \text{ cof. } b' + \text{ſin. } a' \text{ ſin. } b' ; \qquad (N)$$

ou, parce que l'on a cof. $D$ + cof. $(a+b) = 2$ cof. $\frac{1}{2}(a+b+D)$ cof. $\frac{1}{2}(a+b-D) = 2$ cof. $\frac{1}{2}s$ cof. $(\frac{1}{2}s-D)$, en faiſant $a+b+D=s$, $-$ cof. $a'$ cof. $b'$ + ſin. $a'$ ſin. $b' = -$ cof. $(a'+b') = 1-2$ cof. $\frac{1}{2}(a'+b')^2$, & cof. $x = 1-2$ ſin. $\frac{1}{2}x^2$,

$$\text{ſin. } \tfrac{1}{2}x^2 = \text{cof. } \tfrac{1}{2}(a'+b')^2 - \frac{\text{cof. } \frac{1}{2}s \text{ cof. } (\frac{1}{2}s-D) \text{ cof. } a' \text{ cof. } b'}{\text{cof. } a \text{ cof. } b}.$$

$$\text{Soit } \frac{\sqrt{\frac{\text{cof. } \frac{1}{2}s \text{ cof. } (\frac{1}{2}s-D) \text{ cof. } a' \text{ cof. } b'}{\text{cof. } a \text{ cof. } b}}}{\text{cof. } \frac{1}{2}(a'+b')} = \text{ſin. } A,$$

l'équation déviendra

ſin. $\frac{1}{2}x^2 =$ cof. $\frac{1}{2}(a'+b')^2$ cof. $A^2$;

& enfin, en extrayant la racine, on aura

ſin. $\frac{1}{2}x =$ cof. $\frac{1}{2}(a'+b')$ cof. $A$.

On reproche à la méthode que nous venons de démontrer, qu'il y a un cas où elle eſt en défaut; c'eſt celui où la ſomme des hauteurs des deux Aſtres & de leur diſtance apparente, ſurpaſſeroit 180°, parce qu'alors le coſinus de la moitié de cette ſomme étant néceſſairement négatif, rend imaginaire la racine carrée qu'on a à extraire pour obtenir l'angle ſubſidiaire. Mais un tel cas eſt impoſſible; car loin que cette ſomme puiſſe ſurpaſſer 180°, elle ne peut jamais être de cette quantité, parce que la ſomme des deux hauteurs apparentes & celle des deux diſtances apparentes au Zenith, ne formant que 180°, la diſtance apparente qui eſt néceſſairement plus petite que la ſomme des diſtances apparentes au Zenith, ne peut former avec la ſomme des hauteurs apparentes, qu'une ſomme plus petite que 180°. Mais il pourroit arriver, dira-t-on, qu'elle s'élevât au-deſſus, parce que les obſervations auroient été faites dans des temps défavorables, ou l'horizon étant mal terminé, ou avec des inſtruments médiocres, ou par des obſervateurs peu exercés, &c.; tout ce qu'on en pourroit conclure, c'eſt que des obſervations pareilles doivent être rejetées, & que le cas où cela arriveroit eſt un cas extrême qu'il faut éviter.

Au reſte, ſi ſe trouvant dans ce cas-là, on étoit obligé d'employer des obſervations auſſi défectueuſes, on pourroit ſe ſervir de la formule ſuivante, qui eſt due au Citoyen Rome, profeſſeur de mathématiques à Rochefort.

Mettons l'Equation $(M)$ trouvée ci-deſſus, ſous cette forme;

$$\text{cof. } x = \frac{(\text{cof. } D - \text{ſin. } a \text{ ſin } b - \text{cof. } a \text{ cof. } b) \text{ cof. } a' \text{ cof. } b'}{\text{cof. } a \text{ cof. } b}$$

$$+ \text{ſin. } a' \text{ ſin. } b' + \text{cof. } a' \text{ cof. } b';$$

ou $\text{cos.}\, x = \frac{(\text{cos.}\, D - \text{cos.}\,(a-b))\,\text{cos.}\, a'\,\text{cos.}\, b'}{\text{cos.}\, a\,\text{cos.}\, b} + \text{cos.}\,(a'-b')$.

Or $\text{cos.}\, D - \text{cos.}\,(a-b) = 2\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}(a+D-b)\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}(a-D-b)$
$= -2\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}(a+D-b)\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}(b+D-a)$,
on aura donc

$$\text{cos.}\, x = \text{cos.}\,(a'-b') - \frac{2\,\text{sin.}\,(\frac{1}{2}s-a)\,\text{sin.}\,(\frac{1}{2}s-b)\,\text{cos.}\, a'\,\text{cos.}\, b'}{\text{cos.}\, a\,\text{cos.}\, b},$$

en ſuppoſant $a+b+D=s$.

Soit $\frac{2\,\text{sin.}\,(\frac{1}{2}s-a)\,(\text{sin.}\,(\frac{1}{2}s-b))\,\text{cos.}\, a'\text{cos.}\, b'}{\text{cos.}\, a\,\text{cos.}\, b} = \text{tang.}\, B$, &
$\text{cos.}\,(a'-b') = \text{tang.}\, A$, on aura

$$\text{cos.}\, x = \text{tang.}\, A - \text{tang.}\, B = \frac{\text{sin.}\,(A-B)}{\text{cos.}\, A\,\text{cos.}\, B}.$$

Si $A$ eſt plus grand que $B$, l'arc $x$ donne la diſtance vraie; & c'eſt ſon ſupplément qui la donne, ſi $A$ eſt plus petit que $B$. *

Faiſons dans l'équation $(N)$, comme Mendoza;

$\frac{\text{cos.}\, a'\,\text{cos.}\, b'}{2\,\text{cos.}\, a\,\text{cos.}\, b} = h$, on aura

$\text{cos.}\, x = 2\,\text{cos.}\, D\,\text{cos.}\, h + 2\,\text{cos.}\,(a+b)\,\text{cos.}\, h - \text{cos.}\,(a'+b')$;
ou $\text{cos.}\, x = \text{cos.}\,(D+h) + \text{cos.}\,(D-h) + \text{cos.}\,(a+b+h) +$
$\text{cos.}\,(a+b-h) - \text{cos.}\,(a'+b')$,
ou $1 - \text{sin. v.}\, x = 1 - \text{sin. v.}\,(D+h) + 1 - \text{sin. v.}\,(D-h)$
$+ 1 - \text{sin. v.}\,(a+b+h) + 1 - \text{sin. v.}\,(a+b-h)$
$+ 1 - \text{ſuſin. v.}\,(a'+b')$, en appelant, comme Mendoza, ſuſinus verſe d'un angle, le ſinus verſe de ſon ſupplément, & obſervant que $-\text{cos.}\,(a'+b') = 1 - \text{ſuſin. v.}\,(a'+b')$; donc déſignant le rayon par $R$,
on aura
$\text{ſin. v.}\, x = \text{ſin. v.}\,(D+h) + \text{ſin. v.}\,(D-h) + \text{ſin. v.}$
$(a+b+h) + \text{ſin. v.}\,(a+b-h) + \text{ſuſin. v.}\,(a'+b') - 4R$;
formule que Mendoza donne pour réduire la diſtance apparente en diſtance vraie. Cette formule exige pour être expéditive & commode, qu'on ait une table des angles auxiliaires $h$. Mendoza en a donné une dans la Connoiſſance des temps de l'an V. Depuis il en a conſtruit une autre plus étendue, où on les trouvera ſans être obligé de prendre des parties proportionnelles. Il a fait plus, il a conſtruit une table qui donne, pour chaque angle

* On trouvera un grand nombre d'autres formules pour la réduction de la diſtance dans un très-beau mémoire du Citoyen l'Evêque, imprimé dans la Connoiſſance des temps de l'an VI, & dans l'ouvrage du Citoyen Callet, cité ci deſſus. Le Citoyen Delambre en a trouvé douze, dont M. Cagnoli donne une à la fin de ſon traité de Trigonométrie.

auxiliaire & un autre angle quelconque, la ſomme des ſinus verſes de leur ſomme & de leur différence. On évitera alors, dit-il, les additions & les ſouſtractions qu'il faut faire avec l'angle auxiliaire ; & les opérations préliminaires ſe borneront à la ſomme des hauteurs vraies & à celle des hauteurs apparentes : la ſimple ſomme de trois quantités donnera le ſinus verſe de la diſtance vraie. Il donne dans la Connoiſſance des temps précitée, l'exemple ſuivant de ſa méthode, ainſi ſimplifiée & réduite à ſes moindres termes.

Soit la diſtance apparente de la Lune au Soleil, de 63° 9′ 9″, la hauteur apparente de la Lune, de 68° 40′ 29″, ſa parallaxe horizontale, de 55′ 7″, & la hauteur apparente du Soleil, de 13° 35′ 26″.

| | | Réfr. & par. | |
|---|---|---|---|
| Haut. app. de la Lune. | 68° 40′ 19″ | + 19′ 41″ | + 15′ 57″. |
| Haut. app. du Soleil. . | 13 35 26 | — 3 44 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Angle auxil. 28′ 33″ | Somme des haut. app. | 82 15 55 | N . . . . . 4867356 |
| | Diſtance app. . . . . | 63 9 9 | N . . . . . 4554894 |
| | Som. des haut. vraies. . | 82 31 52 | ſuſin. v. . 1129987 |
| | Diſtance vraie. . . | 63° 23′ 59″ | ſin. v. . .1)0552237 |

Puiſque pour déterminer la longitude il ne s'agit que d'avoir l'heure qu'on compte ſous un méridien connu, & de lui comparer l'heure du vaiſſeau, il eſt évident qu'une montre ou horloge, dont le mouvement ſeroit parfaitement uniforme & le conſerveroit tel, malgré l'agitation du vaiſſeau, les différentes températures auxquelles elle ſeroit expoſée, &c., rempliroit complétement cet objet : il ne s'agiroit que de la mettre à l'heure du Port d'où l'on partiroit ; comme elle marqueroit conſtamment l'heure qu'on y compte, on n'auroit qu'à comparer, toutes les fois qu'on le voudroit, l'heure du vaiſſeau à celle qu'elle marqueroit au même inſtant ; la différence convertie en degrés, à raiſon de 15° par heure, donneroit la différence en longitude entre le port d'où l'on ſeroit parti & l'endroit de la mer où l'on ſe trouveroit.

Comme une pareille horloge eſt peut-être la choſe impoſſible, on s'eſt borné à ſouhaiter que les artiſtes puſſent en conſtruire, dont les irrégularités de la marche fuſſent aſſez petites pour donner l'heure à moins de quatre minutes de temps en deux mois, erreur qni en produiroit une d'un degré en longitude. Les vœux des Navigateurs ont été remplis à cet égard par MM. Harriſſon, Arnold, Kendal, le Roy & Berthould, qui même ont obtenu un degré de préciſion plus grand que celui qu'ils déſiroient. Deux horloges marines du Citoyen Berthould, embarquées ſur la frégate l'Iris, commandée par le Citoyen Fleurieu, ſoumiſes

à ſon examen & à celui du Citoyen Pingré de l'ci-devant Académie des ſciences, n'ont pas eu un écart de deux minutes dans des traverſées de ſix ſemaines, & ont par conſéquent paſſé de beaucoup les eſpérances de leur célèbre auteur, qui ne leur croyoit que la régularité néceſſaire pour que les écarts n'excédaſſent pas quatre minutes en deux mois.

Dans une horloge de ce ſavant Artiſte & deux du Citoyen le Roy, ſoumiſes à un examen ſemblable des Citoyens Borda, Pingré & Verdun, ſur la frégate la Flore, qui partagerent le temps entier de leur voyage en eſpaces de ſix ſemaines, l'erreur s'eſt toujours trouvée beaucoup au-deſſous de trois minutes, & la préciſion par conſéquent beaucoup plus grande qu'on ne l'avoit exigé & que ne l'avoient promis leurs auteurs. Ainſi on voit que l'art de l'horloger a beaucoup fait pour l'objet qui nous occupe, & qu'on doit beaucoup aux hommes de génie qui l'ont perfectionné au point de pouvoir fournir aux Navigateurs un moyen auſſi commode de déterminer leur longitude. Cependant il ne faut pas ſe diſſimuler que, quel que ſoit le degré de préciſion qu'ont déjà ces machines, quel que ſoit celui où le génie des Artiſtes les éleve, la prudence veut qu'on ne leur donne jamais une confiance entiere, ſur-tout dans les longues traverſées, & qu'on ait recours aux obſervations le plus ſouvent qu'il ſera poſſible, pour en vérifier la marche.

L'importance du ſujet exige que nous nous arrêtions quelque temps à le conſidérer, en expoſant avec l'étendue convenable la marche qu'il convient de ſuivre pour faire ſervir avec avantage les horloges marines à la détermination de la longitude. Tout ce que nous allons dire eſt extrait de la relation du voyage ſur la frégate la Flore, par les Citoyens Borda, Pingré & Verdun, qui, conjointement avec le Citoyen Fleurieu, ſont les oracles en cette matiere.

L'uſage qu'on fait des horloges marines exigeant qu'on les compare aux obſervations, nous devons commencer par faire remarquer que, comme elles ne peuvent ſuivre que le temps moyen, il faut, pour les comparer aux obſervations, réduire le temps vrai que les obſervations font connoître, en temps moyen.

Avant le départ il y a deux choſes à faire, c'eſt de vérifier l'état & la marche de l'horloge marine.

Pour s'aſſurer de l'état d'une horloge marine, c'eſt-à-dire, pour découvrir la quantité de minutes & de ſecondes dont elle avance ou retarde ſur le temps moyen du Port d'où l'on part, ou mieux encore ſur le temps moyen du méridien de Paris, d'où l'on commence à compter la longitude, la méthode des hauteurs correſpondantes priſes avec un bon quart de cercle, eſt certainement la meilleure qu'on puiſſe employer. Si au défaut d'un quart de

cercle on ne peut ſe ſervir de cette méthode, & que de la rade on puiſſe voir l'horizon de la mer, on pourra employer les hauteurs abſolues du Soleil, priſes avec l'octant, avec leſquelles on déterminera l'heure du vaiſſeau; la réduiſant enſuite en temps moyen, & la comparant avec celle que la montre marquoit au moment de l'obſervation, on connoîtra de combien l'horloge avance ou retarde ſur le temps moyen du méridien de la rade. Si l'on connoît la diſtance du méridien de cette rade à celui de Paris, on en conclura facilement l'état de l'horloge relativement au méridien de Paris. Comme cette méthode ne peut être auſſi préciſe que celle des hauteurs correſpondantes, on doit ſentir qu'il ne faudra y avoir recours qu'autant qu'il ſera abſolument impoſſible d'employer cette derniere.

Pour connoître la marche de l'horloge, c'eſt-à-dire, pour connoître ſi elle ſuit exactement le temps moyen, ce qui doit être très-rare, ou de combien elle s'en écarte, ſoit en accélération, ſoit en retard, on la comparera à des hauteurs correſpondantes du Soleil, priſes en des jours différents & éloignés l'un de l'autre autant qu'il eſt poſſible, parce que l'erreur des obſervations ſe diſtribuant ſur un plus grand nombre de jours, eſt d'autant moins ſenſible pour chacun. Suppoſons que le 10 d'un mois on ait trouvé, par des hauteurs correſpondantes, que l'horloge marine retarde de $4'\ 25''$ ſur le temps moyen, & que le 22 on trouve qu'elle ne retarde que de $4'\ 7''$; elle aura avancé de $18''$ en 12 jours, ce qui fait une ſeconde & demie par jour.

On peut encore s'aſſurer de la marche d'une horloge marine par la méthode très-ſimple dont on ſe ſert pour s'aſſurer de la marche d'une horloge. On fixera d'une maniere bien ſolide une lunette vers un endroit du Ciel où l'on jugera que doit paſſer une Étoile aſſez brillante. On fera note de l'heure marquée par l'horloge marine lorſque l'Étoile entrera dans le champ de la lunette, ou mieux encore lorſqu'elle en ſortira, ou, ſi la lunette eſt garnie d'un réticule, lorſqu'elle ſe cachera ſous un des fils du réticule. Le lendemain on verra à quelle heure marquée par l'horloge marine, l'Étoile reviendra au même point. Si entre cette heure & celle du jour précédent, on trouve une différence de $23^h\ 56'\ 4''$, on ſera ſûr que l'horloge ſuit exactement le temps moyen; & elle avancera ou retardera ſur le temps moyen, ſuivant qu'il ſe ſera écoulé plus ou moins de $23^h\ 56'\ 4''$. Une horloge marine qu'on a trouvé, par obſervation, avancer de $2'\ 17''$ ſur le temps moyen, marque $7^h\ 23'\ 57''$ lorſque *Aldébaran* ſort du champ d'une lunette fermement fixée à un mur; & le lendemain, au moment que l'Étoile ſort du champ de la lunette, elle ne marque que $7^h\ 19'\ 58''\frac{1}{3}$, tandis que ſi elle ſuivoit le temps moyen elle marqueroit $7^h\ 20'\ 1''$; elle a donc retardé

de 2″, 5 ; elle n'avance donc plus que de 2′ 14″, 5, le lendemain du jour où par la ſuppoſition elle avançoit de 2′ 17″.

Il faudra que l'Étoile dont on ſe ſervira ne ſoit point trop voiſine du pole ni de l'horizon. Comme le mouvement des Étoiles eſt d'autant plus ſenſible qu'elles ſont plus proches de l'Équateur, on fera bien de ſe ſervir de celles qui en ſont peu éloignées. Au lieu de comparer la marche de l'horloge marine à une ſeule révolution de l'Étoile, on pourra la comparer à pluſieurs révolutions.

Lorſqu'on ſe ſera aſſuré de l'état & de la marche de l'horloge marine, on la tranſportera à bord, en ayant attention qu'elle ne ſoit point expoſée à aucune ſecouſſe bruſque, à aucun choc, &c. : ſi l'on craint que le mouvement qu'on ne pourra s'empêcher de lui communiquer dans le tranſport, ſoit capable d'altérer la régularité de ſa marche, il conviendra d'en ſuſpendre le mouvement ; enſuite on le lui reſtituera à bord, & on la remettra ſur l'heure qu'elle devoit marquer. Il faudra ſe ſervir pour cela d'une bonne montre à ſecondes, ou ſi l'on eſt obligé de n'employer qu'une montre à minutes, il faudra comparer par des ſignaux l'heure de l'horloge avec celle de la pendule de l'obſervatoire ; on déterminera par-là combien de ſecondes l'horloge marque de plus ou de moins qu'elle n'auroit dû marquer ſi ſon mouvement n'avoit pas été interrompu, & on en tiendra compte.

Quant à l'endroit du vaiſſeau où l'on doit placer les horloges marines, on pourra les établir, ſur les vaiſſeaux de ligne, dans la chambre de conſeil, en les plaçant dans une armoire à-peu-près ſur la ligne qui répond à la quille du vaiſſeau, & le plus près qu'il ſera poſſible de la cloiſon de la chambre, afin de les rapprocher du milieu du vaiſſeau où les mouvements ſont moins ſenſibles.

Si les circonſtances n'ont pas permis de vérifier l'état & la marche de l'horloge marine, avant le depart, on peut s'en aſſurer par des obſervations faites en mer ; il ne faudra pas à la vérité compter ſur une préciſion égale à celle qu'on eût obtenue, en les vérifiant à terre, de la maniere qu'on a vue ; mais celle qu'on obtiendra ſera encore ſuffiſante. Voici comment il faudra s'y prendre.

Suppoſons un vaiſſeau parti de Breſt pour aller dans l'Inde, ſur lequel on a embarqué des horloges marines dont on n'a pu vérifier l'état. Le 30 Mars, étant ſous voile à la vue d'une terre dont on connoît la diſtance & la longitude, on détermine l'heure du vaiſſeau, & l'on trouve qu'il eſt $4^h\ 13'\ 55''$ de temps vrai, ou $4^h\ 18'\ 12''$ de temps moyen, en ſuppoſant l'équation du temps de $4'\ 17''$ additive. L'horloge marine marquoit alors $4^h\ 45'\ 20'', 5$ ; elle avançoit par conſéquent de $27'\ 8'', 5$ ſur le

méridien du vaiſſeau. Si l'on veut la rapporter au méridien de Paris, il faut déterminer la longitude du vaiſſeau. Pour cela on releve, à l'inſtant de l'obſervation, la terre dont on connoît la longitude & la diſtance. Suppoſons que cette terre ſoit le fanal de St. Mathieu, qui eſt à 7° 7′ 25″ à l'Oueſt de Paris, qu'on en ſoit éloigné de 3 lieues, & qu'on le releve au Nord 4° Eſt; on en conclura que le vaiſſeau eſt à l'Oueſt de St. Mathieu, de 8′ 40″, & par conſéquent à l'Oueſt de Paris, de 7° 16′ 5″, qui donnent en temps 29′ 4″,3, en ſorte qu'on comptoit à Paris 4ʰ 47′ 16″,3, quand on comptoit ſur le vaiſſeau 4ʰ 18′ 12″ de temps moyen; ainſi comme l'horloge marine marquoit au même inſtant 4ʰ 45′ 20″,5, elle retardoit de 1′ 55″,8 ſur le méridien de Paris.

Pour connoître la marche de l'horloge marine, on ſera la même opération à la vue d'une autre terre dont la longitude ſoit auſſi connue. Mais comme on ne peut pas compter que les obſervations faites avec l'octant ſoient auſſi préciſes que celles qu'on feroit à terre avec un quart de cercle, la méthode qu'on propoſe ne peut être ſuffiſamment exacte, qu'autant qu'il ſe ſera écoulé un certain nombre de jours entre les deux opérations.

Suppoſons que, le 17 Avril, on reconnoiſſe la partie la plus Nord des iles Déſertes, près Madère, dont la longitude eſt de 18° 50′ à l'Oueſt. On tâchera de ſe mettre dans la ligne Nord & Sud de cette terre, & d'obſerver, dans cette ligne, l'heure du vaiſſeau dont la longitude ſera la même que celle de cette terre. On trouvera qu'il eſt alors 7ʰ 27′ 3″,5 du matin, temps vrai, ou 7ʰ 26′ 54″,2, temps moyen, en appliquant au temps vrai l'équation du temps 36″,3 qui eſt ſoustractive. La longitude 18° 50′ réduite en temps, donne 1ʰ 15′ 20″; il eſt donc alors, à Paris, 8ʰ 42′ 14″,2, temps moyen. Suppoſons que l'horloge marine marquoit au même inſtant 8ʰ 41′ 2″,7; elle retardoit par conſéquent ſur le méridien de Paris, de 1′ 11″,5. donc, puiſqu'elle retardoit, le 30 Mars, de 1′ 55″,8, elle a avancé de 44″,3 dans l'intervalle de 17 jours 16ʰ 24′, ou de 17,7 jours; diviſant 44″,3 par 17,7, on trouve 2″,5, dont l'horloge a avancé par jour.

Si l'on ne peut faire l'obſervation dans la ligne Nord & Sud de l'objet relevé, il faut au moins tâcher de la faire le plus près qu'on pourra de cette ligne, & alors eſtimer la diſtance de l'objet; & ſi l'on ne peut la faire près de cette ligne, on fera deux relevements, à l'un deſquels on prendra des hauteurs du Soleil, ayant attention de tenir compte de l'heure marquée par l'horloge à l'inſtant des obſervations de ces hauteurs. On eſtimera avec tout le ſoin poſſible la direction & la quantité de chemin fait entre les deux relevements. Ce procédé donnera avec aſſez de

précision la distance du vaisseau à l'objet, à l'instant de l'observation de l'heure du vaisseau; cette distance étant connue, on déterminera la longitude du vaisseau, comme on l'a fait ci-devant à la vue du fanal de St. Mathieu.

Comme la marche des horloges marines éprouve des variations; quelque perfection qu'on donne à ces machines, il faut vérifier leur état & leur marche toutes les fois qu'on le peut. Non-seulement on doit le faire dans toutes les relâches, mais encore à la mer quand on peut relever des objets dont la position géographique est connue. Supposons que notre vaisseau ait connoissance du Cap de Bonne-Espérance, le 8 Juin au matin. On observe la hauteur du Soleil, & l'on trouve qu'il est à bord $7^h\ 58'\ 47''$, temps vrai, ou $7^h\ 57'\ 20'',5$, temps moyen, l'horloge marine marquant alors $6^h\ 55'\ 20''$. On releve le cap au Nord du monde, $1^h\ 15'$ après, en sorte qu'on est alors par la même longitude que ce cap, c'est-à-dire, par $16°\ 3'\ 45''$ à l'Est de Paris. On a estimé avec tout le soin possible la route qu'on a faite entre l'observation de l'heure & le relevement du cap, & on a jugé qu'on s'est avancé vers l'Est, de $7^l\ 25''$. Le vaisseau n'étoit donc à l'heure de l'observation, que de $15°\ 56'\ 20''$ à l'Est de Paris, qui donnent en temps, $1^h\ 3'\ 45'',3$; ainsi lorsqu'on comptoit sur le vaisseau $7^h\ 57'\ 20'',5$, on ne comptoit à Paris que $6^h\ 53'\ 35'',2$; donc puisque l'horloge marquoit $6^h\ 55'\ 20''$, elle avançoit de $1'\ 44'',8$ sur le méridien de Paris, le 8 Juin, à $6^h\ 54'$ du matin. Or, le 17 Avril, à $8^h\ 42'$ du matin, elle retardoit au contraire de $1'\ 11'',5$; elle a donc avancé, en près de 52 jours, de $2'\ 26'',3$, ce qui fait $3'',4$ par jour. C'est sur cet état & cette marche de l'horloge, nouvellement vérifiés, qu'il faudra se régler jusqu'au moment où l'on pourra faire une vérification pareille.

Passons à ce qui concerne l'usage des horloges marines.

Leur principal usage consiste à les employer à déterminer la longitude du vaisseau. Après avoir vérifié l'état & la marche de l'horloge, le 8 Juin, on veut savoir par quelle longitude on est, le 20 de ce mois, vers 4 heures du soir. Depuis le 8 Juin il s'est écoulé environ 12 jours & un quart, pendant lesquels la montre a dû avancer de $41'',7$, à raison de $3'',4$ par jour; ainsi, comme elle avançoit, le 8 de ce mois, de $1'\ 44'',8$ sur le méridien de Paris, elle avançoit, le 20, de $2'\ 26'',5$ sur ce méridien. On détermine par l'observation l'heure qu'il est à bord du vaisseau, & l'on trouve $4^h\ 7'\ 33''$, temps vrai, ou $4^h\ 8'\ 41''$, temps moyen, la montre marquant alors $1^h\ 20'\ 36'',5$, & par conséquent lorsqu'il est à Paris $1^h\ 18'\ 10''$; on compte donc sur le vaisseau $2^h\ 50'\ 31''$ de plus qu'à Paris; convertissant cette différence en degrés, on trouve que le vaisseau est à l'Est de Paris, de $42°\ 37'\ 45''$.

Les horloges marines peuvent auſſi être très-utiles pour déterminer les longitudes des caps, des iſlots, des écueils qu'on rencontre.

La méthode la plus ſimple & la plus certaine de déterminer la poſition d'une terre dont on a connoiſſance, eſt de la relever à l'Eſt ou à l'Oueſt corrigé, & au Nord ou au Sud auſſi corrigé, d'obſerver ſa latitude lors du premier relevement, & ſa longitude lors du ſecond; les deux obſervations donneront directement la latitude & la longitude de cette terre. Le 10 Juillet, on reconnoît une terre dans la partie de l'Eſt, on court deſſus, en la conſervant toujours à l'Eſt; & à midi, on obſerve la latitude, qu'on trouve de 5° 59′ Nord, qui eſt la latitude de cette terre. On tourne cette terre, & vers trois heures après midi on la releve au Nord. On détermine l'heure par obſervation, & l'on trouve qu'il eſt alors 3ʰ 27′ 43″, temps vrai, ou 3ʰ 32′ 34″, temps moyen. Dans ce moment-là, l'horloge marine ne marque que 10ʰ 26′ 52″,5 du matin. Comme elle avançoit, le 8 Juin, à 7ʰ du matin, de 2′ 56″,3 ſur le méridien de Paris, & qu'elle a dû avancer, juſqu'au 10 Juillet, de 1′ 49″,2, à raiſon de 3″,4 par jour, elle avance donc, le 10 Juillet, de 4′ 45″,5, & par conſéquent il n'eſt à Paris que 10ʰ 22′ 6″ du matin, lorſqu'elle marque 10ʰ 26′ 51″,5. La différence entre l'heure du vaiſſeau & l'heure de Paris eſt de 5ʰ 10′ 28″, qui, convertie en degrés, donne 77° 37′ pour la longitude orientale du vaiſſeau & de la terre relevée.

Lorſqu'on ne peut relever une terre dans la ligne Eſt & Oueſt, & dans la ligne Nord & Sud, & faire en même temps des obſervations de latitude & de longitude, il faut ſéparer les obſervations, des relevements, & apprécier le plus exactement qu'il eſt poſſible le chemin qu'on a fait ſoit en longitude, ſoit en latitude, entre les relevements & les obſervations. Par des obſervations faites à 8ʰ du matin, on s'eſt trouvé par 77° 26′ 30″ de longitude orientale. Depuis ce moment juſqu'à 10ʰ 45′, on eſtime avoir fait 10′ 30″ en longitude vers l'Eſt; en ſorte qu'on eſt alors par 77° 37′ de longitude orientale. On releve alors un cap au Nord, dont par conſéquent la longitude eſt de 77° 37′. On avoit relevé ce cap à l'Eſt, vers 8ʰ 45′, & depuis juſqu'à midi, on a avancé dans le Sud, de 11′ 30″. On obſerve la latitude à midi, & on la trouve de 5° 47′ 30″; on étoit donc à 8ʰ 45′, par 5° 59′ de latitude Nord; c'eſt auſſi la latitude du cap qui avoit été relevé.

S'il arrive qu'on ne puiſſe relever l'objet que dans une des lignes Eſt & Oueſt, ou Nord & Sud, on le relevera dans celle des deux dans laquelle le relevement eſt poſſible, au moyen de quoi on aura directement ſa latitude ou ſa longitude;

on le relevera une ſeconde fois le plus près qu'on pourra de l'autre ligne; il faudra à chaque relevement être bien aſſuré de la poſition du vaiſſeau. Suppoſons qu'on ait relevé le cap précédent à l'Eſt du monde, & qu'on ait trouvé ſa latitude 5° 59′ boréale. On obſerve la latitude à midi, & on la trouve de 5° 49′ 48″. D'après des obſervations de longitude faites précédemment, & une eſtime exacte du chemin parcouru depuis, on conclut qu'on étoit, à midi, par 77° 33′ de longitude orientale. On releve, à midi, le cap au Nord 23° Eſt; on veut avoir ſa longitude. Soit *C* le cap (*Fig.* 41), *V* le lieu du vaiſſeau à midi, *AC* la différence de la latitude, & *AV* la différence de longitude entre le vaiſſeau & le cap. Dans le triangle *VCA*, rectangle en *A*, on connoît *AC* différence de latitude, qui eſt de 9′ 12″, & l'angle *C* de 23°; calculant *AV*, on le trouvera de 3′ 54″; c'eſt la différence de longitude entre le vaiſſeau & le cap, en parties d'un grand cercle, qu'il faudroit réduire en parties d'un petit cercle, en la diviſant par le coſinus de la latitude moyenne; mais la latitude eſt ſi petite, que la réduction eſt preſque nulle & peut être négligée; ainſi le cap eſt plus oriental de 3′ 54″ que le vaiſſeau, & par conſéquent ſa longitude orientale eſt de 77° 36′ 54″.

Si c'étoit la longitude qu'on eût obſervée directement, il eſt évident qu'il faudroit procéder de même pour déterminer la latitude; avec cette différence cependant, qu'il faudroit commencer par réduire la différence connue de longitude, en parties de grand cercle, en la multipliant par le coſinus de la latitude moyenne à-peu-près connue.

Si l'objet dont on veut déterminer la poſition ne peut être relevé ni dans la ligne Eſt & Oueſt, ni dans la ligne Nord & Sud, deux autres relevements quelconques pourront conduire à une connoiſſance aſſez préciſe de la longitude & de la latitude de cet objet, pourvu qu'on uſe des précautions ſuivantes.

1°. Plus un des relevements approchera de la ligne Eſt & Oueſt, ou de la ligne Nord & Sud, plus on aura lieu d'eſpérer un réſultat exact de l'opération.

2°. Après le premier relevement, il faut que la route du vaiſſeau faſſe avec l'air de vent de ce premier relevement, un angle le plus approchant qu'il ſera poſſible de 60°. On eſpéreroit en vain quelque préciſion, ſi cet angle n'étoit pas au moins de 40 à 45 degrés, ou s'il excédoit de beaucoup 80 degrés.

3°. Il faut ſuivre cette route juſqu'à ce qu'on puiſſe relever l'objet à un air de vent dont la différence, ſoit avec celui du premier relevement, ſoit avec la direction de la route parcourue par le vaiſſeau, ſoit d'environ 60 degrés, c'eſt-à-dire, de 40 à 45 degrés au moins, de 80 au plus.

4°. Dans l'intervalle des deux relevements, ou en des inſtants

qui en ſoient éloignés le moins qu'il ſera poſſible, on s'aſſurera par de bonnes obſervations, de la longitude & de la latitude du vaiſſeau.

5°. Enfin, on eſtimera avec le plus grand ſoin la direction de la route & la quantité du chemin parcouru entre les obſervations & les relevements.

Étant par 17° 34′ 50″ de latitude boréale, & par 65° 25′ 13″ de longitude occidentale, on releve le milieu de l'iſle de Saba, à l'Oueſt 30° 30′ Nord, corrigé. La poſition du vaiſſeau, telle qu'on vient de la donner, a été déterminée par des obſervations faites en des temps peu éloignés de celui du relevement. Soit *S* l'iſle de Saba (*Fig.* 42), *V* le vaiſſeau courant au Nord 2° Oueſt, *VA* cette direction; il eſt évident que l'iſle ayant été relevée à l'Oueſt 30° 30′ Nord, l'angle *AVS* eſt de 57° 30′. Le vaiſſeau parvenu en *A* releve le milieu *S* de l'iſle, à l'Oueſt 33° 30′ Sud; donc la direction *AV* étant au Sud 2° Eſt, l'angle *SAV* eſt de 58° 30′. On a eſtimé avec tout le ſoin poſſible le chemin *VA* qu'on a fait entre les deux relevements, & on l'a trouvé de neuf mille deux tiers ou de 9′ 40″. On calcule *VS* & on le trouve de 550″ ou de 9′ 10″.

Connoiſſant *VS*, on peut déterminer la différence de latitude & de longitude entre *V* & *S*. Soit *SM* le méridien du milieu de l'iſle de Saba, & *MV* perpendiculaire à *SM*; *SM* ſera la différence de latitude, & *MV* la différence de longitude entre l'iſle & le vaiſſeau. On calcule *SM*, & on trouve *SM* de 4′ 39″; les ajoutant à la latitude du vaiſſeau en *V*, on aura 17° 39′ 29″ pour celle de Saba. Pour avoir la différence de longitude, on fait cette proportion; le coſinus de 17° 37′ de latitude moyenne entre celles de *V* & de *S*, eſt au coſinus de *SVM* de 30° 30′, comme la diſtance *SV* eſt à la différence en longitude, qu'on trouve de 8′ 17″. Ainſi la longitude de l'iſle de Saba ſera de 65° 33′ 30″.

On voit par ce qu'on vient de dire, qu'un ſeul relevement peut ſuffire pour déterminer la poſition d'une côte inconnue, pourvu qu'on ſoit ſûr de la diſtance. Mais comme on ne peut guere avoir la diſtance que par eſtime, il faut, ſi l'on ne peut faire qu'un relevement, tâcher de le faire le plus près qu'il eſt poſſible de la ligne Nord-Eſt, Sud-Oueſt, & Nord-Oueſt, Sud-Eſt, afin que l'erreur de l'eſtime ſe répartiſſe également ſur la longitude & ſur la latitude.

Si l'on ne peut faire le relevement que très-près de la ligne Eſt & Oueſt, ou de la ligne Nord & Sud, alors on ne pourra connoître qu'une des deux parties de la poſition de l'objet relevé; dans le premier cas, on aura ſa latitude avec aſſez de préciſion; dans le ſecond, on aura ſa longitude.

Si l'on reconnoit une terre dont on n'a déterminé précé-

demment que la latitude, un ſeul relevement ſuffit pour déterminer ſa longitude; mais il faut avoir ſoin de le faire le plus près qu'il eſt poſſible de la ligne Nord & Sud. Si c'eſt la longitude qui a été déterminée, il faut, pour avoir la latitude, faire le relevement le plus près qu'on peut de la ligne Eſt & Oueſt.

On a ſuppoſé, dans tout ce qui précéde, que depuis qu'on a vérifié l'état & la marche de l'horloge marine, ſa marche n'a pas ſouffert de variation ſenſible; mais c'eſt ce qui n'eſt pas: il faut donc, quand on s'en eſt ſervi pour déterminer la longitude d'une terre qu'on a relevée, tâcher de découvrir quelle correction il faut appliquer à cette longitude, ſi quelque temps après on a reconnu une accélération ou un rallentiſſement dans le mouvement de l'horloge.

On a trouvé, le 8 Juin, que l'horloge marine avance de $2'\,56'',3$ ſur le méridien de Paris, & on a jugé qu'elle avançoit par jour, de $3'',4$ ſur le temps moyen. Le 10 Juillet on releve un cap, & ſuppoſant que l'horloge n'a pas varié depuis le 8 Juin, on a déterminé la longitude de ce cap, de $77°\,37'$ à l'Eſt de Paris. Le 28 Juillet, on trouve, par une bonne obſervation faite à la vue d'une terre dont la poſition eſt bien connue, que l'horloge marine a avancé depuis le 8 Juin, de $4'\,36''$, tandis qu'à raiſon de $3'',4$ par jour, elle ne devroit avancer que de $2'\,50''$. L'horloge a donc donné la longitude de la terre reconnue le 28 Juillet, de $1'\,46''$ de temps, ou de $26',30''$ de degré moins orientale qu'elle n'eſt réellement; on veut ſavoir de combien cette erreur influe ſur la longitude du cap relevé le 10 Juillet.

Soit $m$ le nombre de jours écoulés depuis le 8 Juin, où l'on a vérifié en dernier lieu l'état & la marche de l'horloge, juſqu'au 28 Juillet, qu'on a fait une nouvelle vérification; $n$ le nombre de jours écoulés depuis le 8 Juin juſqu'au 10 Juillet, jour auquel on s'eſt ſervi de l'horloge pour déterminer une longitude; $e$ l'erreur $1'\,46''$ de temps, conclue des obſervations du 28 Juillet; on demande quelle étoit l'erreur le 10 Juillet. On fera cette proportion, qui ſuppoſe que l'accélération de la montre a été formée par des degrés arithmétiquement proportionnels au temps, ſuppoſition la plus raiſonnable qu'on puiſſe faire; $mm + m : nn + n :: e :$ un quatrieme terme qu'on trouve de $43'',9$, $m$ étant $=$ 50 jours & $n = 32$. Le 10 Juillet l'horloge avoit donc avancé au delà de ſon accélération précédemment déterminée, d'environ $44''$; la longitude du cap relevé le 10 Juillet, eſt donc plus grande de $44''$ de temps, ou de 11 minutes de degré, qu'on ne l'avoit déterminée en ſuppoſant la marche de l'horloge bien uniforme. Elle eſt donc de $77°\,48'$.

La queſtion précédente peut être préſentée ſous un autre jour. Le 28 Juillet, le vaiſſeau mouille dans un port dont la poſition n'eſt pas bien établie. Par des obſervations faites ce jour-là, on dé-

termine ſa longitude de 85° 41′ 30″ à l'Eſt de Paris. On obſerve, les jours ſuivants, que l'accélération diurne eſt de 7″, 55, au lieu d'être de 3″, 4; on veut trouver la correction qu'il faut appliquer à la longitude du port où l'on eſt mouillé & à celle du cap qu'on a relevé le 10 Juillet.

A l'égard de la premiere, il faut remarquer que l'horloge avançant de 7″,55, au lieu de 3″,4, ſon mouvement s'eſt accéléré chaque jour au point qu'au bout de 50 jours, ſon accélération diurne eſt devenue de 4″ 15. Pour avoir l'accélération totale de l'horloge, depuis le 8 Juin juſqu'au 28 Juillet, on n'aura qu'à multiplier la moitié de cette accélération diurne par 51 jours; on trouvera 105″, 82; ainſi l'horloge avançoit, le 28 Juillet, de 1′ 46″ plus qu'on ne l'avoit ſuppoſé lorſqu'on s'en étoit ſervi pour déterminer la longitude du port; les convertiſſant en degrés, on trouve 26′ 30″, qu'il faut ajouter à la longitude qu'on a déterminée, & l'on aura 86° 8′.

Ayant l'erreur totale de l'horloge, 1′ 46″ de temps, en 50 jours, on trouvera, comme ci-deſſus, l'erreur pour tel nombre de jours qu'on voudra.

Tout ce qu'on vient d'expoſer ſuppoſe que la variation de l'horloge eſt proportionnelle au temps. Si l'on découvre que cela n'eſt pas, il s'agit de ſavoir ce qu'il faut faire alors. On arrive dans un port dont la longitude eſt connue, & eſt de 86° 8′; des obſervations faites le 28 Juillet, & comparées avec l'état & la marche de l'horloge marine, ne donnent ſa longitude que de 85° 41′ 30″; de-là on conclut que le mouvement de l'horloge a accéléré de 1′ 46′, qu'il faut ajouter 11 minutes à la longitude du cap relevé le 10 Juillet, & que l'accélération diurne de l'horloge doit être maintenant de 7″,55. On vient à reconnoître, les jours qui ſuivent le 28 Juillet, que l'accélération diurne de l'horloge n'eſt que de 6″. La comparant avec celle de 3″,4, déterminée au cap de Bonne-Eſpérance, il s'enſuivroit que l'accélération totale auroit dû être de 1′ 6″,3 ſeulement, & non de 1′ 46″, ainſi qu'on l'avoit conclu de l'obſervation de la longitude; & que par conſéquent il ne faut ajouter que 27″, 46 de temps, ou 6′ 42″ de degré à la longitude du cap relevé le 10 Juillet; comme on ignore à laquelle des deux déterminations il faut s'arrêter, il paroît que ce qu'on peut faire de plus raiſonnable, eſt de prendre un milieu entr'elles.

Tels ſont les uſages qu'on peut faire des horloges marines, & qui prouvent leur utilité. Mais en reconnoiſſant l'utilité dont elles ſont, il ne faut pas diſſimuler que ce n'eſt qu'avec précaution qu'on doit s'en ſervir. Elles doivent être d'un grand ſecours pour déterminer la longitude du vaiſſeau dans de courtes traverſées, & pour déterminer la différence en longitude entre les objets voiſins; mais dans de longues traverſées, elles ceſſent d'être

d'un uſage auſſi ſûr. On ne doit donc s'en ſervir alors qu'avec beaucoup de prudence, & en vérifiant le plus ſouvent qu'il eſt poſſible leur état & leur marche par de bonnes obſervations de la diſtance de la Lune au Soleil ou aux Étoiles. (*a*) Pour diminuer l'incertitude de leur témoignage, le Citoyen Fleurieu conſeille d'en embarquer deux : tant qu'elles ſuivront à-peu-près la même marche reſpective qu'on leur a obſervée avant le départ ou à leur derniere vérification, il paroît qu'on peut ſans riſque s'en rapporter à leur témoignage uniforme. Si l'on apperçoit en elles des différences un peu trop ſenſibles, on doit ceſſer d'avoir de la confiance dans l'une & dans l'autre, juſqu'à ce qu'on puiſſe découvrir, par de bonnes obſervations, laquelle a éprouvé du dérangement.

## *Addition pour le Chapitre VIII.*

Plus ſimplement encore. Le triangle $ACh$ étant rectangle en $h$, donne cette proportion ; $Ch : Ah :: 1 : \text{tang. } C$. Le rayon de la terre étant de 19622385 pieds, & $Ah$ de 26578 pieds, on trouvera que l'angle $C$ ou la dépreſſion de l'horizon eſt de $4' 39''$.

## *Addition pour le Chapitre IX.*

Quoiqu'on trouve une différence entre l'heure de la montre & l'heure déduite de l'obſervation, on ne doit pas en conclure que la montre a varié. On ne le pourroit qu'autant qu'on ſeroit reſté ſous le méridien où la montre a été réglée antécédemment. Mais ayant changé de méridien, comme cela arrive généralement à la mer, il eſt poſſible qu'on trouvât une différence entre l'heure de la montre & l'heure calculée, ſans qu'on dût en conclure que la montre a varié. Elle n'auroit certainement pas varié ſi l'heure calculée étoit plus grande ou plus petite que l'heure marquée par la montre, d'une quantité égale à la différence en longitude, convertie en temps, ſuivant que la route auroit porté à l'Eſt ou à l'Oueſt. Suppoſons, par exemple, qu'ayant mis une montre ſur l'heure du lieu où l'on ſe trouve, on faſſe une route qui porte dans l'Eſt, d'où réſulte un changement en longitude de $1° 36'$, qui, converti en temps, vaut $6' 26''$. On fait une obſervation qui donne $4^h 29' 44''$, tandis que la montre marque $4^h 23' 18''$ ; la différence eſt de $6' 26''$, & par conſéquent égale à la différence en longitude. La montre n'a donc point varié ; car elle marque exactement l'heure qu'on compte, lors de l'obſervation, au lieu où elle a été réglée.

On ne doit donc conclure qu'une montre a varié, qu'autant que

(*a*) Il eſt bon de remarquer que ces obſervations ne donnant quelquefois la longitude qu'à environ un degré près, quoique le plus ſouvent avec bien plus de préciſion, on n'aura lieu de penſer que la marche des horloges eſt altérée, qu'autant que la longitude qu'elles donneront ne s'accordera pas dans ces mêmes termes avec celle qu'on déduit des obſervations.

la différence entre l'heure calculée & l'heure marquée par la montre, n'eſt pas égale à la différence en longitude, convertie en temps.

Si la route a porté dans l'Eſt, & que l'heure de la montre ſoit moindre que l'heure calculée, d'une quantité plus petite que la différence en longitude, convertie en temps, on en conclura que la montre a avancé de la quantité dont la premiere différence eſt plus petite que la ſeconde. Si dans l'exemple précédent la montre avoit marqué $4^h\ 23'\ 42''$, lors de l'obſervation, la différence avec l'heure donnée par l'obſervation n'étant alors que de $6'\ 2''$, tandis que la différence des méridiens eſt de $6'\ 26''$, on en auroit conclu que la montre avançoit de $24''$.

Si dans la ſuppoſition que la route porte à l'Eſt, l'heure de la montre eſt plus petite que l'heure calculée, d'une quantité plus grande que la différence en longitude, convertie en temps, on doit en conclure que la montre a retardé de la quantité dont la premiere différence eſt plus grande que la ſeconde. Suppoſons que, dans le même exemple, la montre eût marqué $4^h\ 22'\ 32''$; la différence avec l'heure de l'obſervation eût été alors de $7'\ 12''$, qui excede $6'\ 16''$, de $46''$, en ſorte que la montre ſe fût trouvée en retard de $46''$.

Suppoſons maintenant que la route ait porté dans l'Oueſt. Si l'heure de la montre eſt plus grande que l'heure donnée par l'obſervation, d'une quantité qui ſurpaſſe la différence en longitude, convertie en temps, on en conclura que la montre a avancé de la quantité dont la premiere différence eſt plus grande que la ſeconde. Suppoſons que, la route portant à l'Oueſt, on ait parcouru $1°\ 12'$ en longitude, ce qui, réduit en temps, vaut $4'\ 48''$. On a fait une obſervation qui a donné $7^h\ 14'\ 24''$; on comptoit donc lors de cette obſervation, $7^h\ 19'\ 12''$ au lieu d'où l'on eſt parti & où la montre a été réglée. Suppoſons que la montre marquoit alors $7^h\ 20'$. La différence entre l'heure de la montre & l'heure calculée étoit de $5'\ 36''$, tandis que la différence en longitude n'étoit que de $4'\ 48''$; la montre marquoit donc trop de $48''$, ou avançoit de cette quantité.

Si l'heure de la montre eſt plus grande que l'heure donnée par l'obſervation, d'une quantité plus petite que la différence en longitude, réduite en temps, la montre retarde de la quantité dont la premiere différence eſt plus petite que la ſeconde. Suppoſons que, lors de l'obſervation précédente, la montre eût marqué $7^h\ 18'\ 38''$. La différence de l'heure de la montre & de l'heure calculée n'auroit donc été que de $4'\ 14''$, tandis que la différence en longitude eſt de $4'\ 48''$. La montre auroit donc marqué trop peu de $34''$; elle auroit donc retardé de $34''$.

*Fin de la premiere Partie.*

# ÉLÉMENS
## DE
# NAVIGATION.

## SECONDE PARTIE.

### CHAPITRE PREMIER.

### *Du Flux & du Reflux de la mer.*

LE flux & reflux eſt un mouvement journalier, périodique & régulier de la mer, qui conſiſte en ce qu'elle monte pendant ſix heures, reſte dans l'état où elle eſt parvenue l'eſpace de huit à dix minutes, redeſcend enſuite pendant ſix heures, reſte l'eſpace de huit à dix minutes dans ſon nouvel état, remonte de nouveau, & ainſi de ſuite; en ſorte que la mer monte & couvre une partie de la côte deux fois par jour, & abandonne également deux fois le jour la portion qu'elle avoit couverte. Le mouvement par lequel la mer s'éleve, ſe nomme *le Flux* ou *le Flot*; celui par lequel elle s'abaiſſe, ſe nomme *le Reflux* ou *Juſant*. Quand la mer monte davantage par ſon flux, elle redeſcend auſſi davantage par ſon reflux. L'état de la mer, quand elle eſt parvenue à

ſa plus grande hauteur, ſe nomme *pleine Mer*; & lorſqu'elle eſt entierement deſcendue, on appelle cet état *baſſe Mer*. On donne aux deux mouvements alternatifs de la mer, le nom commun de *Marées*.

A parler exactement, la mer ne monte pas deux fois, & ne deſcend pas deux fois alternativement par jour. Le flux n'a lieu deux fois & le reflux deux fois, que dans l'intervalle de temps écoulé entre deux paſſages conſécutifs de la Lune au méridien, c'eſt-à-dire, en $24^h\ 49'$.

Il eſt à remarquer qu'au bout de 29 jours & demi, c'eſt-à-dire, à la fin de chaque lunaiſon, où la Lune ſe retrouve dans la même poſition à l'égard du Soleil, les marées reviennent à la même heure; elles reviennent auſſi à la même heure tous les 15 jours environ; ſur quoi on obſervera que celle qui arrive un certain jour, par exemple, à cinq heures du ſoir, eſt celle qui a eu lieu, quinze jours auparavant, à cinq heures du matin.

Dans la zône torride, ſi quelque obſtacle particulier ne s'y oppoſe, la haute mer arrive en même temps aux endroits qui ſont ſous le même méridien; dans les zones tempérées, elle arrive plutôt à une moindre latitude qu'à une plus grande; au delà du $65^e$. degré de latitude, le flux n'eſt pas ſenſible.

Dans les nouvelles & pleines Lunes, ou dans les ſyzygies, les marées ſont les plus grandes; ou, ce qui arrive généralement, elles ſont les plus grandes dans chaque lunaiſon, quand la Lune eſt environ à 18 degrés au delà des ſyzygies, & les plus petites quand elle eſt environ à 18 degrés au delà des quadratures.

Suivant l'opinion commune (*a*), les marées aux

(*a*) On eſt perſuadé qu'en général les plus grandes marées ſont celles des Équinoxes. Le Citoyen Lalande, qui a examiné cette opinion, la regarde comme un préjugé; & ſes raiſons ſont ſi bonnes, qu'il eſt bien difficile de n'être pas de ſon avis.

Quand les deux Aſtres ſe trouvent dans l'Équateur, les pays ſitués ſous la ligne ont certainement les plus grandes marées; mais ceux qui ſont ſitués ſous

Équinoxes

équinoxes ſont plus grandes vers les ſyzygies, & celles des quadratures plus petites que dans les autres lunaiſons ; dans les ſolſtices, au contraire, les marées des ſyzygies ſont plus petites, & celles des quadratures plus grandes que dans les autres lunaiſons.

Puiſque dans les ſyzygies la mer monte le plus, & que dans les quadratures elle monte le moins, il s'enſuit que les marées vont en décroiſſant des ſyzygies aux quadratures, & en croiſſant des quadratures aux ſyzygies.

Quand la Lune eſt dans les ſyzygies ou dans les quadratures, la haute mer arrive, dans les mers libres, trois heures après le paſſage de la Lune au Méridien. Le temps de la haute mer arrive plutôt ou plus tard que ces trois heures, ſuivant que la Lune va des ſyzygies aux quadratures, ou qu'elle va des quadratures aux ſyzygies. L'heure de la marée eſt toujours la même dans notre hémiſphère, ſoit que la Lune ſe trouve dans cet hémiſphère ou dans l'autre.

Les marées ſont d'autant plus grandes, que la Lune eſt plus près de la terre ; elles ſont les plus grandes, toutes choſes égales d'ailleurs, quand la Lune eſt périgée. Elles ſont auſſi d'autant plus grandes que la Lune eſt plus près de l'Équateur. Les plus grandes ſont donc celles qui arrivent quand la Lune étant en ſyzygie, elle eſt périgée & dans l'Équateur.

Les changements qu'éprouve la diſtance du Soleil à la terre, influent auſſi ſur les marées, mais d'une

---

ligne ont certainement les plus grandes marées ; mais ceux qui ſont ſitués ſous les tropiques, & plus encore ceux des zones tempérées, ne doivent pas les avoir ſi grandes, parce qu'ils ſont plus éloignés du ſommet du ſphéroïde. Ces pays au contraire doivent avoir leurs plus grandes marées, quand la Lune, dans ſes ſyzygies, s'approche davantage de leur Zenith. Il paroîtroit donc que c'eſt un préjugé, que ſur nos côtes, par exemple, les plus grandes marées ſont toujours celles des équinoxes.

Il eſt inconteſtable qu'il conviendroit de faire entrer dans le calcul la figure des côtes qui reſſerrent la mer. Car les eaux reſſerrées entre l'Afrique & l'Amérique, doivent ſuivre des directions très-différentes de celles qu'elles

maniere bien moins ſenſible. Toutes choſes étant égales d'ailleurs, les marées des ſyzygies ſont plus grandes, & les marées des quadratures plus petites en hiver, temps où le Soleil eſt le plus près de la terre, qu'en été où il en eſt le plus éloigné.

Les marées qui ont lieu le même jour, ne ſont pas également fortes. L'une eſt plus grande que l'autre pendant ſix mois, & elle eſt plus foible pendant les ſix autres mois. Dans notre hémiſphère les marées du matin ſont les plus fortes en hiver, & en été elles ſont les plus foibles.

On obſerve auſſi une différence entre les grandes marées des nouvelles Lunes & celles des pleines Lunes. Au bout de ſix mois les marées les plus fortes deviennent les plus foibles, & les plus foibles deviennent les plus fortes. La raiſon en eſt que ſi pendant ſix mois la Lune ſe trouve à ſa plus petite diſtance de la terre, dans le temps des nouvelles Lunes, pendant les ſix autres mois elle s'en trouve à ſa moindre diſtance, dans le temps des pleines Lunes.

Ce ſont là les principaux phénomenes des marées.

Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on reconnoît bientôt qu'ils ſont dus à l'action de la Lune & du Soleil. Car on a vu, 1°. que les marées ſont réglées ſur le retour de la Lune à une même poſition à l'égard du Soleil; 2°. que c'eſt dans les ſyzygies que les plus fortes marées ont lieu, c'eſt-à-dire, lorſque la Lune & le Soleil étant à-peu-près dans la même ligne, ſe trouvent dans la poſition où elles peuvent réunir

---

autoient ſi le Globe étoit couvert d'eau. Il ſemble qu'il n'y a guere que l'obſervation qui puiſſe jeter quelque lumiere ſur un ſujet que l'action compliquée d'une multitude de cauſes rend ſi obſcur & ſi difficile à pénétrer.

Poſſidonius, cité par Strabon, donne à cet égard la plus ancienne preuve qu'on puiſſe apporter contre le ſyſtème des grandes marées des équinoxes. On tient, dit-il, pour conſtant, que ſur les côtes d'Eſpagne, les abaiſſements & les élévations de la mer ſont les plus forts au ſolſtice d'Été, & qu'ils diminuent juſqu'a l'équinoxe. Selencus, ajoute-t-il, s'étant trouvé à Cadix, dans le temple d'Hercule, au ſolſtice d'été, y obſerva une très-grande marée; les eaux du fleuve Bœtis, qui ordinairement couvrent a peine les rivages, s'étendirent juſqu'a trente lieues dans les terres; les endroits voiſins de la mer fu-

toute leur action; 3°. qu'elles ſont les plus petites dans les quadratures, où les deux Aſtres ſe trouvant à 90 degrés l'un de l'autre, l'action de l'un eſt le plus contrariée par l'action de l'autre; &c.

Pour ſe faire une idée de la maniere dont la Lune & le Soleil agiſſent ſur les eaux de la mer, il faut ſavoir que la matiere eſt revêtue d'une force qui fait tendre ſes parties l'une vers l'autre, en ſorte qu'il exiſte une tendance réciproque de tous les corps & de leurs parties l'un vers l'autre. C'eſt en vertu de cette force que toutes les parties de la terre & des eaux tendent vers ſon centre. Mais en même temps que les eaux de la mer tendent vers le centre de la terre, en vertu de cette force, elles tendent de même vers la Lune ou le Soleil. Cette force augmente comme le carré de la diſtance diminue. De-là il réſulte que les eaux de la mer, qui couvrent la portion du globe la plus voiſine de l'Aſtre, ſont attirées plus fortement que le centre du globe; & que dans la portion oppoſée du globe, les eaux ſont attirées avec moins de force que le centre. Ainſi les eaux de la mer dans la partie du globe la plus proche de l'Aſtre, étant attirées plus fortement que le centre, doivent tendre à ſe mouvoir plus vîte que le centre, & par conſéquent à s'élever avec une force égale à l'excès de celle qui les attire ſur celle qui attire le centre. Dans la partie oppoſée du globe, les eaux de la mer ſont au contraire attirées moins fortement que le centre, & doivent par conſéquent tendre à

---

rent abſolument inondés, & le ſol du temple d'Hercule fut couvert de dix coudées d'eau, que Selencus meſura lui-même.

On ſavoit donc, il y a 1800 ans, qu'il y avoit une grande marée au ſolſtice d'Eté. Depuis, l'hiſtoire n'en parle plus. Ce n'eſt qu'en 1666 qu'on voit reparoître des obſervations réglées ſur les marées. Waillis, qui publia alors ſon traité *de Eſtu maris*, y dit poſitivement qu'aux côtes d'Angleterre où il obſervoit, les plus grandes marées ne ſont pas celles des équinoxes, mais celles de Février & de Novembre.

Dans les obſervations qu'on a pu faire ſur les marées, il paroît qu'on a trop négligé l'influence des vents. Il y a des vents qui reviennent aſſez régulierement tous les ans, à quelques jours près. On ſait que des vents de Nord-Oueſt ſuivent l'équinoxe du printemps, & des vents de Sud-Oueſt, l'équinoxe d'automne; & ſans y faire attention, on a pris l'effet de ces vents pour celui

ſe mouvoir moins vîte; elles doivent donc reſter en arriere du centre, & s'en éloigner avec une force à-peu-près égale à celle avec laquelle s'en éloignent celles de la partie du globe voiſine de l'Aſtre. Les eaux de la mer s'élevent donc aux deux points oppoſés de la terre, ſitués dans la ligne où ſe trouve la Lune ou le Soleil.

Puiſque, lorſque la mer s'éleve vers la Lune ou le Soleil, elle s'éleve auſſi dans la partie diamétralement oppoſée de la terre, il doit y avoir haute mer quand l'Aſtre paſſe au méridien, au-deſſus de l'horizon, & quand il y paſſe au-deſſous. On voit donc la raiſon pour laquelle il y a flux & reflux deux fois par jour.

Il réſulte de ce que les eaux de la mer s'élevent à l'endroit au-deſſus duquel eſt le Soleil ou la Lune & à l'endroit diamétralement oppoſé à celui-là, que les eaux doivent s'abaiſſer à 90° de ces deux points.

L'action de ces deux Aſtres ſe combinant de toutes les manieres, l'élévation des eaux au même endroit doit être ſujette à de grandes variétés, ſoit pour la quantité, ſoit pour l'heure à laquelle elle arrive, cet effet dépendant de la poſition de la Lune & du Soleil par rapport à cet endroit.

Dans les conjonctions & les oppoſitions, les deux forces de la Lune & du Soleil concourant enſemble, l'élévation des eaux doit être la plus grande; car, dans les conjonctions, les deux Aſtres paſſent en même temps au-deſſus du méridien, & dans les

---

de l'action de la Lune aux environs de l'équinoxe. Cela même eſt d'autant plus vraiſemblable, que ces mêmes vents produiſent les mêmes effets ſur les côtes orientales de l'Aſie & de l'Amérique, tandis qu'ils en operent de contraires ſur les côtes occidentales.

Il y a plus, ſi la proximité de la Lune à l'Équateur étoit capable de produire les plus grandes marées, il devroit en réſulter que, lorſque les nouvelles ou pleines Lunes ſe trouvent aux environs du ſolſtice, les marées de quartier ſeroient les plus grandes poſſibles, puiſque la Lune, éloignée de 90 degrés du point de la ſyzygie, ſe trouveroit alors à l'Equateur; & c'eſt cependant ce qu'on n'obſerve point.

Une autre cauſe peut encore avoir fait illuſion. Lorſque la Lune eſt aux environs du tropique d'Été, elle approche aſſez près de notre Zenith. Le ſommet du ſphéroide aqueux eſt donc très-voiſin de nous le jour de la pleine Lune à minuit, & la marée doit être fort grande; mais à la marée qui arrive à midi, le ſommet oppoſé du ſphéroide eſt de l'autre côté de l'Équateur & très-éloigné de nous:

oppoſitions, l'un paſſe au-deſſus du méridien dans le temps que l'autre paſſe au-deſſous; ils tendent donc, dans les deux cas, à élever en même temps les eaux de la mer. Il n'eſt nullement étonnant que dans ce dernier cas, la mer s'éleve de la même quantité que dans le premier où les deux Aſtres ſont du même côté, puiſqu'en même temps que la mer s'éleve vers un des deux Aſtres, elle s'éleve également dans la partie oppoſée.

Dans les quadratures il y a une ſorte d'oppoſition entre les forces du Soleil & de la Lune; car pendant que l'un des deux Aſtres éleve les eaux, l'autre les fait s'abaiſſer, puiſqu'étant à 90° l'un de l'autre, l'un tend à abaiſſer les eaux là où l'autre les éleve.

Ainſi en général, & toutes choſes d'ailleurs égales, les plus grandes marées doivent arriver dans les ſyzygies, & les plus baſſes dans les quadratures.

Les marées diminuent donc à meſure que les deux Aſtres s'éloignent des ſyzygies. Car la Lune élevant les eaux tandis que le Soleil les éleve de ſon côté, lorſque la Lune vient à s'éloigner des ſyzygies pour s'approcher de ſes quadratures, les forces avec leſquelles les deux Aſtres agiſſent ayant des directions qui font un angle entr'elles, elles compoſent une force de plus en plus petite que leur ſomme; d'où réſulte néceſſairement une diminution toujours croiſſante dans l'élévation des eaux de la mer, qui alors

---

la marée doit donc être beaucoup plus petite, & il y a telle latitude où elle ſeroit nulle. Or ces deux marées ſe compenſent néceſſairement, la mer n'ayant pas le temps, de l'une à l'autre, de ſe prêter à toute leur inégalité; & il en réſulte que l'état moyen n'exprime pas toute l'action de la Lune & du Soleil ſur les eaux, & qu'on trouve ces marées plus petites qu'elles ne ſont en effet; ce qui n'arrive pas aux marées équinoxiales.

Il réſulte de ce qu'on vient de dire, que rien n'eſt moins prouvé que l'hypothèſe qui place les plus grandes marées aux nouvelles & pleines Lunes équinoxiales; qu'elles paroiſſent dépendre beaucoup plus de la plus grande ou moindre diſtance de la Lune à la terre; de la proximité du point où ſe fait la ſyzygie au Zenith du lieu où l'on obſerve; de la force & de la direction des vents qui ſouffient alors (*Hiſtoire de l'Académie des ſciences, année 1772, premiere partie. Voyez ſur-tout le Mémoire du Citoyen Lalande, même volume, & ſon Traité du Flux & Reflux*).

ſe fait en un point ſitué entre ceux auxquels répondent les deux Aſtres, plus près de celui des deux Aſtres qui agit le plus fortement.

Ainſi, dans le paſſage de la Lune des ſyzygies aux quadratures, la plus grande élévation des eaux doit ſe faire plus à l'Oueſt de la Lune, en ſorte que la haute mer doit avoir lieu avant les trois heures lunaires; car ſi l'inertie des eaux ne donne la plus grande élévation de la mer que trois heures après le paſſage de la Lune au méridien, la Lune & le Soleil la donnent par leur poſition reſpective, avant le paſſage de la Lune au méridien. Quand la Lune va des quadratures aux ſyzygies, la plus grande élévation doit ſe faire plus à l'Eſt de la Lune, & par conſéquent la haute mer arriver plus tard que les trois heures.

Comme les eaux conſervent quelque temps, par leur inertie, l'impreſſion qu'elles ont reçue, les marées éprouvent toujours quelque retard. Les plus hautes marées ou *Malines*, n'arrivent jamais le jour même où la Lune eſt en ſyzygie, mais un jour & demi ou deux jours après. De même les plus petites marées ou les mortes eaux, n'arrivent pas le jour même où la Lune eſt en quadrature, elles n'ont lieu qu'un ou deux jours après. Mais cet effet n'eſt pas ſeulement dû à l'inertie des eaux, il provient encore de ce que les marées ſont du nombre de ces effets qui ne reçoivent leur augmentation qu'avec le temps, par l'action réitérée de la même cauſe ou du même agent.

Après le flux & le reflux, la mer eſt un peu de temps ſans deſcendre ni monter; cela arrive principalement parce que les eaux tendent à conſerver, par leur inertie, l'état de repos ou d'équilibre où elles ſont parvenues dans le moment de la haute mer & dans celui de la baſſe.

L'action du Soleil ſur les eaux de la mer eſt bien moins forte que celle de la Lune, & les éleve beaucoup moins qu'elle. La raiſon en eſt que quoiqu'il ſoit

incomparablement plus gros que la Lune, l'immenſité de ſa diſtance comparée à celle de la Lune, fait beaucoup plus que compenſer ce qu'elle a en maſſe de moins que cet Aſtre; d'où il réſulte néceſſairement que ſa force pour s'oulever les eaux de la mer eſt moins grande que celle de la Lune.

On conçoit que plus la Lune eſt proche de la terre, plus elle agit fortement ſur les eaux de la mer, plus par conſéquent les marées ſont grandes; elles ſont toujours les plus grandes quand elle eſt dans ſon périgée. Il en eſt de même du Soleil. Auſſi, le Soleil étant un peu plus près de la terre en hiver qu'en été, remarque-t-on qu'en général, les marées du ſolſtice d'hiver ſont plus grandes, toutes choſes égales d'ailleurs, que celles du ſolſtice d'été.

Près des poles, & même à la latitude de 65 degrés, le flux & le reflux ne ſont pas ſenſibles; & l'on voit que cela doit néceſſairement avoir lieu. Car ſuppoſons la Lune conſtamment à l'Equateur, la Lune étant alors à 90 degrés des poles, il n'y aura certainement aux poles ni flux ni reflux. Ainſi dans le voiſinage des poles, & même à une aſſez grande diſtance, le flux & le reflux ſeront peu ſenſibles. A la vérité la Lune n'eſt pas conſtamment dans l'Equateur, mais elle ne s'en éloigne au plus, que de 28 degrés; il n'eſt donc point étonnant que le flux & le reflux ne ſoient pas ſenſibles près des poles, & le ſoient peu à la latitude de 65 degrés.

Suivant M. Daniel Bernouilli, & les autres Géomètres qui ont traité du flux & du reflux de la mer; 1°. l'intervalle d'une marée à l'autre eſt le plus petit dans les ſyzygies, & le plus grand dans les quadratures; 2°. dans les ſyzygies, l'intervalle des marées qui ſe ſuivent, eſt de 24 heures 35 minutes, en ſorte que les marées priment de 14 minutes ſur le mouvement de la Lune; 3°. au contraire, dans les quadratures, les marées ſont de 25 heures 25 minutes, & retardent par conſéquent de 35 minutes ſur le

mouvement de la Lune ; 4°. l'intervalle moyen entre deux marées conſécutives, lequel eſt de 24 heures 49 minutes, n'eſt pas également éloigné des ſyzygies & des quadratures, il eſt beaucoup plus près des quadratures que des ſyzygies ; 5°. les changements dans la hauteur des marées ſont fort petits dans les ſyzygies & dans les quadratures, parce que les marées ſont les plus grandes dans les ſyzygies & les plus petites dans les quadratures, & que des quantités qui paſſent par *le maximum* ou par *le minimum*, croiſſent pour l'ordinaire inſenſiblement avant & après le moment où elles paſſent par cet état ; 6°. les plus grands changements dans la hauteur des marées ſe font plus près des quadratures que des ſyzygies.

Différentes cauſes, telles que les hauts-fonds, le peu de largeur de certains détroits, les vents, les courants irréguliers, la configuration des côtes, &c., influent ſur la hauteur & l'heure des marées, & y introduiſent une grande variété.

Les mers de peu d'étendue, telles que la mer Méditerranée, la mer Caſpienne, la mer Noire, &c., qui ont peu de communications avec l'Océan, ou qui n'en ont aucune, n'ont point de marées ſenſibles ; & c'eſt ce que la théorie explique très-bien : car il réſulte des ſavantes recherches de M. Euler & Daniel Bernouilli, que l'élévation des eaux eſt d'autant plus petite, que la mer a moins d'étendue.

*De l'établiſſement du Port.*

L'établiſſement du Port eſt l'heure de la pleine mer, dans un Port, le jour de la nouvelle ou de la pleine Lune.

Dans les ſyzygies, la mer eſt pleine à la même heure dans le même lieu ; mais l'heure eſt différente dans chaque lieu : de plus, elle change d'un jour à l'autre dans le même. Elle retarde tous les jours à-peu-près de la même quantité dont la Lune retarde ſur le Soleil, quantité dont la valeur moyenne eſt de

48′ 46″ de temps ; en ſorte que ſi la pleine mer retardoit toujours de la même quantité, on auroit l'heure à laquelle elle arrive dans un port, en ajoutant à l'heure à laquelle elle arrive, le jour d'une ſyzygie, autant de fois le retard moyen 49′, qu'il y a de jours écoulés depuis la ſyzygie qui a précédé le jour dont il s'agit ; & c'eſt-là ce que font en effet bien des gens. Mais la pleine mer ne retarde pas toujours de la même quantité ; elle retarde de beaucoup moins vers les ſyzygies que vers les quadratures. Ce moyen de trouver l'heure de la pleine mer ne peut donc qu'être extrêmement fautif, & il a fallu néceſſairement en chercher un autre, où l'on tienne compte des inégalités dont nous parlons. C'eſt à quoi ont parfaitement réuſſi MM. Bouguer & la Caille, en conſtruiſant une table extrêmement commode, qu'on trouvera à la fin de cet ouvrage, laquelle marque, d'une maniere conforme aux obſervations, les retardements des marées ou leurs anticipations par rapport à l'établiſſement, en comptant depuis la phaſe la plus prochaine du jour pour lequel on veut connoître l'heure de la pleine mer.

Avant de faire connoître l'uſage de cette table, nous ne pouvons nous diſpenſer de remarquer qu'il y a quelque incertitude ſur ce qu'on entend par établiſſement ; car on ne fait nullement mention de l'heure à laquelle la Lune eſt en ſyzygie ce jour là. Il eſt cependant très-certain que ce n'eſt point une choſe indifférente ; parce que l'heure de la pleine mer change ſuivant celle à laquelle arrive la ſyzygie. Nous penſons, comme le Citoyen Lalande (*Traité du Flux & du Reflux*), qu'il faudroit convenir de prendre déſormais pour l'établiſſement, l'heure de la pleine mer qui ſuit la ſyzygie qui arrive à midi. En établiſſant cette règle générale, on feroit diſparoître l'incertitude où l'on eſt, ſi l'heure qu'on prend pour l'établiſſement appartient au matin ou au ſoir, fondée principalement ſur ce que, dans certains lieux, on

prend pour l'établiſſement la marée du matin, & que dans d'autres on prend celle du ſoir. Il n'y auroit guere que les premiers qui auroient beſoin qu'on y déterminât l'établiſſement ſuivant la règle preſcrite; car pour les autres, il y a tout lieu de penſer qu'on ſe trouve l'avoir ſuivie, au moins juſqu'à un certain point, par la maniere dont on a probablement déterminé l'établiſſement, en prenant un milieu entre quantité d'obſervations faites indifféremment lorſque la ſyzygie arrivoit avant ou après midi.

Paſſons maintenant à la maniere de trouver par la table citée ci-deſſus, l'heure de la pleine mer, à un jour donné, dans un lieu dont on connoît l'établiſſement. Pour cela, on calculera la phaſe la plus prochaine du jour propoſé; on prendra la différence entre ce jour & l'heure de cette phaſe; on cherchera dans la table la quantité qui répond à cette différence, obſervant ſi le jour propoſé tombe avant ou après la phaſe, & l'on ajoutera cette quantité à l'heure de l'établiſſement, ou on l'en retranchera, ſuivant que cela eſt indiqué par la table, & l'on aura l'heure de la pleine mer.

Suppoſons qu'on demande l'heure de la pleine mer, à Breſt, le 17 Juillet 1082; on cherchera la phaſe la plus prochaine de ce jour-là, on trouvera que cette phaſe eſt une pleine Lune qui arrivera le 14 Juillet, à 19 heures 19′, à Breſt; retranchant du 17, il reſte 2 jours 4 heures 41′; ainſi le 17 Avril tombera 2 jours 4 heures 41′ après la pleine Lune. Je trouve dans la table, que la quantité qui répond à ce nombre de jours, d'heures & de minutes après la pleine Lune, eſt une heure 16′ qu'il faut ajouter à l'établiſſement qui, à Breſt, eſt 3 heures 15′, ce qui donne 4 heures 31′ pour l'heure de la pleine mer, le 17, qu'on ne peut toutefois conſidérer que comme approchée. Pour l'avoir plus exactement, je retranche l'heure de la phaſe, de 17 jours 4 heures 31′, ce qui me donne pour reſte, 2 jours 9 heures 12′, inter-

valle auquel répond, dans la table, 1 heure 24′, qui, ajoutées à l'heure de l'établiſſement, donnent 4 heures 39′ pour l'heure de la pleine mer.

Si je veux avoir la pleine mer du matin, je retranche 12 heures de l'heure trouvée pour celle de l'après midi; du reſte 16 jours $16^h$ 39′, je retranche l'heure de la phaſe, il reſte 1 jour $21^h$ 20′; je cherche dans la table la quantité qui répond à cette différence, je trouve 1 heure 7′, qui ajoutées à l'heure de l'établiſſement, donnent 4 heures 22′ pour l'heure de la pleine mer du matin.

On demande l'heure de la pleine mer, à Rochefort, le 10 Septembre 1804. La phaſe la plus prochaine eſt un premier quartier qui arrivera le 11, à 13 heures 57′. Le 10 arrivera donc un jour 13 heures 57′ avant. Avec cette différence on trouve dans la table $3^h$ 40′; les ajoutant à l'établiſſement du port, $4^h$ 15′, on aura $7^h$ 55′ pour l'heure approchée de la pleine mer. Retranchant 10 jours $7^h$ 55′ de l'heure de la phaſe, il reſtera 1 jour $6^h$ 2′, différence à laquelle répondent $3^h$ 56′, qui ajoutées à l'heure de l'établiſſement, donnent $8^h$ 11′ pour l'heure de la pleine mer, à Rochefort, le 10 Septembre 1804.

Au reſte, il ne faut pas s'attendre que le calcul s'accorde toujours avec l'obſervation. Les vents peuvent changer conſidérablement l'heure & la quantité des marées. De plus, quand les marées ſont fort grandes, la pleine mer arrive de meilleure heure & anticipe ſur le calcul; & quand les marées ſont fort petites, la pleine mer arrive plus tard & retarde ſur le calcul. Comme cela eſt général, peut-être faudroit-il employer une équation pour corriger le temps des marées, ſuivant qu'elles doivent être grandes ou petites (*Mémoire de l'Académie des ſciences, an* 1714).

On peut avec la même table trouver l'établiſſement d'un port, au moyen d'une obſervation de la pleine mer, faite dans ce port. On n'aura qu'à chercher le temps de la phaſe la plus prochaine du jour de

l'obſervation; prendre la différence entre ce temps & celui de l'obſervation; & ajouter à l'heure de l'obſervation la quantité qui, dans la table, répond à cette différence, ou l'en retrancher, ſuivant que l'équation eſt marquée ſouſtractive ou additive: on aura l'heure de l'établiſſement.

On a obſervé à Amſterdam la pleire mer, le 29 Avril 1784, à $11^h\ 15'$ du ſoir. Je cherche la phaſe la plus prochaine de ce jour-là; je trouve que c'eſt le premier quartier, qui eſt arrivé le 26, à $23^h\ 53'$; la différence 2 jours 11 heures 22′ me donne, dans la table, 8 heures 12′ que je retranche de $11^h\ 15'$, parce que cette équation eſt marquée additive, & j'ai l'établiſſement, à Amſterdam, à $3^h\ 3'$.

Le 15 Novembre 1803, étant par 40° 50′ de longitude à l'Eſt de Paris, on trouve la mer pleine à $7^h\ 30'$; on demande l'établiſſement du lieu. La phaſe la plus prochaine eſt une nouvelle Lune, qui doit arriver le 13, à $16^h\ 12'$; avec la différence 1 jour $7^h\ 48'$ entre le 15 & le temps de cette phaſe, on trouve 47′ qu'il faut retrancher de l'heure de l'obſervation, & l'on a $6^h\ 43'$ pour l'heure de l'établiſſement.

---

Comme on ne peut ſe diſſimuler que l'explication donnée ci-deſſus du flux & du reflux, eſt très-inſuffiſante, nous croyons devoir y ſuppléer par la théorie ſuivante de ces ſortes de mouvements.

Il s'agit d'abord de déterminer la diſtance d'un point quelconque de la ſurface d'un ſphéroïde elliptique, très-peu différent d'une ſphère au centre de ce ſphéroïde. On voit que la queſtion conſiſte à déterminer la diſtance d'un point quelconque d'une ellipſe peu différente d'un cercle au centre de cette ellipſe.

Soit donc $ABCD$ (*Fig.* 43) cette ellipſe, $C$ ſon centre, $AB$ & $DE$ ſes deux axes; menant la droite $MC$ d'un point quelconque $M$ au centre, il s'agit de trouver cette droite. Soit menée $MP$ perpendiculaire ſur l'axe $AB$ & la normale $MN$.

Par la nature de l'ellipſe, $PN = \frac{CD^2}{AC^2}.\ CP$, & $CP^2 = \frac{AC^2}{CD^2}$

$(CD^2 - MP^2)$. Donc $PN^2 = \frac{CD^4 - CD^2 . MP^2}{AC^2}$;

donc

$$MN^2 = \frac{CD^4 + (AC^2 - CD^2)\, MP^2}{AC^2}.$$

Soient $CD = a$, $AC = a + \epsilon$, $MP = y$. Dans la ſuppoſition que l'ellipſe differe très-peu du cercle, on aura, en négligeant les puiſſances de $\epsilon$,

$$MN^2 = aa - 2a\epsilon + \frac{2\epsilon y^2}{a}.$$

Nommant $n$ l'angle $MNP$, on a $y = MN.$ ſin. $n$; ſubſtituant, on aura $MN^2 \left(1 - \frac{2\epsilon}{a} \text{ ſin. } n^2\right) = a^2 - 2a\epsilon$;

donc $MN^2 = a^2 - 2a\epsilon + 2a\epsilon$ ſin. $n^2$, &

$$MN = a - \epsilon + \epsilon \text{ ſin. } n^2.$$

Or $PM^2 = MN^2$ ſin. $n^2 = a^2$ ſin. $n^2 - 2a\epsilon(1 - \text{ſin. } n^2)$ ſin. $n^2$;

& $CP^2 = \frac{(a+\epsilon)^2}{a^2}\left((a^2 + 2a\epsilon \text{ ſin. } n^2)(1 - \text{ſin. } n^2)\right)$, donc

$CM^2 = PM^2 + CP^2 = a^2 + 2a\epsilon(1 - \text{ſin. } n^2)$, & enfin

$$CM = a + \epsilon(1 - \text{ſin. } n^2) = a + \epsilon \text{ coſ. } n^2.$$

Maintenant la premiere choſe que nous avons à faire, eſt de trouver l'attraction qu'exerce un ſphéroïde homogène peu différent d'une ſphere, engendré par la révolution d'une demi-ellipſe autour de ſon grand axe ſur un corpuſcule ſitué à un des poles ou extrémités de cet axe, en ſuppoſant que les parties de ce ſphéroïde attirent avec des forces réciproquement proportionnelles aux carrés des diſtances.

Soit le corpuſcule au pole $A$ (*Fig.* 44) du ſphéroïde. Il eſt évident que l'attraction qu'exerce le ſphéroïde, eſt égale à celle de la ſphere qui a pour diamètre ſon grand axe moins celle du ménifque engendré par l'eſpace curviligne $AKDB$, qui eſt la différence entre la demi-ellipſe génératrice & la moitié correſpondante du cercle qui engendre la ſphere dont il s'agit. Cherchons l'attraction du ménifque.

Soit $MP$ perpendiculaire ſur le grand axe $AB$, qui rencontre l'ellipſe génératrice en $m$, & ſoit menée $AM$. Soit le demi-petit axe $CD = a$, la moitié du grand $AC = a + \epsilon$, $\epsilon$ étant par la ſuppoſition une quantité très-petite; ſoit $AP = x$, & $PM = y$. Repréſentons le rapport du rayon à la circonférence par celui de 1 à $p$. La ſolidité de la ſphere $= \frac{4}{3} p (a + \epsilon)^3$, & celle du ſphéroïde $= \frac{4}{3} p (a + \epsilon)^2 a$; ainſi celle du ménifque $= \frac{4}{3} p \epsilon (a + \epsilon)^2$.

Si l'on conçoit la ſphere diviſée en tranches élémentaires perpendiculaires à $AB$, il eſt évident que ces tranches ſont aux

parties de ces tranches, qui ſont les éléments du ménisque, comme la ſolidité de la ſphere eſt à celle du ménisque. Une tranche de la ſphere étant $= \frac{1}{2} p\, y^2\, dx$, on trouvera donc que la tranche correſpondante du ménisque, $= \frac{p\, \mathcal{C}\, y^2\, dx}{2(a+\mathcal{C})}$; mettant à la place de $y^2$, ſa valeur $2(a+\mathcal{C})x - x^2$, & multipliant par la denſité, que nous repréſenterons par $D$, on aura

$$\frac{p\, \mathcal{C}\, D\, dx\, (2(a+\mathcal{C})x - xx)}{2(a+\mathcal{C})},$$

pour la maſſe du petit élément du ménisque. Regardant le point $A$ comme également éloigné de tous les points de cet élément, & ſa diſtance comme égale à $AM = \sqrt{2(a+\mathcal{C})x}$, on aura

$$\frac{p\, \mathcal{C}\, D\, dx\, (2(a+\mathcal{C})x - xx)}{4(a+\mathcal{C})^2 x},$$

pour l'attraction qu'exercent toutes les particules de cet élément, ſuivant des directions telles que $AM$. Multipliant par $\frac{AP}{AM}$, on aura

$$\frac{p\, \mathcal{C}\, D\, dx\, (2(a+\mathcal{C})x - xx)}{4(a+\mathcal{C})^2 \sqrt{2(a+\mathcal{C})x}},$$

pour l'attraction ſuivant $AC$ qu'exerce l'élément dont il s'agit; prenant l'intégrale, on aura

$$\frac{p\, \mathcal{C}\, D}{2(a+\mathcal{C})^2 \sqrt{2(a+\mathcal{C})}} \left(\tfrac{2}{3}(a+\mathcal{C})x - \tfrac{1}{5}x^2\right)\sqrt{x}.$$

pour l'attraction de la portion du ménisque, compriſe entre $A$ & $M\,m'$, ſur le corpuſcule. Faiſant $x = 2a + 2\mathcal{C}$, on aura enfin $\frac{4}{15} p\, \mathcal{C}\, D$, pour l'attraction qu'exerce le ménisque entier ſur le corpuſcule.

La ſolidité de la ſphere étant $= \frac{2}{3} p\, (a+\mathcal{C})^3$, & par conſéquent ſa maſſe $= \frac{2}{3} p\, D\, (a+\mathcal{C})^3$, l'attraction qu'elle exerce $= \frac{2}{3} p\, D\, (a+\mathcal{C})$. Retranchant donc l'attraction du ménisque, on aura

$$\tfrac{2}{3} p\, D\, a + \tfrac{2}{15} p\, D\, \mathcal{C},$$

pour l'attraction que le ſphéroïde exerce ſur le corpuſcule placé à ſon pole $A$.

Nous avons enſuite à trouver l'attraction du même ſphéroïde ſur un corpuſcule placé à ſa ſurface ſur l'Équateur.

Il eſt évident que l'attraction du ſphéroïde eſt égale à celle de la ſphere qui a pour diamètre ſon petit axe, plus à celle du ſolide qui eſt l'excès du ſphéroïde ſur cette ſphere, & forme un double ménisque. Ainſi tout ſe réduit à trouver l'attraction de ce double ménisque.

Soit (*Fig.* 44) le corpuſcule au point $D$ de l'Equateur. Suppoſons le double ménifque diviſé en tranches élémentaires par des plans perpendiculaires au petit axe $DE$ du ſphéroïde. Suppoſons que $NN'$ repréſente un de ces plans, lequel rencontre en $n$ & $n'$ le cercle générateur $aDbE$ de la ſphere, & que $NnN'n'$ repréſente la ſection du double ménifque, formée par ce plan. Soit menée $Dn$; & ſoient $DR = x$ & $nR = y$. La tranche élémentaire du double ménifque, dont une des faces eſt la ſection $Nn\,N'n'$, étant de même forme que l'eſpace eurviligne, compris entre le cercle & l'ellipſe, eſt égale à $\frac{p\mathcal{C}yy\,dx}{2a} = \frac{p\mathcal{C}}{2a}(2ax - xx)\,dx$. Regardant le corpuſcule ſitué en $D$, comme étant éloigné de tous les points de cette tranche, de la même quantité $Dn = \sqrt{2ax}$, on aura

$$\frac{p\mathcal{C}D(2ax - xx)\,dx}{4a^2x},$$

pour l'attraction qu'exercent toutes les parties de cet élément ſur le corpuſcule, ſuivant des directions telles que $Dn$. Multipliant par $\frac{DR}{Dn}$, on aura

$$\frac{p\mathcal{C}D(2ax - xx)\,dx}{4a^2\sqrt{2ax}},$$

pour l'attraction de cet élément, ſuivant $DC$. Prenant l'intégrale, on aura

$$\frac{p\mathcal{C}D}{2a^2\sqrt{2a}} \cdot (\tfrac{2}{3}ax - \tfrac{1}{5}xx)\sqrt{x},$$

pour l'attraction de la portion du double ménifque, compriſe entre le point $D$ & le plan $NN'$. Faiſant $x = 2a$, on aura $\frac{4}{15}p\mathcal{C}D$ pour l'attraction entiere du double ménifque. Lui ajoutant l'attraction de la ſphere, qui eſt $\frac{2}{3}pDa$, on aura enfin

$$\tfrac{2}{3}pDa + \tfrac{4}{15}pD\mathcal{C},$$

pour l'attraction qu'exerce le ſphéroïde, laquelle ſe fait ſuivant $DC$, ſur le corpuſcule placé en $D$.

Soient menées d'un point $M$ (*Fig* 43) de la ſurface du ſphéroïde, des perpendiculaires $MP$ & $MR$, ſur les axes $AB$ & $DE$; la force qu'éprouve le point $M$, ſuivant $MP$, eſt égale à celle avec laquelle le point $R$ eſt attiré vers le centre $C$ du ſphéroide; & la force qu'éprouve le point $M$, ſuivant $MR$, eſt égale à celle avec laquelle le point $P$ eſt attiré vers ce centre. Ce théorême eſt de Maclaurin. Comme, en allant de la ſurface au centre, la force attractive diminue en raiſon de la diſtance, la force qu'éprouve le point $M$, perpendiculairement à $AB$, eſt

proportionnelle à $RC$ ou à $MP$, & celle qu'il éprouve perpendiculairement à $DE$, eſt proportionnelle à $PC$ ou à $MR$. Delà il ſuit que l'attraction au pole $A$, étant $= \frac{2}{3} p a + \frac{2}{15} p C$, repréſentant la denſité par l'unité, l'attraction qu'éprouve un corpuſcule placé en un point quelconque $M$, ſelon $MR$, $= (\frac{2}{3} p a + \frac{2}{15} p C) . \frac{MR}{a+C} = (\frac{2}{3} p a - \frac{2}{15} p C) . \frac{MR}{a}$, à très-peu près ; & que l'attraction à l'Équateur étant $= (\frac{2}{3} p a + \frac{4}{15} p C)$, l'attraction qui a lieu, ſuivant $MP$, $= (\frac{2}{3} p a + \frac{4}{15} p C) . \frac{MP}{a}$.

Si l'on prend $\frac{2}{3} p a + \frac{4}{15} p C - \frac{4}{5} p C$, au lieu de $\frac{2}{3} p a - \frac{2}{15} p C$, on pourra regarder la force qu'éprouve le corpuſcule $M$, ſuivant $MR$, comme compoſée de deux forces, l'une $= (\frac{2}{3} p a + \frac{4}{15} p C) . \frac{MR}{a}$, qui agit de $M$ en $R$, & l'autre $= \frac{4}{5} p C . \frac{MR}{a}$, qui agit en ſens contraire, ainſi que l'indique le ſigne de ſon expreſſion, & eſt repréſentée par une partie $MF$ de $RM$ prolongée. La force $(\frac{2}{3} p a + \frac{4}{15} p C) . \frac{MR}{a}$, ſuivant $MR$, & la force $(\frac{2}{3} p a + \frac{4}{15} p C) . \frac{MP}{a}$, ſuivant $MP$, compoſeront la force

$$(\tfrac{2}{3} p a + \tfrac{4}{15} p C) . \frac{MC}{a},$$

dirigée ſuivant $MC$, ou l'attraction qu'exerce le ſphéroïde ſur le corpuſcule ſuppoſé en $M$, ſuivant cette direction.

Suppoſons qu'un corps $M$ (*Fig.* 45), qui tourne autour du corps $C$, eſt attiré par un corps éloigné $S$, ſitué dans le plan de l'orbite de ce corps, nous avons à trouver les forces que ce corps éprouve de la part du corps $S$, parallelement à $CS$ & ſuivant $MC$. Soit menée $MP$ perpendiculaire à $CS$. Il réſulte de la force ſuivant $SM$, une force ſuivant $SC$, égale à $\frac{SC}{SM^3}$. La force que le corps $M$ éprouve parallement à $SC$, eſt donc $= \frac{SC}{SM^3} - \frac{1}{SC^2}$. Mais ſuppoſant que le corps $S$ ſoit à une diſtance extrêmement grande de $C$ & de $M$, on pourra ſuppoſer $SM^3 = (SC^2 + CM^2 - 2 SC . CP)^{\frac{3}{2}} = SC^3 - 3 SC^2 . CP$ ; on aura donc $\frac{1}{SM^3} = \frac{1}{SC^3} + \frac{3 CP}{SC^4}$. Donc la force qu'éprouve le corps

$M$,

$M$, parallelement à $CS$, $= \frac{3\,CP}{SC^3}$, en ſorte que ſi l'on mene $CD$ perpendiculaire à $CS$, & $MR$ perpendiculaire à $CD$, cette force qui tend de $R$ en $M$, eſt proportionnelle au triple de la diſtance du corps $M$ à la droite $CD$ perpendiculaire à $SC$. Quant à la force ſuivant $MC$, elle eſt égale à $\frac{CM}{SC^3}$.

Cette derniere force eſt à la force $\frac{1}{SC^2}$ que le corps $C$ éprouve de la part du corps $S$, comme $CM$ eſt à $SC$. Suppoſons que pendant que le corps $M$ tourne autour du corps $C$, celui-ci tourne autour du corps $S$, & que les orbites ſoient circulaires ou à-peu-près circulaires. Suppoſons auſſi que les temps périodiques de $M$ autour de $C$ & de $C$ autour de $S$, ſoient entr'eux comme $q$ eſt à 1. Les forces centrales étant entr'elles comme les rayons des cercles, diviſés par les carrés des temps périodiques, la peſanteur du corps $C$ vers $S$, eſt à la peſanteur du corps $M$ vers $C$, comme $q^2$. $SC$ eſt à $CM$. Donc la force perturbatrice $\frac{CM}{SC^3}$ eſt à la peſanteur $\frac{m}{CM^2}$ de $M$ vers $C$, déſignant par $m$ la maſſe du corps $C$, comme $q^2$ eſt à 1.

Suppoſons que $S$ ſoit le Soleil, $C$ la Terre, $M$ la Lune. Le temps périodique de la Lune autour de la Terre eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes, & l'année ſidérale eſt de 365 jours 6 heures 9 minutes, en ſorte qu'on a, à très-peu-près, $1 : q^2 :: 178{,}725 : 1$. Ainſi la peſanteur de la Lune vers la Terre, à une diſtance moyenne, ſera à la force $\frac{CM}{SC^3}$, que le Soleil exerce ſur la Lune, dans la direction du rayon vecteur de l'orbite lunaire, comme 178,725 eſt à 1 : il eſt à remarquer que la premiere de ces forces varie dans le rapport inverſe du carré de la diſtance, & la ſeconde dans le rapport de la ſimple diſtance.

Soit une ſphere homogène, recouverte d'une couche peu épaiſſe d'un fluide d'une denſité différente, dont les parties ſont attirées par la Lune ou le Soleil ; le fluide prendra la figure d'un ſphéroïde allongé, dont le grand axe ſera dirigé vers l'Aſtre.

Concevons que le fluide prenne la forme d'un ſphéroïde allongé $ADBE$ (*Fig.* 43), dont $AB$ repréſente le grand axe ſur le prolongement duquel l'Aſtre ſe trouve. Soit le demi-petit axe $CD$ du ſphéroïde $= a$, & le demi-grand axe $CA = a + c$,

$C$ ne pouvant être qu'une quantité très-petite. Ayant mené d'un point $M$, tel qu'on voudra, d'une ſection quelconque $ADBE$ paſſant par l'axe $AB$, $MP$ perpendiculaire ſur $AB$, $MR$ perpendiculaire ſur $DE$, & $MN$ perpendiculaire à l'éllipſe ; la ſous-normale $PN$ étant $= \frac{CD^2}{CA^2}. CP$, on aura $AC^2 : AC^2 - CD^2 :: CP : CN$, d'où l'on tirera $CN = \frac{2C. MR}{a}$, à très-peu-près. Si la force dirigée ſuivant $MC$ eſt à la force ſuivant $MF$, comme $CM$ eſt à $CN$, ou en prenant $a$ pour $CM$, comme $a$ eſt à $\frac{2C. MR}{a}$, ou comme $a^2$ eſt à $2C. MR$, ayant achevé le parallélogramme $MCNF$, la force compoſée de ces deux forces ſera dirigée ſuivant la normale $MN$ de la ſection $ADBE$ ; & la même choſe ayant lieu pour toutes les ſections paſſant par l'axe $AB$, il eſt évident que le fluide ſera en équilibre.

Suppoſons d'abord le fluide & la ſphere de même denſité. La force dirigée de $M$ vers $C$, & la force dirigée de $M$ vers $F$, ſeront entr'elles comme $\frac{2}{3} pa + \frac{4}{15} pC$ eſt à $\frac{4}{3} pC. \frac{MR}{a}$, ou, à-peu-près, comme $\frac{2}{3} pa$ eſt à $\frac{4}{3} pC. \frac{MR}{a}$. Si l'on ſuppoſe à préſent la denſité de la ſphere, différente de celle du fluide, & que ſa denſité ſoit à celle du fluide comme $1 + D$ eſt à $1$, le rapport des mêmes forces ſera alors celui de $\frac{2}{3} p (1 + D) a$ à $\frac{4}{3} pC. \frac{MR}{a}$. Suppoſons que la force de la gravité en $D$, à l'Equateur, ſoit à celle que l'Aſtre exerce au même point, comme $g$ eſt à $f$, la force de l'Aſtre ſur ce point, qui ſeroit $= \frac{2}{3} pa. \frac{f}{g}$, ſera $= \frac{2}{3} p (1 + D) a. \frac{f}{g}$, en ayant égard à la denſité de la ſphere ; & la force de cet Aſtre ſur le point $M$, pour écarter $M$ de $CD$, étant proportionnelle à $3 MR$, ſera $= \frac{2}{3} p (1 + D) a. \frac{3f. MR}{ag}$. La force totale pour écarter $M$ de $CD$, ſera donc

$$\frac{4}{3} pC. \frac{MR}{a} + \frac{2}{3} p (1 + D) a. \frac{3f. MR}{ag}.$$

Ainſi la force avec laquelle le point $M$ eſt attiré vers le centre

$C$ du ſphéroïde, eſt à la force qui tend à l'éloigner de $CD$, comme $\frac{2}{3} p\,(1+D)\,a$ eſt à $\frac{4}{3} p\,C.\,\frac{MR}{a} + \frac{2}{3} p\,(1+D)\,a.\,\frac{3f.MR}{ag}$, ou comme $1+D$ eſt à $\frac{4}{3} C.\,\frac{RM}{a^2} + (1+D).\,\frac{3f.RM}{ag}$.

Ces forces devant être, pour l'équilibre, dans ce rapport de $a^2$ à $2C.MR$, on tirera de la proportion qui en réſulte,

$$\frac{C}{a} = \frac{3f\,(1+D)}{2g\,(\frac{2}{3}+D)}.$$

Au lieu de ſuppoſer la terre ſphérique, rien n'eût empêché de la conſidérer ſous ſa vraie figure, c'eſt-à-dire, formant un ſphéroïde très-peu différent d'une ſphere. Mais comme ſon applatiſſement n'eſt que d'un trois cent trente quatrieme, on peut très-bien ſe permettre de la conſidérer ici comme ſphérique.

Faiſant abſtraction de la petite différence que le mouvement diurne occaſionne dans les demi-axes, on a donc pour la différence des deux demi-axes du ſphéroïde, ou pour la hauteur du flux, produite ſoit par le Soleil, ſoit par la Lune,

$$\frac{C}{a} = \frac{3f}{g}.\,\frac{1+D}{\frac{2}{3}+2D}.$$

Il reſte à trouver le rapport de la force $f$ du Soleil, à la force $g$ de la peſanteur à la ſurface de la terre.

On a vu ci-deſſus que la peſanteur de la Lune vers la terre, eſt à la force qu'elle éprouve de la part du Soleil, dans la direction du rayon vecteur, à une diſtance moyenne, comme 178,725 eſt à 1; la premiere de ces forces augmentant en approchant de la terre, en raiſon inverſe du carré de la diſtance, & la ſeconde diminuant dans le rapport de la ſimple diſtance, la force $g$ de la gravité à la ſurface de la terre, eſt à la force $f$ du Soleil, comme 178,725. 3600. 60 eſt à 1, ou comme 38604600 à 1. On a donc $\frac{f}{g} = \frac{1}{38604600}$.

Si l'on ſuppoſe la terre & la mer de même denſité, en ſorte que $D$, qui déſigne la différence de leurs denſités, ſoit $= 0$, on aura $\frac{C}{a} = \frac{15f}{4g}$. Si donc on ſuppoſe le rayon $a$ de la terre $=$ 19638050 pieds, on trouvera que la force du Soleil éleve les eaux de la mer d'environ un pied onze pouces. Si donc on ſuppoſe que la force du Soleil ſoit à la force de la Lune, à-peu-près, comme 2 eſt à 5, ainſi qu'on le déduit de la préceſſion

des équinoxes & de la nutation de l'axe de la terre ; on trouve que l'élévation des eaux, due à l'action de la Lune, pourroit être de 4 pieds 9 pouces.

Si l'on ſuppoſe la denſité de la terre cinq fois plus grande que celle de la mer, c'eſt-à-dire, $D = \frac{1}{5}$, la hauteur du flux, abſtraction faite de l'inertie des eaux, ſera $= \frac{3f}{g}$. On trouve alors dans cette hypotheſe aſſez fondée, que la hauteur du flux, due à la force du Soleil, eſt d'un pied ſix pouces quatre cinquiemes, & que l'élévation des eaux, produite par l'action de la Lune, eſt de trois pieds dix pouces ; ces deux Aſtres élevent donc, par leur action réunie, les eaux de la mer d'environ cinq pieds quatre pouces.

On obtiendra encore les mêmes réſultats, du moins à très-peu-près, ſi l'on ſuppoſe que la denſité de la terre eſt à celle de l'eau, comme $5\frac{5}{6}$ eſt à 1, ainſi qu'il réſulte des expériences faites récemment par Cavendish, ſur l'attraction des corps terreſtres.

Il faut obſerver que les eaux de la mer conſervent pendant long-temps, par leur inertie, l'impreſſion qu'elles ont reçue, que par conſéquent elles dépaſſent les limites qu'exigeroit leur équilibre, en conſéquence de l'action des forces qui les agitent ; ainſi la hauteur du flux doit être plus grande dans les mers libres & vaſtes, que celle qui réſulte des forces du Soleil & de la Lune.

Suppoſons qu'ayant la diſtance angulaire du Soleil & de la Lune, on veut déterminer en quel lieu la mer s'élevera le plus.

Soit le Soleil ſur le prolongement du rayon $CA$ (*Fig.* 46) ; repréſentant par $a$ le rayon moyen de la terre, ſoit $\zeta$ la différence des deux demi-axes du ſphéroïde que formeroient les eaux de la mer par l'action ſeule du Soleil ; la diſtance d'un point quelconque $M$ de la ſurface du ſphéroïde au centre, ſeroit $= a + \zeta$ cof. $ACM = a + \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{2}\zeta$ cof. 2 $ACM$.

Soit de même $\gamma$ la différence des demi-axes du ſphéroïde que formeroient les eaux de la mer, par l'action ſeule de la Lune, & ſoit la Lune ſur le prolongement de $CF$, la diſtance d'un point quelconque $M$ de la ſurface du ſphéroïde au centre, ſeroit $= a + \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{2}\gamma$ cof. 2 $FCM$. Mais vu la petiteſſe de ces forces, elles peuvent être cenſées produire, en agiſſant enſemble, le même effet qu'elles produiroient ſéparement. Donc ces forces agiſſant enſemble, la hauteur du flux en un lieu quelconque $M$, ſera $= \frac{1}{2}(\gamma + \zeta) + \frac{1}{2}\gamma$ cof. 2 $FCM + \frac{1}{2}\zeta$ cof. 2 $ACM$, & il eſt évident qu'à l'endroit où le plus grand flux aura lieu, la quantité $\frac{1}{2}\gamma$ cof. 2 $FCM + \frac{1}{2}\zeta$ cof. 2 $ACM$, deviendra la plus grande.

Soit l'angle $ACM = n$, & l'angle $FCM = h$.

Puis donc qu'au lieu du plus grand flux $\frac{1}{2}\gamma$ cof. 2 $h + \frac{1}{2}\zeta$ cof. 2 $n$, eſt un *maximum*, on aura $\gamma\, dh$ ſin. 2 $h - \zeta\, dn$ ſin. 2 $n$

$= 0$, l'un de ces angles augmentant tandis que l'autre diminue. Suppoſons que l'accroiſſement de l'un des deux angles ſoit égal à la diminution de l'autre; à cauſe de $dh = dn$, on aura

$$\frac{\gamma}{c} = \frac{\text{ſin. } 2n}{\text{ſin. } 2h} = \frac{\text{ſin. } n. \text{ cof. } n}{\text{ſin. } h. \text{ cof. } h}.$$

Soit l'angle $ACF = m$. On aura ſin. $ACM =$ ſin. $m$ cof. $h -$ cof. $m$ ſin. $h$, & cof. $ACM =$ cof. $m$ cof. $h +$ ſin. $m$ ſin. $h$. On aura donc

$$\frac{\gamma}{c} = \left(\frac{\text{ſin. } m \text{ cof. } h}{\text{ſin. } h} - \text{cof. } m\right)\left(\frac{\text{ſin. } m \text{ ſin. } h}{\text{cof. } h} + \text{cof. } m\right)$$

équation qui devient

$$\left(\frac{\text{ſin } m}{\text{cof. } m} - \frac{\text{cof. } m}{\text{ſin. } m} - \frac{\gamma}{c \text{ ſin. } m \text{ cof. } m}\right)\text{cof. } h \text{ ſin. } h = 2 \text{ ſin. } h^2 - 1.$$

Soit $\frac{\text{ſin. } m}{\text{cof. } m} - \frac{\text{cof. } m}{\text{ſin. } m} - \frac{\gamma}{c \text{ ſin. } m \text{ cof. } m} = k$; on aura l'équation

$k^2$ ſin. $h^2 - k^2$ ſin. $h^4 = 4$ ſin. $h^4 - 4$ ſin. $h^2 + 1$,

laquelle donne

$$\text{ſin. } h = \pm\sqrt{\left(\tfrac{1}{2} \pm \frac{k}{2\sqrt{(k^2+4)}}\right)}.$$

L'angle $FCA$ étant donné, on pourra toujours aſſigner, au moyen de cette expreſſion, les deux points diamétralement oppoſés où le plus grand flux aura lieu, par les forces réunies du Soleil & de la Lune, ainſi que les deux points éloignés de ceux-là, de 90 degrés, où arrivera le plus grand reflux. Les deux premiers ſeront déſignés par le double ſigne qui eſt en tête de l'expreſſion, & les deux autres par le double ſigne renfermé dans cette expreſſion; car ſi le ſinus d'un angle eſt

$$\sqrt{\left(\tfrac{1}{2} + \frac{k}{2\sqrt{(k^2+4)}}\right)}, \text{ ſon cof. eſt } \sqrt{\left(\tfrac{1}{2} - \frac{k}{2\sqrt{(k^2+4)}}\right)}.$$

Si l'angle $ACF$ eſt aigu, le lieu $M$, où arrivera le plus grand flux, ſera entre $A$ & $F$; ſi cet angle eſt droit, c'eſt-à-dire, ſi la Lune eſt en quadrature, le point $M$ tombera en $F$, & tandis que la Lune y élevera les eaux de la mer, le Soleil les y abaiſſera, de même que la Lune les abaiſſera là où le Soleil les élevera. Si enfin l'angle $ACF$ eſt plus grand que 90 degrés, s'il devient, par exemple, l'angle $ACF'$, les deux points du plus grand flux tomberont entre $D$ & $B$ & entre $A$ & $E$, en ſorte que dans le paſſage des quadratures aux ſyzygies, les lieux où arrivera le plus grand flux ſeront au-dela de $D$, du côté de $B$, & au-dela de $A$, du côté de $E$.

Comme il s'écoule 29 jours & demi environ, entre deux con-

jonctions ; que chaque jour la Lune s'éloigne du Soleil d'environ 49′, qu'enfin il s'écoule 24ʰ 49′ entre deux paſſages conſécutifs de la Lune au méridien ; près des ſyzygies, & quand la Lune vient à s'en éloigner, le plus grand flux ſuivra le paſſage du Soleil au méridien & précédera celui de la Lune à ce cercle, & dans le temps des quadratures il ſuivra le paſſage de la Lune ; après les ſyzygies, l'intervalle entre deux flux qui ſe ſuivent d'un jour à l'autre, ſera plus petit qu'un jour lunaire, & après les quadratures il ſera plus grand.

Suppoſons à préſent qu'ayant le rapport des forces du Soleil & de la Lune, on veuille connoître le plus grand retard du flux, & la diſtance angulaire de la Lune & du Soleil, qui y répond.

On a vu que le lieu $M$ (*Fig.* 46) du plus grand flux diviſe l'angle $FCA$, de maniere que l'on a ſin. $2FCM = \frac{c}{\gamma}$ ſin. $2ACM$. Or ſin. $2ACM$ eſt le plus grand, quand l'angle $ACM$ eſt de 45 degrés, ou quand ſin. $ACM$ ou ſin. $n = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ; $\frac{c}{\gamma}$ eſt donc la valeur la plus grande de ſin. $2FCM$. Puis donc qu'on a ſin. $2FCM = 2$ ſin. $h$ cof. $h = \frac{c}{\gamma}$, dans le cas où l'angle $FCM$ eſt le plus grand, on aura $4$ ſin. $h^4 - 4$ ſin. $h^2 = -\frac{c^2}{\gamma^2}$, d'où l'on tire

$$\text{ſin. } h = \pm\sqrt{\left(\tfrac{1}{2} \pm \frac{1}{2\gamma}\sqrt{(\gamma^2 - c^2)}\right)}.$$

Or, ayant fait ſin. $ACM =$ cof. $ACM = \sqrt{\frac{1}{2}}$, ſin. $FCM = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2\gamma}\sqrt{(\gamma^2 - c^2)}\right)}$ ; cof. $FCM = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{2\gamma}\sqrt{(\gamma^2 - c^2)}\right)}$, comme ſin. $m$ ou ſin. $ACF =$ ſin. $FCM$ cof. $ACM +$ cof. $FCM$ ſin. $ACM = ($ſin. $FCM +$ cof. $FCM)\sqrt{\frac{1}{2}}$, à cauſe que ſin. $ACM =$ cof. $ACM = \sqrt{\frac{1}{2}}$, on aura $2$ ſin. $m^2 = 1 + 2$ ſin. $FCM$ cof. $FCM = 1 + 2\sqrt{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4\gamma^2}(\gamma^2 - c^2)\right)}$, & par conſéquent ſin. $m$, ou ſinus de la diſtance angulaire $FCA$, qui répondra à la plus grand diſtance du flux au Soleil & à la Lune, ſera $= \sqrt{\frac{\gamma + c}{2\gamma}}$ & cof. $m = \sqrt{\frac{\gamma - c}{2\gamma}}$.

L'angle $ACM$ du plus grand retard du flux après le paſſage du Soleil au méridien, en n'ayant égard qu'aux forces perturbatrices, ſera de 45 degrés ; & comme les forces du Soleil & de la Lune ſont entr'elles à-peu-près comme 2 à 5, le ſinus du plus grand angle $FCA$ ſera $= \sqrt{\frac{7}{10}} = 0{,}8366$, en ſorte que cet angle eſt de 56° 47′, dont retranchant 45°, on trouvera que l'angle $FCM$ de la plus grande diſtance du flux à la Lune, ſera de 11° 47′.

Comme, par leur inertie, les fluides, quelle que ſoit l'impulſion reçue, dépaſſent toujours les limites de l'équilibre, le retard du plus grand flux pourra être plus conſidérable ; c'eſt auſſi par la même cauſe que les forces du Soleil & de la Lune étant conſpirantes, le plus grand flux arrive deux ou trois heures après midi & après minuit, & que dans chaque mois il arrive deux ou trois jours après la ſyzygie.

Il ſera facile de trouver le temps pendant lequel l'angle $FCM$ eſt parcouru. On trouvera 3 heures pour l'angle de 45°, & 47′ environ pour l'angle de 11° 47′ ; c'eſt-à-dire que la plus grande diſtance du flux aura lieu trois heures après le paſſage du Soleil au méridien, & 47 minutes avant celui de la Lune à ce même cercle. Enfin comme d'une conjonction à l'autre, la Lune parcourt 360 degrés dans environ 29 jours & demi ; ſi l'on fait la proportion $360° : 56° \frac{1}{4} :: 29\frac{1}{2}$ : un quatrieme terme, on trouvera $4\frac{2}{3}$ pour ce quatrieme terme ; d'où l'on voit que la plus grande diſtance du flux tombe 4 jours $\frac{2}{3}$ après les ſyzygies, & qu'elle précède d'environ 2 jours $\frac{2}{3}$ le temps des quadratures.

Suppoſons que pour une diſtance angulaire donnée du Soleil & de la Lune, on demande les retards des plus grands flux.

Ayant fait $\frac{\text{ſin. } m}{\text{coſ. } m} - \frac{\text{coſ. } m}{\text{ſin. } m} - \frac{\gamma}{6 \text{ ſin. } m. \text{ coſ. } m} =$

$\frac{2\,6 \text{ ſin. } m^2 - \gamma - 6}{6 \text{ ſin. } m. \text{ coſ. } m} = k$, on a, comme on l'a vu ci-devant, l'équation $k^2 \text{ ſin. } h^2 - k^2 \text{ ſin. } h^4 = 4 \text{ ſin. } h^4 - 4 \text{ ſin. } h^2 + 1$. Mais parce que la diſtance du plus grand flux à la Lune, n'excede jamais 11° 47′, dont le ſinus eſt environ la cinquieme partie du rayon, on pourra négliger la quatrieme puiſſance de ſin. $h$, & alors on aura $(k^2 + 4) \text{ ſin. } h^2 = 1$, d'où l'on tire ſin. $h = \frac{1}{\sqrt{(k^2+4)}}$. De plus, comme on a $\gamma : 6 :: 5 : 2$, à-peu-près, on aura $k = \frac{4 \text{ ſin. } m^2 - 7}{2 \text{ ſin. } m. \text{ coſ. } m}$, & par conſéquent $k^2 + 4 = \frac{49 - 40 \text{ ſin. } m^2}{4 \text{ ſin. } m^2 \text{ coſ. } m^2}$. Ainſi on aura ſin. $h = \frac{2 \text{ ſin. } m. \text{ coſ. } m}{\sqrt{(49 - 40 \text{ ſin. } m^2)}}$

$$= \frac{\text{fin. } 2m}{\sqrt{(29 + 20 \text{ cof. } 2m)}} = \frac{\text{fin. } 2\,FCA}{\sqrt{(29 + 20 \text{ cof. } 2\,FCA)}}.$$

Si l'angle $FCA$ eſt aigu, ſin. $h$ ſera poſitif, & le plus grand flux arrivera après le paſſage du Soleil au méridien & avant le paſſage de la Lune à ce même cercle; ſi l'angle $ACF'$ de la diſtance du Soleil à la Lune eſt plus grand qu'un droit, & que ſin. $m$ demeure poſitif, ſi cof. $m$ devient négatif, ſin. $h$ deviendra auſſi négatif, & le plus grand flux arrivera après le paſſage du Soleil & de la Lune au méridien.

Si dans $\text{ſin. } h = \frac{2 \text{ ſin. } m \text{ cof. } m}{\sqrt{(49 - 40 \text{ ſin. } m^2)}}$, on ſubſtitue les valeurs du ſinus & du coſinus d'une diſtance angulaire quelconque propoſée du Soleil à la Lune, on aura l'arc & le temps dont le plus grand flux, abſtraction faite de l'inertie, doit être éloigné du Soleil & de la Lune. Soit, par exemple, $FCA$ de 30° ou de 150°; dans l'un & l'autre cas, ſin. $m = \frac{1}{2}$, & cof. $m = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$; ainſi on aura ſin. $h = \pm 0{,}1387$, qui eſt le ſinus d'environ $\pm$ 7° 58′, lequel répond à 31′,86 de temps. Si donc la Lune eſt éloignée du Soleil de 30°, le plus grand flux ſera éloigné de la Lune, de l'arc de 7° 58′, & du Soleil, de 22° 2′; & il aura lieu 1 heure 28′,13 après le paſſage du Soleil au méridien, & 31′,86 avant le paſſage de la Lune à ce cercle; & ſi la diſtance du Soleil & de la Lune eſt de 150°, & que la diſtance du plus grand flux à la Lune ſoit dans la partie oppoſée, de 7° 58′, & du Soleil, de 157° 58′, le plus grand flux tombera 10 heures 31′,86 après le paſſage du Soleil au méridien, & 31′,86 après le paſſage de la Lune à ce cercle.

En faiſant d'autres ſubſtitutions, on trouvera le lieu & le temps du plus grand flux, comme on le voit dans la table ſuivante, que nous tirons du livre intitulé : *Coſmographia Phyſica & mathematica*, de Friſi, auquel appartient cette théorie.

| Diſtances de la Lune au Soleil. | Diſtances du flux au Soleil, | Diſtances du flux à la Lune. | Temps après le paſſ. au mérid. du Soleil, | Temps après le paſſ. au mérid. de la Lune. |
|---|---|---|---|---|
| 15° . . . . | 10° 47′ . . | 4° 13′. . . | 0h 43′,13 . . | — 16′,86 |
| 30. . . . . | 22 2. . . | 7 58. . . | 1 28′,13 . . | — 31′,86 |
| 45. . . . . | 34 18. . . | 10 42. . . | 2 17′,20 . . . . | 42′,80 |
| 56 47′ . . | 45 0. . . | 11 47. . . | 3 0′,0 .. . . . | 47′,13 |
| 60. . . . . | 48 32. . . | 11 28. . . | 3 14′,13 . . . . | 45′,86 |
| 75. . . . . | 65 35. . . | 8 25. . . | 4 22′,23 . . . . | 33′,66 |
| 90. . . . . | 90 0. . . | 0 0. . . | 6 0. . . . . | 0 |
| 105. . . . . | 113 25. . . | 8 25. . . | 7 33′,33 . . . . | 33′,66 |
| 120. . . . . | 131 28. . . | 11 28. . . | 8 45′,86 . . . . | 45′,86 |
| 123 13′ . . | 135 0. . . | 11 47. . . | 9 0. . . . . | 47′,13 |
| 135. . . . . | 145 42. . . | 10 42. . . | 9 42,80 . . . . | 42′,80 |
| 150. . . . . | 157 58. . . | 7 58. . . | 10 31′,86 . . . . | 31′,86 |
| 165. . . . . | 169 13. . . | 4 13. . . | 11 16′,86. . . . | 16′,86 |

Il reſte enfin à déterminer les variations du flux, dans un lieu quelconque, qui dépendent de la déclinaiſon du Soleil & de la Lune.

Soit (*Fig.* 47) $M$ le lieu dont il s'agit, $MPNp$ une ſection paſſant par ce lieu & par l'axe de la terre $Pp$. Soit $ACI$ l'angle dont la Lune ou le Soleil ſont éloignés de l'Équateur $ICL$, & ſoit enfin $ADBE$ une ſection du ſphéroïde allongé que doivent former les eaux de la mer par l'action du Soleil ou de la Lune. Repréſentant, comme ci-deſſus, par $\gamma$ la différence des deux demi-axes $AC$ & $DC$, la hauteur $HM$ du flux au lieu $M$, ſera $= \gamma$ cof. $MCA^2 = \gamma$ cof. $(MCI + IC.1)^2$, ſi toutefois les angles $MCI$, $ICA$ ſe trouvent de part & d'autre de l'Équateur.

Ayant prolongé $HC$ en $h$, lorſque par la rotation de la terre autour de ſon axe $Pp$, le point $I$ parviendra en $L$, & le point $A$ en $G$, la hauteur $Nh$ du flux en $N$, ſera $= \gamma$ cof. $GCh^2 = \gamma$ cof. $(LCh - LCG)^2 = \gamma$ cof. $(MCI - ICA)^2$, les angles $ICA$, $LCG$ étant égaux, & la hauteur du flux en $H$ ſera la même. Si l'on appelle $m$ l'angle $ICA$ de la déclinaiſon du Soleil ou de la Lune, & $h$ l'angle $MCI$ de la latitude du lieu, la hauteur cherchée du flux ſera

$$\gamma\,(\text{cof. } m.\ \text{cof. } h \mp \text{ſin. } m.\ \text{ſin. } h)^2;$$

le premier ſigne étant pour le flux ſupérieur, & le ſecond pour le flux qui le ſuit; la différence des deux flux ſera $= 4\gamma$ ſin. $m$. cof. $m$. ſin. $h$. cof. $h = \gamma$ ſin. $2m$. ſin. $2h$; & leur hauteur moyenne $= \gamma\,(1 - \text{ſin. } h^2 + 2\ \text{ſin. } h^2\ \text{ſin. } m^2 - \text{ſin } m^2)$.

Si donc les deux angles $MCI$, $ICA$ ſont de part & d'autre de l'Équateur, & que $MCA$ ſoit leur ſomme, le premier flux ſera plus petit que le ſecond; & au contraire le ſecond flux ſera le plus petit, ſi la droite $CA$ tombe entre $MC$ & $IC$, & que $MCA$ ſoit la différence des deux angles. Cela poſé, dans l'hémiſphere boréal, le flux qui répondra au paſſage du Soleil ou de la Lune au meridien, c'eſt-à-dire, le flux qui arrivera le jour, ſera plus grand que celui qui aura lieu la nuit, tant que le Soleil ou la Lune ſe trouveront dans les ſignes ſeptentrionnaux de l'écliptique; & au contraire, le flux qui a lieu pendant la nuit ſera plus grand que celui de jour, quand le Soleil ou la Lune ſeront parvenus dans les ſignes méridionaux.

Comme à l'Équateur, ſin. $h = 0$, & cof. $h = 1$, la hauteur des deux flux conſécutifs $= \gamma$ cof. $m^2$: la hauteur des deux flux ſera encore la même en quelque lieu que ce ſoit, ſi le Soleil ou la Lune ſe trouvent dans l'Équateur; elle ſera alors $= \gamma$ cof. $h^2$, puiſque dans ce cas ſin. $m = 0$, & cof. $m = 1$.

Si la latitude du lieu eſt égale à la déclinaiſon du Soleil ou de la Lune, c'eſt-à-dire, ſi $h = m$, dans le paſſage de ces Aſtres au méridien ſur l'horizon, la hauteur du flux ſera $\gamma\,(\text{cof. } m^2 - \text{ſin. } m^2)^2$;

pendant que le Soleil ou la Lune ſeront dans les ſignes méridionaux, & dans le paſſage au méridien ſous l'horizon, la hauteur du flux ſera $\gamma$ ( cof. $m^2$ + ſin. $m^2$ )$^2 = \gamma$. Si dans ce cas on a en général cof. $m$ cof. $h =$ ſin. $m$ ſin. $h$, c'eſt-à-dire, ſi la diſtance du lieu au pole eſt égale à la déclinaiſon du Soleil & de la Lune, il n'y aura qu'un ſeul flux, lequel arrivera dans le paſſage au méridien ſous l'horizon, ſi la déclinaiſon du Soleil ou de la Lune eſt auſtrale; & ce ſera lors du paſſage au méridien ſur l'horizon, qu'il arrivera, quand le Soleil & la Lune ſe trouveront dans les ſignes ſeptentrionaux.

Tant qu'on ne conſidérera que l'action du Soleil & de la Lune; la plus grande hauteur du flux ſera vraiement $\gamma$ cof.$(MCI - ICA)^2$, & la plus petite $\gamma$ cof. $(MCI + ICA)^2$, & la différence de deux flux conſécutifs $\gamma$ (ſin. 2 $MCI$. ſin. 2 $ICA$). Mais il ne faut pas ſe diſſimuler que les hauteurs qu'on trouvera par ces formules, ſeront rarement conformes aux véritables, ſi ce n'eſt dans les mers libres & vaſtes, abſtraction faite de l'inertie des eaux, qui toujours leur fait dépaſſer le terme de l'équilibre. L'inertie des eaux, & ſur-tout la nature & la poſition des lieux, la configuration & la diſpoſition des côtes, les diverſes réflexions que les eaux y éprouvent, les courants, les vents, &c., troublent ſans ceſſe les effets produits par l'action du Soleil & de la Lune, & font que les réſultats obtenus par la théorie different ſouvent beaucoup des phénomenes.

Suppoſant la latitude de Breſt d'environ 48° 23′, ſi l'on ſuppoſe la déclinaiſon du Soleil & de la Lune de 20°, le plus grand flux $\gamma$ cof. 28° 23′$^2 = \gamma$. 0,77425, le flux le plus petit $\gamma$ cof. 68° 23′$^2 = \gamma$. 0,135715, & la différence des deux ſera $\gamma$. 0,6385; & ſi l'on ſuppoſe, comme Friſi, que ſous la zône torride, la mer s'éleve de ſix pieds $\frac{1}{4}$ par l'action réunie du Soleil & de la Lune, on trouve 5,22 pieds pour la hauteur du plus grand flux à Breſt, lorſque le Soleil & la Lune ont une déclinaiſon de 20°, & 0,91 pieds pour la hauteur du flux le plus petit; & cependant, ſuivant les obſervations dans les ſyzygies qui ont lieu aux ſolſtices, la mer y monte d'environ 15 pieds, & la différence du plus grand flux au plus petit eſt d'environ un pied. ( *Conſultez les pieces ſur le flux & le reflux, de MM. Daniel Bernouilli, Maclaurin & Euler, qui remporterent le prix de l'Académie des ſciences en 1740; le traité du flux & du reflux par le Citoyen Lalande, & ſur-tout la belle théorie du Citoyen la Place, contenue dans differens mémoires répandus dans les mémoires de l'Académie des ſciences, que le Citoyen Couſin a préſentée avec beaucoup d'ordre & de clarté dans ſon Introduction à l'Aſtronomie Phyſique; & qu'on trouvera développée avec toute l'étendue qu'exigeoit l'importance du ſujet, dans le ſecond volume de la Mécanique céleſte* ).

# CHAPITRE II.

## *Du Loch.*

UN morceau de bois de forme triangulaire (Fig. 48), & une longue ficelle à laquelle il eſt attaché, forment enſemble ce qu'on appelle le *loch*. On s'en ſert pour meſurer le chemin du vaiſſeau. On laiſſe tomber de la poupe, ſous le vent, le morceau de bois qu'on nomme *bateau de loch*. On lâche de la ficelle, à meſure que le vaiſſeau avance, & quand le bateau de loch ſe trouve à une diſtance à-peu-près égale à la longueur du vaiſſeau, il eſt à-peu-près fixe; du moins il a perdu, par la réſiſtance de l'eau, le mouvement qui lui eſt commun avec le vaiſſeau quand on le laiſſe tomber, & il eſt hors de cette eau extrêmement agitée, que le vaiſſeau laiſſe derrière lui, qu'on nomme *remoux*. Alors, continuant de lâcher de la ficelle, on a, par la longueur qu'on en a lâchée pendant la durée de l'expérience, depuis le moment où on le juge fixe, le chemin que le vaiſſeau a fait pendant ce temps-là, d'où l'on conclut le chemin qu'il fait pendant une heure ou davantage.

On donne le plus ſouvent au bateau de loch la figure d'un triangle iſoſcile de 7 à 8 pouces de hauteur. Sa baſe, qui eſt un peu moindre, eſt chargée d'un peu de plomb, pour qu'il prenne la ſituation verticale, & qu'il entre dans l'eau juſqu'à la pointe, afin de donner au vent le moins de priſe qu'il eſt poſſible. A une certaine diſtance du bateau de loch, la ficelle ſe diviſe en deux branches, dont l'une eſt fixée à la pointe, & l'autre eſt fixée à une cheville qui entre dans un petit morceau de bois, attaché

au bas du triangle par une portion de ficelle. Par cette diſpoſition, la dernière branche de la corde, qui doit ſervir à maintenir le triangle dans ſa ſituation verticale, en communiquant avec ſa baſe, ſe détache au moindre effort qu'on fait pour retirer le loch à bord, par la facilité avec laquelle la cheville ſe dégage.

La ficelle du loch, qu'on appelle *ligne de loch*, eſt roulée autour d'une eſpèce de dévidoir. Elle eſt diviſée en parties égales, qu'on diſtingue par des nœuds, afin qu'on puiſſe les compter de nuit comme de jour. Ces parties ou intervalles entre les nœuds, ſe nomment auſſi *Nœuds*. Comme on eſt dans l'uſage de faire durer l'expérience une demi-minute, on fait ces intervalles de la 120$^{e}$ partie d'un tiers de lieue marine, ou de 47 pieds & demi, en ſorte qu'autant on file de nœuds pendant la demi-minute, autant le vaiſſeau eſt cenſé faire de tiers de lieue pendant une heure.

On ſe ſert, pour meſurer la demi-minute, d'une petite horloge de ſable, qu'on nomme *ſablier*, qui dure exactement cet eſpace de temps. Il faut en faire de tems en temps la vérification, parce que le ſable, en coulant, uſe le trou qui eſt entre les deux ampoulettes & l'aggrandit inſenſiblement. Voici comment on peut faire cette vérification lorſqu'on eſt à terre. On ſuſpend une balle de mouſquet bien ronde à l'extrémité d'un fil de ſoie plate, ou d'un fil tors de ſoie, de chanvre ou de lin, qu'on cire, afin qu'il ne ſe détorde pas, ce qui l'allongeroit. On fait paſſer l'autre bout du fil dans une très-petite fente pratiquée dans un corps ſolide & fixe. On tire, ou on laiſſe aller le fil, juſqu'à ce que la diſtance entre le point où le fil commence à être pincé par la fente, & le centre de la balle, ſoit de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{7}$. Si on écarte un peu la balle de ſa poſition naturelle, & qu'on l'abandonne à elle-même, elle fera une allée & un retour dans une ſeconde de de tems, ou une oſcillation dans une demi-ſeconde,

& par conſéquent 60 oſcillations dans une demi-minute. Ainſi on n'aura qu'à voir ſi le ſablier dure le tems de ces 60 oſcillations.

Comme la ficelle du loch eſt ſujette à des allongemens & à des raccourciſſemens alternatifs, il faut la vérifier de tems en tems, c'eſt-à-dire, s'aſſurer ſi les nœuds conſervent ou non leur intervalle de 47 pieds & demi. Si la ficelle s'allonge, il eſt clair que ces intervalles devenant plus grands, répondent alors à plus d'un tiers de lieue par heure; que par conſéquent, en les comptant pour des tiers de lieue, on eſtimeroit le chemin plus court qu'il n'eſt en effet. On l'eſtimeroit plus grand au-contraire, ſi la corde s'étoit raccourcie, & qu'ainſi les intervalles entre les nœuds fuſſent devenus plus petits.

L'imperfection du loch eſt trop généralement reconnue, pour qu'il ſoit néceſſaire d'en parler. Ainſi nous ne dirons point que le bateau de loch, fût-il parfaitement fixe à l'égard du vaiſſeau, le loch ne pourroit faire connoître le chemin, qu'autant que la mer n'auroit aucun mouvement, & que, comme elle eſt ſujette à des mouvemens particuliers qui ſe communiquent au bateau de loch de même qu'au vaiſſeau, le loch ne peut faire connoître que le mouvement du vaiſſeau, par rapport à celui de la mer. Si le vaiſſeau & la mer ſe meuvent dans le même ſens, il ne donnera que l'excès de la vîteſſe du vaiſſeau ſur celle de la mer; s'ils ſe meuvent en ſens contraire, il donnera la vîteſſe du vaiſſeau, plus celle de la mer; &, dans le cas où les directions des deux mouvemens font un angle entr'elles, au lieu de la diagonale du paralellogramme, dont l'un des côtés eſt le mouvement que reçoit le vaiſſeau par l'effort du vent pendant l'expérience du loch, & l'autre côté eſt le mouvement de la mer, que le vaiſſeau décrit réellement, le loch donne pour le chemin qu'il parcourt le premier de ces deux côtés.

Mais il n'eſt point vrai que le bateau de loch ſoit

fixe à l'égard du vaiſſeau. Il s'en rapproche par le concours de pluſieurs cauſes, dont on croit connoître quelques-unes. On peut croire, par exemple, que la ligne du loch, même lorſque ſon développement eſt aidé avec la main, ſouffre quelque frottement, & que par conſéquent elle attire le bateau de loch vers le vaiſſeau; que l'eau eſt déterminée à ſe mouvoir avec le vaiſſeau dans le ſens du ſillage, par le vide que le vaiſſeau laiſſe derrière lui à une diſtance plus conſidérable qu'on ne la ſuppoſe; que ce mouvement de l'eau, qui eſt certainement aſſez fort près du vaiſſeau, tend à rapprocher du bord la partie de la ligne de loch qui en eſt la plus voiſine, & en conſéquence le bateau de loch lui-même. D'après ces conſidérations, les Citoyens Borda, Pingré & Verdun, dans leur voyage ſur la frégate la Flore, ont cru devoir réduire les diviſions du loch à 45 pieds, & cette réduction ne s'eſt point trouvée trop forte.

Il paroît que le bateau de loch ſeroit moins dérangé par les cauſes dont nous venons de faire mention, que même il participeroit beaucoup moins aux mouvemens de la mer, pourvu toutefois que ces mouvemens ne s'étendiſſent pas à plus de 50 ou 60 pieds de profondeur, ainſi que cela doit arriver ſouvent, ſi on le conſtruiſoit de la manière propoſée par M. Bouguer (*Mémoires de l'Académie des ſciences, année* 1747, *& Traité de Navigation*).

Au lieu de charger par en bas le bateau de loch d'un morceau de plomb, cet homme célèbre conſeille de lui faire porter un corps attaché à une ficelle de 50 ou 60 pieds. Il eſt évident que, ſi ce corps, qu'on peut nommer le Plongeur, rencontre une eau tranquille, comme il ne peut alors prendre d'autre mouvement que celui que le bateau de loch tend à lui donner, & que la réſiſtance de l'eau ne lui permet d'en prendre qu'une partie, il ne peut que diminuer le mouvement du bateau de loch. M. Bouguer

prend pour la ficelle à laquelle il attache le plongeur, une continuation de la ligne du loch, à laquelle il fait traverſer le bateau de loch, percé pour cet effet de haut en bas, & creuſé en deſſous, afin que, quand l'expérience du loch eſt faite, le plongeur vienne ſe loger en partie dans la cavité, quand on retire le loch à bord. Il croit qu'on peut donner au bateau de loch la figure d'un cône, dont le côté ſoit de ſix pouces, & le diamètre de la baſe de trois pouces; & il forme le plongeur de deux carrés égaux de tôle ou de fer noir, de 9 pouces 8 lignes & demie de côté, ſe coupant perpendiculairement, ſuivant leur diagonale.

Si la mer a quelque mouvement particulier qui ne s'etende pas à une profondeur plus grande que celle à laquelle deſcend le plongeur, le bateau de loch ne prendra, ſelon ce ſavant Geomètre, que la cinquieme partie de ce mouvement.

Il faut employer ce loch & le loch ordinaire alternativement d'heure en heure, ou de demi-heure en demi-heure, ſi le ſillage éprouve trop de changement. Tandis que le loch ordinaire prendra toute la viteſſe du courant, le nouveau n'en prendra que la cinquieme partie. Prenant le quart de la différence entre les deux quantités qu'ils auront fournies, on aura la petite correction qu'il faut appliquer au réſultat fourni par le nouveau loch; on l'ajoutera, ou on la retranchera, ſuivant que ce loch aura donné plus ou moins que le loch ordinaire.

M. Bouguer penſe qu'on pourroit trouver par la même méthode la direction d'un courant. En effet, on n'auroit qu'à chercher avec un compas de variation la direction des ficelles dans les deux expériences; la différence des deux rumbs donneroit l'angle que font entr'elles les directions de ces ficelles. Alors on n'auroit plus qu'à réſoudre un triangle, dont un des angles ſeroit cet angle-là, & dont les deux côtés qui comprennent cet angle auroient autant de parties

égales que l'on auroit filé de nœuds dans les deux experiences, & ſeroient par conſéquent connus. Pour éclaircir ce que nous diſons, ſoit *AB* (fig 49), la route que feroit le vaiſſeau s'il n'éprouvoit pas l'action du courant, *AC* l'eſpace parcouru par le courant : le vaiſſeau parcourt la diagonale *AG* du paralellogramme fait ſur *AB* & *AC*; le loch ordinaire paſſe de *A* en *C*, & ſa ficelle prend la ſituation *GC*; le nouveau loch ne parcourt que *AN*, qui eſt la cinquieme partie de *AC*, & ſa ficelle ſe dirige ſuivant *NG*; en ſorte que *CGN* eſt le triangle qu'on a à réſoudre, dont on connoît les deux côtés *CG*, *GN*, & l'angle compris *CGN*; calculant le côté *CN*, prenant le quart & le portant de *N* en *A*, on aura *AC* pour la vîteſſe du courant, & menant *AG*, on aura la route & la vîteſſe actuelles du vaiſſeau.

Malgré les avantages que préſente ce loch & la grande réputation de ſon Auteur, il a demeuré comme oublié pendant plus de 25 ans. Ce ne fut qu'en 1773, que l'eſſai en fut fait, & on en eut l'obligation à un Anglais. Le Capitaine Phipps l'eſſaya dans ſon voyage au pole boréal, &, à l'exception de la propriété de corriger les erreurs qui réſultent de l'action des courans ſur le loch ordinaire, qu'il n'eut pas occaſion de remarquer, il lui reconnut les autres qualités dont ſon illuſtre Auteur penſoit qu'il pouvoit être pourvu. En obſervant, dit ce ſavant Navigateur, les règles que donne M Bouguer pour comparer ſon loch avec le loch ordinaire, qui, pour cette comparaiſon, doit être diviſé en nœuds de 51 pieds, je crois qu'on corrigera entierement les erreurs qui proviennent de ce que, pendant que le vaiſſeau eſt pouſſé en avant par la lame, le bateau du loch eſt rechaſſé & reporté vers le vaiſſeau, & de ce que le frottement que la ligne éprouve ſur le dévidoir rappelle quelquefois le loch à bord; erreurs qui ſont les plus importantes, parce que l'agitation de la mer, cauſée par les vents, ne ſe fait pas

pas ſentir au-delà de la profondeur à laquelle deſcend le plongeur, & que le poids de toute la machine empêche le frottement du dévidoir d'avoir un effet auſſi marqué que celui qu'il a ſur le loch ordinaire (*Voyage au Pole boréal*).

Il convient de dire que dans le loch qu'employa le Capitaine Phipps, le cône avoit 12 pouces de hauteur, & que le diamètre de ſa baſe étoit de 5 pouces $\frac{1}{10}$. Ce cône peſoit 25 onces. Le plongeur avoit les dimenſions que lui aſſigne Mr. Bouguer, & peſoit 26 onces & demie. La longueur de la corde qui le ſupportoit étoit de 50 pieds. Les diviſions de la ligne du loch étoient de 51 pieds anglais, ce qui équivaut à 47 pieds & demi de France.

Quelquefois les Pilotes déterminent la vîteſſe du vaiſſeau en obſervant le tems que l'écume de la mer emploie à parcourir ſa longueur, c'eſt-à-dire, à ſe rendre de l'avant à l'arrière. Ils font cette proportion : le nombre de ſecondes que l'écume emploie à parcourir la longueur du vaiſſeau, eſt à cette longueur meſurée en pieds, comme une heure, ou 3600 ſecondes, eſt au nombre de pieds que le vaiſſeau peut parcourir dans une heure avec la vîteſſe qu'ils lui ont trouvée ; ils diviſent enſuite ce nombre de pieds par 17124 pieds, valeur d'une lieue marine ; & ils ont en lieues le chemin du vaiſſeau en une heure.

On doit ſentir que l'obſervation du mouvement apparent de l'écume doit toujours ſe faire ſous le vent, c'eſt-à-dire, du côté du vaiſſeau qui n'eſt pas expoſé au vent.

# CHAPITRE III.

## *De la Bouſſole & de ſes uſages.*

LA Bouſſole (*a*) fait connoître, comme on ſait, la direction de la route du vaiſſeau. Sa partie principale eſt une Règle ou Aiguille d'acier, qui, ayant été frottée à une pierre d'aimant, a acquis la propriété de ſe diriger à-peu-près dans le ſens Nord & Sud, en la ſuppoſant portée ſur un pivot ſur lequel elle puiſſe tourner librement, ou ſuſpendue par le milieu à un fil; la direction qu'elle prend fait preſque toujours un angle plus ou moins grand avec le méridien ou avec la ligne Nord & Sud; cet angle ſe nomme *déclinaiſon* ou *variation* de l'aiguille, & on nomme *Méridien magnétique* la direction qu'elle prend.

Quand on a aimanté une aiguille, on la place ſur un pivot, dans une boîte qu'on recouvre d'une glace, & l'on a alors ce qu'on nomme une *Bouſſole*. Comme l'aiguille eſt très-ſujette à vaciller, on la charge, pour la mer, d'un carton très-léger, ou d'une feuille de Talc très-mince; taillée circulairement & collée entre deux morceaux de papier. On trace ſur ce cercle ce qu'on nomme la *Roſe des vents*, qui n'eſt autre choſe qu'un cercle diviſé en trente-deux parties égales par des rayons qu'on appelle *rumbs* ou *airs de vent*. On appelle auſſi rumbs ou airs de vent les angles que ces rayons font entr'eux.

(*a*) Il paroît que l'invention de la Bouſſole eſt d'une très-haute antiquité. Tout porte à croire qu'on en eſt redevable à Hoang-ti, Empereur Chinois, ou, ſi l'on veut, à Yu-chi, qui vécut ſous le regne de ce Prince, & cultiva l'Aſtronomie avec ſuccès. Hoang-ti, dit l'illuſtre & infortuné Bailly, eſt l'auteur de pluſieurs inſtrumens pour obſerver les Aſtres, & entr'autres, d'un inſtrument qui, ſans conſidérer le Ciel, ſervoit à connoître les quatre points cardinaux. Cet inſtrument ne peut être que la Bouſſole, qui par conſéquent, chez les Chinois, a plus de 4400 ans d'antiquité.

On retrouve encore des traces de la Bouſſole 1400 ans après, ſous le regne

Le Nord eſt indiqué maintenant par une Etoile, qui doit répondre à l'extrémité de l'aiguille. Le diamètre qui paſſe par ce point eſt ſuppoſé repréſenter la ligne Nord & Sud de la Bouſſole. Un diamètre perpendiculaire à celui-là indique, par une de ſes extrémités, l'*Orient* ou le *Levant*, & par l'autre, l'*Occident* ou le *Couchant*. Ce diamètre eſt ce qu'on nomme la ligne *Eſt* & *Oueſt* de la Bouſſole; en appelant *Eſt* l'Orient, & *Oueſt* l'Occident. Ces quatre points Nord, Sud, Eſt & Oueſt, qui partagent la Bouſſole & l'Horizon en quatre parties égales, ſe nomment *points* ou *vents cardinaux*, parce qu'ils communiquent leur nom à tous les autres.

On diviſe chaque quart du cercle de la bouſſole ou de l'horizon, en deux parties égales, ce qui donne quatre nouveaux airs de vent; celui qui eſt entre le Nord & l'Eſt ſe nomme *Nord-Eſt*; celui qui eſt entre le Sud & l'Eſt ſe nomme *Sud-Eſt*; on donne le nom de *Nord-Oueſt* à celui qui eſt entre le Nord & l'Oueſt, & le nom de *Sud-Oueſt* à celui qui eſt entre le Sud & l'Oueſt. Ainſi chacun de ces airs de vent prend le nom des deux points cardinaux entre leſquels il ſe trouve, en commençant par celui qui appartient à la ligne Nord & Sud.

On partage chacun de ces nouveaux airs de vent, en deux parties égales, & on donne à chacun un nom compoſé des noms de ceux entre leſquels il ſe trouve, lequel commence toujours par celui des quatre points cardinaux dont il eſt le plus voiſin.

---

de Chingu. Ce prince reçut des Ambaſſadeurs de la Cochinchine, ou d'un pays plus éloigné; & lorſqu'ils prirent congé, il leur fit préſent d'une *machine très-ingénieuſement compoſée*, qui, par un mouvement continuel, ſe tournoit toujours vers le midi. Elle s'appeloit *Chinan*, nom que les Chinois donnent encore à la Bouſſole.

Nous remarquerons, ajoute M. Bailly, que la connoiſſance de la bouſſole a peut-être été plus répandue dans l'antiquité & dans l'Aſie, qu'on ne l'a cru juſqu'ici. Voilà deux faits de l'Hiſtoire Chinoiſe, qui dépoſent de cette connoiſſance. M. Vheler, dans ſon voyage du Levant, a entendu dire, à Conſtantinople, que parmi les Manuſcrits Arabes ou Perſans, qui y étoient alors dans la Bibliothèque du Sérail, on avoit vu un ancien Livre d'Aſtronomie qui ſuppoſoit l'uſage de l'aiguille aimantée. Cette connoiſſance enſouie en

Ainſi on aura le *Nord-Nord-Eſt*, l'*Eſt-Nord-Eſt*, l'*Eſt-Sud-Eſt*, le *Sud-Sud-Eſt*, le *Sud-Sud-Oueſt*, l'*Oueſt-Sud-Oueſt*, l'*Oueſt-Nord-Oueſt*, & le *Nord-Nord-Oueſt*.

Enfin on partage tous ces airs de vent, chacun en deux parties égales, & on compoſe le nom de chacun, des noms de ceux des huit premiers entre leſquels il tombe, en mettant toujours le premier celui dont il eſt le plus voiſin, & ſéparant ces deux derniers noms par le mot *quart*; ainſi on énonce l'air de vent qui eſt entre le Nord & le Nord-Nord-Eſt, en diſant *Nord-quart-Nord-Eſt*. On écrit, pour abréger, N $\frac{1}{4}$ NE. De même, le rumb de vent qui tombe entre le Nord-Nord-Oueſt & l'Oueſt ſe nomme *Nord-Oueſt-quart-Oueſt*; on écrit, NO $\frac{1}{4}$ O; & ainſi des autres.

La boîte de la bouſſole eſt renfermée dans une autre boîte dans laquelle elle eſt mobile en deux ſens différens. Ce double mouvement conſiſte en ce que la boîte de la bouſſole repréſentée par *CDEF* (*Fig.* 51.), peut tourner autour de la droite *AB*, au moyen de deux boulons *A* & *B*, qui entrent dans le balancier *ARBS*, lequel peut tourner autour de la droite *RS* perpendiculaire à *AB*, au moyen de deux boulons *R* & *S*, qui entrent dans une boîte carrée extérieure. La boîte où eſt l'aiguille, eſt donc ſuſceptible de ſe mouvoir autour de *AB* & de *RS*. On diminue ſa mobilité & on lui donne plus de diſpoſition à garder ſa ſituation, en chargeant de plomb ſa concavité.

---

Perſe ou en Arabie, ſeroit donc encore au nombre de celles dont les anciens avoient hérité ſans en connoître preſque l'uſage (*Hiſtoire de l'Aſtronomie ancienne, par Mr. Bailly*).

Il paroît que les peuples occidentaux n'ont été en poſſeſſion de cet inſtrument, que vers le douzième ſiècle. On a quelque raiſon de penſer qu'ils n'en ont point eu connoiſſance juſqu'alors, & qu'ils en ont fait eux-mêmes la découverte. On l'a attribuée à Flavio Gioja, né à Paſilano, château dans le voiſinage d'Amalfi, environ l'an 1300. Mais il eſt certain que la bouſſole étoit en uſage dans le douzième ſiècle. Un paſſage de Guyot de Provins, qui fleuriſſoit alors, le prouve ſans réplique. Jacques de Vitri, qui vivoit auſſi vers 1200, en parle ſous le nom de l'aiguille aimantée, & comme étant d'un uſage commun de ſon tems. Enfin Brune Latin, dans ſon Tréſor, qu'il compoſa en 1220 ou 1221, en parle auſſi poſitivement; & l'on peut affirmer que la bouſſole étoit très-répandue dans le milieu du 13e ſiècle (*Remarques ſur l'état des Arts dans le moyen âge, par M. le Prince le jeune, Journal des Savans, Octobre 1782*).

La bouſſole ſert non-ſeulement à diriger le vaiſſeau; mais encore à relever les objets éloignés, c'eſt-à-dire, à reconnoître l'air de vent auquel ils répondent.

On nomme *Compas de route* la bouſſole qui ſert à diriger le *Cap* ou la proue du vaiſſeau du côté vers lequel on veut aller. Elle eſt renfermée dans l'habitacle, qui eſt une eſpèce d'armoire perpendiculaire à la longueur du vaiſſeau. Comme la boîte de la bouſſole eſt carrée, il ſuffit d'examiner la ſituation de la roſe, par rapport à la boîte ou par rapport à l'habitacle, pour connoître la direction du vaiſſeau.

Quand la bouſſole eſt employée à reconnoître à quel air de vent répondent des objets éloignés, on la nomme *Compas de variation*. Aux deux côtés oppoſés de la boîte ſont deux pinnules *A* & *B* (*fig.* 52), par leſquelles on viſe aux objets. Pendant qu'un Obſervateur viſe à l'objet par les pinnulles, un autre examine la ſituation de la ligne Nord & Sud de la roſe, à l'égard d'un fil *DC* tendu d'un bord de la boîte à l'autre, perpendiculairement à la droite *AB*, qui paſſe par les fentes des pinnulles. L'angle de ces deux lignes eſt égal à celui que l'objet fait avec la ligne Eſt & Oueſt de la bouſſole.

En effet, ſoit *NS* (*fig.*53) la ligne Nord & Sud du compas, *OE* la ligne Eſt & Oueſt, *ACB* la direction de l'objet. La droite *DCF* étant perpendiculaire à *AB*, l'angle *NCD* que forme la ligne Nord & Sud *NS* de la bouſſole, avec *DCF*, & l'angle *BCE*, ſont évidemment égaux.

Comme l'uſage de cet inſtrument exige deux obſervateurs, on a cherché à remédier à cet inconvénient par différens moyens. Le meilleur eſt ſans contredit le nouveau compas azimutal de réflexion, du Citoyen Degaulle, Ingénieur Hydrographe de la Marine.

Puiſque ce n'eſt qu'à l'aide de la bouſſole qu'on

peut diriger ſa route en mer, on doit ſentir de quelle importance il eſt de prévenir les erreurs dans leſquelles jetteroient ſes indications, ſi on les ſuivoit exactement. Il faut donc s'attacher à déterminer avec ſoin de combien l'aiguille nous trompe en nous indiquant le Nord & le Sud, ou l'angle qu'elle fait avec la ligne Nord & Sud. Voyons quels moyens on peut employer pour cela, ſoit à terre, ſoit en mer.

Pour connoître la déclinaiſon de l'aiguille aimantée à terre, il faut tracer une ligne méridienne ſur un plan horizontal; enſuite appliquer ſur ce plan la boîte de la bouſſole, de maniere que la ligne Nord & Sud de la boîte réponde parfaitement à la méridienne : on verra de combien l'aiguille s'en écarte, ſoit vers l'Eſt, ſoit vers l'Oueſt, ou l'angle qu'elle fait avec elle; cet angle ſera évidemment la déclinaiſon : ou bien on placera ſucceſſivement les quatre faces de la boîte le long de la Méridienne, marquant à chaque fois de combien on trouve la déclinaiſon, & l'on prendra un milieu entre les quatre quantités dont on aura trouvé la déclinaiſon. Cette obſervation exigeant qu'on ſache tracer une Méridienne ſur un plan horizontal, nous allons en donner la méthode.

La premiere choſe qu'il faut faire, eſt de s'aſſurer ſi le plan ſur lequel on veut tracer la Méridienne, eſt bien horizontal : pour s'en aſſurer, on applique une règle à ce plan ſur laquelle on poſe un bon niveau, & on répète cette opération en donnant à la règle une nouvelle direction, qui faſſe avec la premiere un angle qui differe peu de 90°.

On fixe enſuite perpendiculairement au plan, une verge *AB* (*fig.* 54), de 15 ou 18 pouces de longueur, portant à ſon extrémité une plaque *B*, percée d'un petit trou rond & poſée à-peu-près horizontalement : on détermine le point *C* du plan, qui répond perpendiculairement au centre du trou, c'eſt-à-dire, eſt dans la

verticale qui paſſe par le centre du trou ; de ce point, comme centre, on décrit une circonférence telle que *FE* ; lorſque, le matin, l'image du petit trou de la plaque tombera ſur cette circonférence, & ſera diviſée en deux parties égales par cette circonférence, on marquera le point *E* de cet arc, où tombe le centre de cette image ; l'après-midi, lorſque cette image tombera ſur cette circonférence, on marquera de même le point *F* où tombe le centre ; on diviſera l'arc *EF* en deux parties égales, & on menera par ſon milieu *M* & par le centre *C*, une droite *CM*, qui ſera la Méridienne cherchée.

Pour que cette méthode ait toute la juſteſſe dont elle eſt ſuſceptible, il faut 1°. que la circonférence ait été décrite d'un rayon aſſez grand pour que l'image du trou ne l'atteigne pas plus tard que deux ou trois heures avant midi ; 2°. il ſera très-convenable de décrire pluſieurs circonférences, & de marquer ſur chacune les deux points où tombe le centre du trou avant & après midi ; coupant enſuite chacun de ces arcs en deux parties égales, ſi la ligne menée par le milieu d'un de ces arcs & par le centre, paſſe auſſi par le milieu des autres arcs, on ſera ſûr d'avoir bien opéré : 3°. comme cette méthode ſuppoſe que la déclinaiſon du Soleil ne change pas, au moins ſenſiblement, dans l'intervalle des deux inſtans où la petite image ſe trouve ſur la circonférence, ce qui n'eſt vrai que dans le tems des ſolſtices, & aux environs douze ou quinze jours avant ou après, ce n'eſt que dans ce tems-là que cette méthode eſt ſuſceptible d'exactitude : encore faut-il donner la préférence au ſolſtice d'hiver, parce qu'au ſolſtice d'été, le point de midi eſt trop près du pied de la verge ou du ſtyle, eu égard à la longueur de la Méridienne. On n'a rien à craindre de la réfraction, parce qu'elle augmente également la hauteur du Soleil, aux deux inſtans où la petite image du trou ſe trouve ſur la circonférence.

Au reſte, on peut employer cette méthode en tous tems, moyennant une correction qu'il eſt facile d'imaginer.

On peut encore tracer une méridienne par un ſeul point de lumière. On marquera ſur le plan, le point *G* où tombe le centre de l'image du trou ; on ménera par ce point & par le point C, du plan qui répond perpendiculairement au centre du trou, la droite *CG* qui ſera la ſection du vertical du Soleil, avec le plan horizontal. On meſurera exactement cette droite, & la hauteur *BC* du centre du trou ; & on calculera l'angle *CGB*, hauteur du Soleil ſur l'horizon. Ayant la hauteur du Soleil, on calculera avec la déclinaiſon & la latitude du lieu, l'azimut de cet Aſtre. Menant enſuite par le centre *C*, une droite *CM* qui faſſe avec *CG* un angle *MCG* égal à l'azimut, du côté convenable, on aura la méridienne cherchée. Il ſera bon de la vérifier : pour cela, on la cherchera de nouveau, en ſuivant le même procédé, par de nouveaux points de lumière. Cette méthode eſt bonne en tous tems.

Mais la méthode la plus sûre & la plus exacte de tracer une méridienne, eſt celle des hauteurs correſpondantes. Au moyen de ces hauteurs, on détermine l'heure que marquoit, au moment du midi vrai, une bonne pendule à ſecondes, bien réglée ſur le mouvement moyen du Soleil. Le jour ſuivant, ou deux jours après, on marque le point où tombe l'image du trou, lorſque l'horloge marque la même heure. Il ne s'agit plus alors que de tirer par ce point & par le pied du ſtyle, une ligne droite, laquelle ſera la méridienne.

Paſſons maintenant à la manière de déterminer la déclinaiſon magnétique à la mer. Pour y parvenir, on a recours à l'obſervation de l'amplitude ortive ou occaſe, ou à celle de l'azimut. Voyons comment on emploie la premiere.

Lorſque le Soleil ſe lève ou ſe couche, on relève

avec le compas de variation ſon bord inférieur, au moment où il touche l'horizon, & on voit à quelle diſtance de l'Eſt ou de l'Oueſt du compas il répond. On calcule enſuite l'amplitude ortive ou occaſe apparente du même bord de cet Aſtre; la différence entre cette amplitude & l'amplitude obſervée, eſt la déclinaiſon magnétique, ſi elles ſont de même dénomination, c'eſt-à-dire, toutes deux Nord ou toutes deux Sud; mais c'eſt la ſomme, ſi elles ſont de dénomination différente, c'eſt-à-dire, l'une Nord & l'autre Sud.

Dans le premier cas, lorſque l'amplitude ortive eſt Nord ou l'amplitude occaſe Sud, ſi l'amplitude calculée eſt plus grande que l'amplitude obſervée, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Oueſt; ſi au contraire l'amplitude calculée eſt plus petite que l'obſervée, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Eſt.

Lorſque l'amplitude ortive eſt Sud ou l'amplitude occaſe Nord, ſi l'amplitude calculée eſt plus grande que l'amplitude obſervée, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Eſt; ſi au contraire l'amplitude calculée eſt plus petite que l'amplitude obſervée, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Oueſt.

Dans le ſecond cas, c'eſt-à-dire, lorſque l'amplitude calculée & l'amplitude obſervée ſont de dénomination différente; ſi l'amplitude ortive calculée eſt Nord & l'amplitude obſervée Sud, ou l'amplitude occaſe calculée Sud & l'amplitude obſervée Nord, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Oueſt; ſi l'amplitude ortive calculée eſt Sud & l'amplitude obſervée Nord, ou l'amplitude occaſe calculée Nord & l'amplitude obſervée Sud, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Eſt.

Faiſons une application de la Méthode. Suppoſons que le 30 Germinal an IX (le 20 Avril 1801), étant par 52° 48′ de latitude Nord, & par 118° 16′ de longitude orientale, comptée depuis le Méridien de Paris, on ait relevé le bord inférieur du Soleil à ſon lever, & qu'on ait trouvé qu'il répondoit au

NE $\frac{1}{4}$ E 4° 30′ Eſt de la bouſſole; comme on a obſervé le lever apparent de ce bord du Soleil, on l'a obſervé dans un cercle parallèle à l'horizon, abaiſſé au-deſſous d'une quantité égale à la réfraction, plus la dépreſſion, moins le demi-diamètre de cet Aſtre : or, pour trouver l'amplitude de ce bord, il faut ſe ſervir d'un triangle ſphérique, dont un des côtés eſt la diſtance de ce bord au zenith, & les deux autres ſont, l'un la diſtance du Soleil au pole, & l'autre la diſtance du pole au zenith, ou le complément de la latitude. Il faut donc que le premier de ces côtés ſoit de 90° moins le demi-diamètre du Soleil, plus la réfraction & la dépreſſion de l'horizon. Pour avoir ce côté, on retranchera donc de 90° le demi-diamètre du Soleil, qui eſt de 15′ 57″, pour le jour de l'obſervation, il reſtera 89° 44′ 3″, auxquels ajoutant la réfraction, qui pour cette diſtance au zenith eſt de 31′ 30″, & 4′ 21″ pour la dépreſſion de l'horizon, en ſuppoſant que l'œil ſoit élevé de 18 pieds au-deſſus de la ſurface de la mer, & on aura le côté dont il s'agit, de 90° 19′ 54″.

Suppoſons que l'obſervation ait été faite vers 5 heures du matin (on peut ſe contenter de l'heure du lever groſſierement eſtimée); convertiſſant la longitude en tems, & faiſant attention qu'on eſt a l'Eſt de Paris, on trouve qu'on comptoit alors à Paris, le 29 Germinal (le 19 Avril) à 9$^{h}$ 7′; calculant la déclinaiſon du Soleil pour ce tems-là, on la trouve de 11° 14′ 5″, dont le complément ou la diſtance du Soleil au pole eſt de 78° 45′ 55″; le troiſieme côté du triangle, ou la diſtance du pole au zenith, eſt de 37° 12′. Calculant l'angle au zenith formé par le vertical du Soleil & le méridien, on le trouve de 70° 40′, dont le complément 19° 20′ eſt l'amplitude cherchée. Or, l'amplitude obſervée a été trouvée de 29° 15′; prenant donc la différence entre ces deux amplitudes, on trouve 9° 55′ pour la déclinaiſon ma-

gnétique, laquelle eſt du Nord à l'Eſt, parce que l'amplitude calculée eſt plus petite que l'amplitude obſervée.

Voyons actuellement la maniere de déterminer la déclinaiſon magnétique par l'azimut. Cette méthode exige le concours de deux obſervateurs. L'un releve le bord inférieur du Soleil avec le compas de variation, & examine à quel air de vent il répond; en même-tems, l'autre prend avec un octant ou ſextant la hauteur de ce bord; cette hauteur fait connoître un des côtés d'un triangle ſphérique, dont la déclinaiſon du Soleil & la latitude donnent les deux autres, au moyen duquel on calcule l'azimut du bord obſervé. Si cet azimut & l'azimut obſervé ſont de même dénomination, c'eſt-à-dire, tous deux vers l'Eſt, ou tous deux vers l'Oueſt, leur différence donne la déclinaiſon; mais c'eſt leur ſomme qui la donne, s'ils ſont de dénomination différente, c'eſt-à-dire, ſi l'un eſt vers l'Eſt, tandis que l'autre eſt vers l'Oueſt.

Dans le premier cas, lorſque l'azimut eſt du Nord vers l'Eſt, ou du Sud vers l'Oueſt, ſi l'azimut calculé eſt plus grand que l'azimut obſervé, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Eſt; ſi au contraire l'azimut calculé eſt plus petit que l'azimut obſervé, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Oueſt.

Lorſque l'azimut eſt du Nord vers l'Oueſt, ou du Sud vers l'Eſt, ſi l'azimut calculé eſt plus grand que l'azimut obſervé, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Oueſt; ſi au contraire, l'azimut calculé eſt plus petit que l'azimut obſervé, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Eſt.

Dans le ſecond cas, où l'azimut calculé & l'azimut obſervé ſont de dénomination différente; quand l'azimut calculé eſt du Nord vers l'Eſt & l'azimut obſervé du Nord vers l'Oueſt, ou l'azimut calculé du Sud vers l'Oueſt & l'azimut obſervé du Sud vers l'Eſt, la

déclinaiſon eſt du Nord à l'Eſt; ſi l'azimut calculé eſt du Nord vers l'Oueſt & l'azimut obſervé du Nord vers l'Eſt, ou l'azimut calculé du Sud vers l'Eſt & l'azimut obſervé du Sud vers l'Oueſt, la déclinaiſon eſt du Nord à l'Oueſt.

Prenons un exemple. Suppoſons que le 9 Ventôſe an IX (le 28 Février 1801), étant par 47° 54′ de latitude Nord & par 126° 52′ de longitude occidentale, comptée depuis le méridien de Paris, vers 9$^h$ & demie du matin, on ait relevé le bord inférieur du Soleil, qu'on ait trouvé qu'il répondoit au NNO 5° N du compas, & que la hauteur de ce bord, obſervée en même-tems, ait été trouvée de 30° 50′. On calculera d'abord la déclinaiſon du Soleil pour le moment de l'obſervation; pour cela, on convertira la longitude en tems, & on l'ajoutera à l'heure de l'obſervation, pour avoir celle qu'on comptoit alors à Paris; on trouvera qu'on y comptoit alors 5 heures 27′ après midi. Calculant la déclinaiſon du Soleil pour cet inſtant, on trouve qu'elle étoit de 7° 55′ $\frac{2}{3}$, qui ajoutés à 90°, donnent la diſtance au pole de 97° 55′ $\frac{2}{3}$. Pour avoir la hauteur vraie du centre du Soleil, on ajoutera ſon demi-diamètre 16′ 11″ à la hauteur obſervée de ſon bord inférieur; on en retranchera enſuite la réfraction 1′ 50″, qui convient à la hauteur du centre, & la dépreſſion de l'horizon 4′ 21″, en ſuppoſant que l'œil fût élevé de 18 pieds au-deſſus de la ſurface de la mer, & l'on aura la hauteur vraie du centre, de 31°, dont le complément 59° eſt ſa diſtance au zenith. Enfin, prenant le complément de la latitude, on a 42° 6′ pour le troiſieme côté du triangle ſphérique, dont il faut calculer l'angle au zenith, qui eſt l'azimut cherché; on trouve que cet angle eſt de 25° 12′; prenant la différence entre cet azimut & l'azimut obſervé, qui eſt de 17° 30′, on trouve 7° 42′ pour la déclinaiſon magnétique, ou variation de l'aiguille, laquelle eſt du Nord à l'Oueſt, parce que l'azimut

calculé eſt plus grand que l'azimut obſervé.

Cette méthode a un déſavantage ſur la précédente, en ce qu'elle exige le concours de deux obſervateurs, & ſur-tout par la difficulté de bien relever le Soleil lorſqu'il eſt élevé. Ce n'eſt que par de hautes latitudes qu'elle peut être employée avec ſuccès, parce que les Aſtres ne s'élèvent pas beaucoup par ces latitudes; on doit même alors la préférer à la méthode des amplitudes, parce que les Aſtres raſant aſſez long-tems l'horizon, en ſe levant ou en ſe couchant, on ne peut qu'être très-incertain du point où ils ſe levent ou ſe couchent en effet. Au reſte, ſi la méthode des amplitudes a, ce cas excepté, quelqu'avantage ſur celle-ci, par la facilité avec laquelle on releve le bord du Soleil, à ſon lever, ou à ſon coucher, on ne doit pas ſe diſſimuler que cet avantage eſt compenſé par l'incertitude que l'inconſtance des réfractions horizontales laiſſe ſur la quantité de l'amplitude apparente. MM. Borda, Pingré & Verdun diſent dans la Relation de leur voyage ſur la Flore, s'être trouvés dans des parages où l'incertitude alloit à près d'un degré.

On peut auſſi trouver la variation par l'obſervation d'un Aſtre qui paſſe au premier vertical; il ne s'agit que de le relever avec le compas, lorſqu'il paſſe par ce cercle. Comme il répond alors au vrai point d'Eſt ou d'Oueſt, ſi l'on trouve qu'il répond à l'Eſt ou à l'Oueſt du compas, il n'y a point de variation; s'il s'en écarte, la quantité de l'écart ſera la variation. Ce moyen a l'avantage de faire connoître la variation, directement ſans calcul & avec exactitude; mais il n'eſt praticable qu'autant que la déclinaiſon de l'Aſtre eſt du même côté que le pole élevé, & qu'elle eſt plus petite que la latitude. Il faut auſſi que l'Aſtre ne ſoit pas très-élevé quand il paſſe au premier vertical. On peut d'ailleurs employer tel Aſtre qu'on veut. Ce moyen eſt praticable dans le crépuſcule même.

Pour corriger une route de la variation, il faut, lorſque la variation eſt NO, la compter à gauche du rumb de vent auquel on a gouverné, en ſuppoſant qu'on le regarde du centre de la roſe; & lorſque la variation eſt NE, il faut la compter à droite du rumb de vent.

Suppoſons la variation NO & de 18°.

On a gouverné au NO ¼ N 4° O du compas. On demande la vraie route qu'on a faite; cette route eſt le NO ¼ O 30′ N.

On a couru à l'OSO 3° S du compas; la vraie route eſt le SO 1° 30′ O.

On a couru au SE ¼ E 5° S du compas; la vraie route eſt l'ESE 1° 45′ E.

On a couru au NNE 4° E du compas; la vraie route eſt le N ¼ NE 2° 45′ N.

Suppoſons la variation NE & de 22°.

On a couru au NE ¼ N du compas; la vraie route eſt le NE ¼ E 30′ N.

On a couru à l'ONO 5° N du compas; la vraie route eſt le NO 4° 30′ N.

On a couru au SO ¼ S 3° O du compas; la vraie route eſt le SO ¼ O 2° 30′ O.

On a couru au S E ¼ E 4° E du compas; la vraie route eſt le SE ¼ S 4° 30′ E.

Il n'eſt pas ſeulement néceſſaire de corriger une route déjà faite, de la variation; on ne peut pas ſe diſpenſer davantage de ſe précautionner contre la variation, quand on a une route à faire; en ſorte qu'on a alors à chercher à quel rumb de vent du compas il faut gouverner pour ſuivre cette route. Il eſt évident qu'il faut faire le contraire de ce qu'on vient de faire, c'eſt-à-dire, compter la variation à gauche du rumb de vent, ſi elle eſt NE, & à droite, ſi elle eſt NO.

On demande à quel rumb de vent il faut gouverner pour faire le SE ¼ E, la variation étant de 21° NO; il faut gouverner au SE ¼ S 1° 30′ E.

Si la variation eſt de 16° NE, & qu'on veuille ſuivre le NO ¼ O, il faut gouverner à l'ONO 4° 45′ O.

La bouſſole ſert à meſurer ce qu'on appelle la *dérive*. On ſait que, lorſque les voiles ſont orientées obliquement, le vaiſſeau ne ſuit point dans ſon mouvement la direction de la quille; il marche alors ſuivant une direction qui s'écarte de celle-là; cet écart, ou l'angle que cette derniere direction forme avec la premiere, eſt ce qu'on nomme la *dérive*. Comme elle provient de l'obliquité avec laquelle les voiles ſont diſpoſées, il s'enſuit qu'elle eſt d'autant plus grande, toutes choſes égales, que cette obliquité eſt plus grande. Lorſque les amures ſont à tribord, ou que le vent vient du côté de tribord, la dérive eſt à bas-bord. Si les amures ſont à bas-bord, ou ſi les vents viennent du côté de bas-bord, la dérive eſt à tribord.

Puiſque, dans les routes obliques, le vaiſſeau ne marche point ſuivant la direction de la quille, il faut s'attacher à connoître la quantité dont il s'en écarte, ou la dérive, afin d'avoir la vraie direction de la route. On la meſure avec aſſez d'exactitude, en relevant avec le compas de variation une trace que le vaiſſeau laiſſe derriere lui, qu'on appelle la *Houache*, qui ſubſiſte aſſez long-tems, & qui étant l'effet de ſa marche, eſt dans la direction qu'il ſuit: on voit quel angle cette trace fait avec la ligne Eſt & Oueſt du compas; le compas de route donne l'angle que la direction de la quille fait avec la même ligne Eſt & Oueſt. Connoiſſant ces deux angles, on a auſſi-tôt celui que la route fait avec la direction de la quille, & par conſéquent la dérive.

Le Citoyen l'Évêque propoſe un autre moyen que voici: Il faut placer ſur le couronnement de la poupe du vaiſſeau deux quarts de cercle, en cuivre, ou autre matiere ſolide, ayant chacun une alidade garnie de pinnules, l'un à tribord, l'autre à bas-bord, & fixer avec exactitude un des rayons de chacun parallèlement à la quille. On n'aura qu'à diriger l'ali-

dade du quart de cercle, qui eſt du côté oppoſé au vent, dans la direction de la houache, & le nombre de degrés du quart de cercle, compris entre le rayon parallèle à la quille, où l'on fait commencer les diviſions, & l'alidade, ſera la quantité de la dérive (*Guide du Navigateur*).

Il reſte à ſavoir comment on corrige une route, de la dérive, en ne faiſant attention, pour le moment, qu'à cette ſource d'erreurs.

Lorſque la dérive eſt à bas-bord, il faut la compter à gauche du rumb de vent, ſuivant lequel on a couru, &, lorſqu'elle eſt à tribord, il faut la compter à droite du rumb de vent.

On ſuppoſe la dérive à bas-bord & de 14°.

On a couru au NE 4° N; la vraie route eſt le NNE 4° 30′ E.

On a couru au NO $\frac{1}{4}$ O 4° N; la vraie route eſt l'ONO 1° 15′ N.

On a couru au SSE 5° E; la vraie route eſt le SE 3° 30′ S.

On a couru au SO $\frac{1}{4}$ S 3° S; la vraie route eſt le S $\frac{1}{4}$ SO 5° 30′ O.

On ſuppoſe la dérive à tribord & de 19°.

On a couru à l'ENE 5° N; la vraie route eſt l'E $\frac{1}{4}$ NE 2° 45′ E.

On a couru NO 4° O; la vraie route eſt le NO $\frac{1}{4}$ N 3° 45′ N.

On a couru au N $\frac{1}{4}$ NO; la vraie route eſt le NNE 3° 45′ N.

On a couru au S $\frac{1}{4}$ SO 3° O; la vraie route eſt le SO $\frac{1}{4}$ S 30′ S.

On a couru au SE $\frac{1}{4}$ E 2° S; la vraie route eſt le SE $\frac{1}{4}$ S 5° 30′ E.

Si, connoiſſant la dérive, on veut ſavoir à quel rumb de vent il faut gouverner pour ſuivre une route donnée, alors il faut compter la dérive à gauche du rumb de vent, ſi elle eſt à tribord, & la compter à droite ſi elle eſt à bas-bord.

Réuniſſons

Réuniſſons maintenant les deux corrections, & faiſons voir comment on les applique toutes deux à-la-fois.

Si la variation eſt NO & la dérive à bas-bord, ou la variation NE & la dérive à tribord, on ajoute la dérive avec la variation, & on corrige la route d'une quantité égale à cette ſomme, dans le premier cas, comme toute variation NO, & dans le ſecond, comme toute variation NE.

Mais ſi la variation étant NO, la dérive eſt à tribord, ou ſi la variation étant NE, la dérive eſt à bas-bord, il faut prendre la différence des deux quantités: & ſuivant que la variation ſera plus grande ou plus petite que la dérive, on corrigera la route, d'une quantité égale à cette différence; dans le premier cas, comme variation NO, ou comme variation NE; & dans le ſecond, comme variation NE, ou comme variation NO.

Suppoſons la variation NO, de 20°, & la dérive à bas-bord de 15°.

On a couru au NO $\frac{1}{4}$ N 5° O du compas; la vraie route eſt l'O $\frac{1}{4}$ NO 5° N.

On a couru au NE $\frac{1}{4}$ E 4° E; la vraie route eſt le NNE 2° 45′ E.

Suppoſons la variation NO, de 16°, & la dérive de 7° à tribord.

On a couru au SO $\frac{1}{4}$ S 5° O; la vraie route eſt le SO $\frac{1}{4}$ S 4° S.

On a couru au SE 4° S; la vraie route eſt le SE 5° E.

Suppoſons la variation NO, de 11°, & la dérive de 20° à tribord.

On a couru au NNE 4° 30′ E; la vraie route eſt le NE $\frac{1}{4}$ N 2° 15′ E.

On a couru au SO 5° O; la vraie route eſt le SO $\frac{1}{4}$ O 2° 45′ S.

Suppoſons la variation NE, de 23°, & la dérive à tribord, de 12°.

On a couru au N 4° O du compas; la vraie route eſt le NE $\frac{1}{4}$ N 2° 45′ N.

On a couru au SE $\frac{1}{4}$ E 3° E; la vraie route eſt le SSE 1° 45′ E.

On a couru à l'ONO 5° O; la vraie route eſt le NO $\frac{1}{4}$ N 3° 45′ O.

Suppoſons la variation NE, de 23°, & la dérive à bas-bord, de 13°.

On a couru au NO $\frac{1}{4}$ O 2° N; la vraie route eſt le NO 45′ N.

Suppoſons la variation NE, de 9°, & la dérive à bas-bord, de 17°.

On a couru au NE 4° N; la vraie route eſt le NE $\frac{1}{4}$ N 45′ N.

On a couru au SO $\frac{1}{4}$ O 3° 30′ O; la vraie route eſt le SO $\frac{1}{4}$ O 4° 30′ S.

Si connoiſſant la dérive & la variation, on veut ſavoir à quel rumb de vent il faut gouverner pour faire une route donnée, il eſt évident qu'on n'aura qu'à prendre la variation & la dérive, en ſens contraire de celui dans lequel on les prend quand on veut corriger une route déjà faite.

---

L'Aimant eſt une pierre ordinairement brune, qui tient un peu de la nature du fer, dont elle differe peu par la peſanteur. Tout le monde ſait qu'on la trouve communément dans les mines de fer ou de cuivre, ou dans leur voiſinage; que le plus eſtimé vient de l'Inde; que l'Italie, l'Allemagne, la Suede & l'Eſpagne en fourniſſent d'aſſez bon. Il ſe trouve en maſſe dans l'intérieur de pluſieurs montagnes, en Sibérie, en Dalecarlie, en Norvege, dans le Dévonshire, province d'Angleterre.

L'Auvergne en fournit auſſi; mais rarement s'en trouve-t-il de paſſable. Cette pierre eſt quelquefois d'un blanc griſâtre; quelquefois elle eſt aſſez tendre pour être entamée avec l'ongle.

Ses principales propriétés ſont 1°. d'attirer les matieres de ſon eſpece, le fer & l'acier; 2°. de diriger une de ſes dimenſions Nord & Sud, ou à-peu-près, lorſqu'il en a la liberté; 3°. de communiquer les mêmes propriétés au fer & à l'acier, quand ces métaux en ſont frottés convenablement.

Les deux extrémités de la dimenſion qui ſe dirige Nord & Sud, ou à-peu-près, lorſque le corps magnétique eſt ſuſpendu par ſon centre de gravité, ſe nomment les *Poles de l'aimant*. On appelle pole Nord celui qui répond au pole Nord de la terre, & pole Sud, celui qui répond au pole Sud. Une ligne

qui joint ces poles ſe nomme l'*Axe de l'aimant*; on appelle équateur de l'aimant, la ſection perpendiculaire à l'axe, qui paſſe par le milieu de cet axe; enfin on nomme *Méridien*, une ſection paſſant par l'axe, & par conſéquent par ſes poles.

De ce que l'aimant ſe dirige dans le ſens Nord & Sud, lorſqu'il en a la liberté, il s'enſuit que ſi on le dérange de cette ſituation, il doit ſe mouvoir & oſciller juſqu'à ce qu'il l'ait repriſe : & c'eſt en effet ce qu'on obſerve.

Comme toutes les pierres d'aimant n'ont pas les propriétés dont nous venons de parler, pour s'aſſurer ſi elles les poſſèdent, on les plonge dans de la limaille de fer ou d'acier ; ſi elles retiennent cette limaille, & qu'en deux endroits oppoſés, les petites barbes de fer s'élevent preſque perpendiculairement à la ſurface, alors on peut les regarder comme bonnes ; ces deux endroits en ſeront les poles.

Il eſt tellement dans la nature de l'aimant d'avoir des poles, qu'en quelque nombre de parties qu'on diviſe un aimant, chaque partie aura toujours deux poles. Les poles de l'aimant ont une propriété bien remarquable, c'eſt que ſi l'on préſente deux aimans l'un à l'autre par les poles de même nom, ils ſe repouſſent, & qu'au contraire ils s'attirent quand on les préſente par les poles de noms différens.

En général l'aimant, dans ſon état naturel & tel qu'on le tire de la terre, a peu de force. Mais on augmente conſidérablement ſa force en l'armant ; & voici en quoi conſiſte cette préparation. Quand on a trouvé les deux côtés où ſont les poles, on lui donne la forme d'un parallélipipède, en le ſciant perpendiculairement à ces côtés, & rendant ces côtés paralleles. On doit faire en ſorte qu'il ait le plus de longueur poſſible, ſans outrer cependant cette dimenſion, dans la direction de ſon axe & de ſes poles. On travaille enſuite à ce qu'on appelle les *armures* de l'aimant. Ce ſont deux plaques de fer doux (*Fig.* 60), qu'on applique aux deux poles, & qu'on y contient avec une ou pluſieurs ligatures de cuivre. Ces plaques ſont terminées par une petite maſſe ou bouton, d'une épaiſſeur plus grande, qui excede de quelques lignes la ſurface inférieure de la pierre. Il réſulte de cette diſpoſition, que non ſeulement la force de la pierre eſt conſidérablement augmentée, mais encore qu'elle ſe trouve concentrée dans les deux boutons N & S ; en ſorte qu'il eſt vrai de dire que lorſqu'un aimant eſt ainſi armé, toute ſa force réſide dans ſes boutons, & que par conſéquent c'eſt à ſes boutons que le contact doit ſe faire. Auſſi eſt-ce à leurs extrémités bien polies que s'applique un portant de fer très-doux, très-poli, auquel on accroche le poids que l'aimant eſt en état de porter.

L'adhérence du fer à l'aimant fait croître, quoique lentement,

la vertu de celui-ci. On a obſervé encore qu'un aimant qu'on avoit chargé d'abord de toute la quantité de fer qu'il pouvoit porter, ſe trouvoit, au bout d'un certain temps, capable de ſoutenir un poids plus conſidérable ; mais alors ſi l'on détache ce poids, l'aimant perd auſſi-tôt l'excès de force qu'il avoit acquis, en vertu de l'action que le poids exerçoit ſur lui, & n'eſt plus en état de ſoutenir la même charge. Il ne recouvre que peu-à-peu ſa premiere force (*Æpinus*, *théorie du magnétiſme*).

Avant d'aller plus loin, nous ferons remarquer que la vertu magnétique agit à travers toutes ſortes de matieres. Les attractions, les répulſions n'ont pas moins lieu, quelques matieres ſolides ou fluides qu'on interpoſe entre le fer & l'aimant.

L'aimant communique ſes propriétés au fer ; en ſorte qu'une lame de ce métal étant une fois aimantée, elle peut communiquer à d'autres la vertu qu'elle a reçue ; elle forme elle-même un véritable aimant.

On aimante une lame de fer ou d'acier avec un aimant bien armé, en faiſant gliſſer chaque face d'un bout à l'autre, & dans le même ſens, ſur la maſſe ou bouton N de l'armure. En répétant cette opération on augmente la vertu magnétique, & on en fait prendre à la lame autant qu'elle eſt ſuſceptible d'en recevoir. Il faut bien obſerver qu'à chaque fois qu'on frotte la lame, il faut la frotter dans le même ſens. Si on la frottoit en ſens contraire de celui dans lequel on a frotté d'abord, on diminueroit la vertu magnétique acquiſe, ſi on ne la faiſoit perdre entierement. Une lame de fer ou d'acier ainſi aimantée, s'appelle *Aimant artificiel.*

Si, ayant aimanté un certain nombre de lames d'acier de même longueur, on les réunit en mettant du même côté toutes les extrémités que l'aimant a touchées les dernieres, qu'on ſerre cet aſſemblage avec des ligatures de cuivre, ayant attention de ne donner aucun coup de marteau, aucunes ſécouſſes rudes à ces pieces, ſoit avant, ſoit après les avoir aſſemblées, ce faiſceau compoſera un aimant artificiel plus ou moins fort, & qu'on pourra employer comme un aimant naturel ; il communiquera la vertu magnétique autant & mieux qu'une bonne pierre d'aimant armée.

Mais pour lui donner une grande force, il faut l'armer comme l'aimant naturel. M. Nollet rapporte qu'en 1740 il en fit compoſer un de douze lames d'acier trempé, chacune de huit pouces de longueur, de dix lignes de largeur & d'une ligne d'épaiſſeur. L'Artiſte en fit un faiſceau qu'il ſerra fortement avec des ligatures de cuivre, & aux extrémités duquel furent attachées deux armures ſemblables à celles qu'on met aux pierres d'aimant ; cet aimant qui, avant d'être armé, n'enlevoit, par le bout le plus fort,

qu'une livre & demie de fer, ou à-peu-près, porta, quand il le fut, un poids de ſix livres & demie, par le moyen d'une piece de fer qu'on mit en contact ſur les boutons des armures. (*Nollet, leçons de Phyſique*).

C'eſt ainſi qu'on a compoſé des aimants artificiels très-forts, en formant avec des lames ou barreaux qui ont reçu la vertu magnétique, deux faiſceaux ſéparés par deux dés de bois d'un pouce d'épaiſſeur, les poles de différents noms communiquant enſemble de part & d'autre par une armure de fer doux.

Les aimants artificiels ſont non ſeulement plus forts que les meilleurs aimants naturels, mais encore ils communiquent beaucoup plus de vertu magnétique au fer & à l'acier; & ſont par conſéquent bien préférables pour aimanter les aiguilles des bouſſoles. Ils ont encore l'avantage qu'il eſt très-facile de leur rendre toute leur force, lorſqu'ils viennent à la perdre par la ſuite des temps.

L'aimant, ſoit naturel, ſoit artificiel, ne perd point de ſa vertu en la communiquant. On a vu même des aimants donner au fer plus de vertu attractive qu'ils n'en avoient eux-mêmes, ſans que la leur en parût diminuer.

Un aimant peut perdre de ſa force par ſucceſſion de temps; mais c'eſt particulierement des ſecouſſes rudes, de la rouille des armures, d'une chaleur trop forte, & probablement d'une poſition déſavantageuſe & de longue durée, que provient l'affoibliſſement de la vertu magnétique.

On a imaginé différents procédés pour communiquer au fer & ſur-tout à l'acier, une très-grande vertu magnétique. Le plus ſimple, le plus commode, le plus efficace, eſt dû à M. Antheaume, qui le décrit de la maniere ſuivante.

Je place, dit-il, horizontalement la barre que je veux aimanter, & je prends deux barres magnétiques, que je diſpoſe en ligne directe, obſervant que le pole Nord de l'une regarde le pole Sud de l'autre, & que ces deux poles ſoient ſéparés l'un de l'autre par un intervalle de l'épaiſſeur de trois cartes à jouer, ou d'environ une demi-ligne. Je les gliſſe dans cette poſition toutes deux enſemble, comme ſi elles ne faiſoient qu'un corps, ſur la lame que j'aimante, en allant & venant lentement pluſieurs fois d'un bout à l'autre de cette lame ſans la quitter; après quoi je la retourne pour l'aimanter de même ſur l'autre face.

Lorſque j'ai deux barres à aimanter, je les place parallement, un peu éloignées l'une de l'autre, le bout marqué *N* (*Fig.* 55) de l'une, vis-à-vis le bout marqué *S* de l'autre, réuniſſant par deux contacts *C*, *C*, les quatre extrémités de ces deux barres; & dans cette diſpoſition je les aimante l'une après l'autre, comme j'ai dit que j'aimante une ſeule barre. Cette union des deux barres,

par le moyen des contacts, y procure une circulation du fluide magnétique pendant tout le cours de l'opération. Je leur communique par ce moyen une vertu magnétique conſidérable; ce que prouve, je crois, l'adhérence des contacts, qu'on ſépare très-difficilement de leurs barres.

Quand on veut aimanter des aiguilles de bouſſole, voici peut-être ce qu'il y a de mieux à faire. Il faut avoir deux barreaux aimantés, deux ou trois fois auſſi longs que l'aiguille qu'on veut aimanter, & au moins deux fois auſſi larges. On les poſe ſur une table, en ligne droite, de maniere que leurs poles oppoſés ne ſoient ſéparés que par une petite plaque mince de carton ou de bois, laquelle ne déborde pas les barreaux, au moins par deſſus. On poſe l'aiguille à aimanter ſur ces barreaux, en ſorte que ſon milieu réponde à leur ſéparation. On la fait enſuite gliſſer à plat, en faiſant répondre chacune de ſes extrémités, ſucceſſivement, preſqu'à cette ſéparation, & en appuyant un peu. Ayant ainſi frotté l'aiguille dix à douze fois ſur chaque face, l'aiguille ſera aimantée.

Pour juger de l'intenſité magnétique d'une aiguille, il faut bien moins avoir égard à ſa faculté de porter du fer, qu'à la durée des oſcillations qu'elle fait librement ſur un pivot lorſqu'on l'écarte du repos. Plus elle fera ſes oſcillations avec viteſſe, plus elle montrera de force pour reprendre ſa direction naturelle. Il n'y a point de rapport conſtant entre ſa vivacité & ſa force pour porter.

Comme les aiguilles des bouſſoles peuvent perdre avec le temps une partie de leur magnétiſme, que par conſéquent on peut être obligé de les retoucher, il convient de ſe munir de barreaux aimantés pour s'en ſervir au beſoin. Ces barreaux doivent avoir au moins un pied de longueur, ſur cinq lignes de largeur & trois d'épaiſſeur. On les met dans une eſpece d'étui, à côté l'un de l'autre, en ſens contraire, c'eſt-à-dire, de maniere que les poles de différents noms ſoient à côté l'un de l'autre, comme on le voit dans la fig. 57, en les ſéparant par un morceau de bois pour qu'ils ne ſe touchent pas, & en appliquant à leurs deux extrémités deux morceaux de fer doux *AB* & *CD*.

Il ſeroit bon d'avoir un ſecond étui compoſé comme celui dont nous parlons.

Le procédé de M. Antheaume, & beaucoup d'autres imaginés par différents Phyſiciens pour communiquer la vertu magnétique à des lames ou à des barres d'acier, exige qu'on ſoit pourvu d'aimants naturels ou artificiels. Mais il peut très-bien arriver qu'on n'en ait point, & que cependant les circonſtances exigent qu'on en faſſe uſage, que, par exemple, on ait à aimanter l'aiguille d'une bouſſole. On a cherché le moyen d'y ſuppléer, & c'eſt encore à M. Antheaume qu'on doit le meilleur de tous. Voici en quoi il conſiſte.

Sur une planche inclinée *AB* (*Fig.* 56), dans la direction du courant magnétique, c'eſt-à-dire, pour Paris, inclinée à l'horizon de 70 degrés, du côté du Nord, je place de file, dit M. Antheaume, deux barres de fer carrées *C*, *F*, de quatre à cinq pieds de longueur, ſur 14 à 15 lignes d'épaiſſeur, limées carrément par leurs extrémités intérieures, ou qui ſe regardent, entre leſquelles je laiſſe un intervalle de ſix lignes. J'applique à chacune de ces extrémités limées une eſpece d'armure *l*, *l*, formée avec de la tôle de deux lignes d'épaiſſeur, 14 à 15 lignes de largeur, & une ligne de plus de hauteur, dont le côté qui doit être appliqué à la barre eſt limé & entierement plat; trois des bords de l'autre face ſont taillés en biſeau ou chanfrein; le quatrieme, qui doit excéder d'une ligne l'épaiſſeur de la barre, eſt limé carrément pour former une eſpece de talon. Pour remplir le reſte de l'intervalle, je mets entre ces deux armures une petite languette de bois *h*, de deux lignes d'épaiſſeur. Tout étant ainſi diſpoſé & placé, comme je l'ai dit, dans la direction du courant magnétique, je gliſſe ſur ces deux talons à-la-fois, ſuivant la longueur des barres de fer, la barre d'acier *KL*, que je veux aimanter, la faiſant aller & venir lentement d'un de ſes bouts à l'autre, comme on feroit ſi l'on aimantoit ſur les deux talons de l'armure d'une pierre d'aimant.

J'ai été ſurpris moi-même, ajoute M. Antheaume, de voir que j'aimantois ainſi tout d'un coup, non ſeulement de petites barres, comme celles de MM. Canton & Mitchell, mais encore de groſſes barres d'acier d'un pied & même plus de longueur; ce qu'on n'obtiendroit jamais par leurs méthodes. J'ajoute qu'une autre expérience faite enſuite, m'a fait connoître que cette opération produit des effets encore plus ſurprenants, en employant des barres de fer de 10 pieds de longueur chacune: la force magnétique que reçoit alors la barre d'acier qu'on aimante, égale celle qu'elle recevroit d'un très-bon aimant.

Les barreaux ainſi aimantés peuvent ſervir à en aimanter d'autres, ou des aiguilles de bouſſole, en ſuivant le procédé expoſé ci-deſſus.

Le fer s'aimante plus facilement que l'acier; mais l'acier conſerve mieux la vertu magnétique qu'on lui fait prendre; auſſi ne fait-on les aimants artificiels qu'avec l'acier; encore y a-t-il une diſtinction à faire entre les eſpeces d'acier qu'on connoît. Toutes n'y ſont pas également propres. Celui qui convient le mieux eſt l'acier d'Angleterre; à ſon défaut on emploie celui d'Allemagne, connu ſous le nom d'*étoffe de Pons*. L'acier non trempé prend bien moins de magnétiſme que celui qui eſt trempé; c'eſt donc avec l'acier trempé qu'on doit faire les aimants artificiels, ainſi que les aiguilles de bouſſole; on doit même préférer celui qui l'eſt le

plus; car plus l'acier eſt trempé dur, plus il prend de magnétiſme, & plus il le conſerve long temps. Pour avoir les meilleures aiguilles de bouſſole, il faut donc les faire d'acier d'Angleterre ou d'acier d'Allemagne trempé de tout ſon dur & non revenu au bleu.

Comme dans la trempe, les lames, les barreaux d'acier ſont ſujets à ſe déformer & à éprouver des altérations dans leurs dimenſions, on a cherché à prévenir cet inconvénient. M. Van-Swinden prétend y avoir très-bien réuſſi. Voulant me procurer des barreaux qui fuſſent parfaits, j'ai imaginé, dit-il, de les faire faire un peu plus grands qu'il n'étoit néceſſaire, de les tremper enſuite avec précaution, & enfin de les uſer avec de l'émeri ſur une plaque de plomb. Il en réſulte deux avantages: 1°. ces lames deviennent parfaitement unies, ſans la moindre inégalité: 2°. on peut les polir parfaitement, ce qui les rend moins ſuſceptibles de la rouille. Au milieu des deux ſurfaces que je me propoſe de rendre par la ſuſpenſion, la ſupérieure & l'inférieure, je fais ſillonner une ligne droite peu profonde, & je fais équarrir les lames, de façon que cette ligne paſſe très-exactement par leur milieu.

Pour éviter les inconvénients de la courbure que les lames prennent par la trempe, je me ſuis quelquefois ſervi de la méthode qu'un très-célèbre correſpondant de l'Académie m'a fournie, c'eſt de tremper les aiguilles dans l'huile, & en effet elles ſe courbent alors très-peu; mais j'ai trouvé que ces aiguilles ne ſont pas aſſez dures. Depuis ce temps je les fais tremper très-dur, parce que l'Artiſte dont je me ſers a trouvé une méthode de tremper l'acier extrêmement dur, ſans qu'il ſe tourmente ſenſiblement (*Voyez l'excellent mémoire de ce ſavant, qui partagea le prix de l'Académie des ſciences en 1777*).

On peut auſſi faire en ſorte que les aiguilles ſe tourmentent beaucoup moins à la trempe, en couvrant d'une couche de ſuif l'eau dans laquelle on les trempe. On prévient encore de cette maniere les gerçures, auxquelles l'acier eſt très-ſujet.

Paſſons à ce qui concerne la forme & les dimenſions qu'il convient de donner aux aiguilles des bouſſoles.

Suivant M. Lous, profeſſeur à Copenhague, l'aiguille, la roſe & tout ce qui en dépend, ne doivent peſer que dix à douze gros au plus, parce que ſi elles peſoient davantage, la chape ſeroit expoſée à être creuſée par le pivot, ou le pivot pourroit être émouſſé par la chape, ce qui altéreroit la mobilité de l'aiguille. On donne communément aux aiguilles la forme d'un parallélogramme allongé, dont chaque extrémité ſe termine ſubitement en un angle fort obtus. Mais il paroît que cette forme n'eſt pas la meilleure.

Le Citoyen Coulomb, de l'Inſtitut national, ayant trouvé qu'une lame d'acier prend d'autant plus de magnétiſme & le conſerve d'autant plus long-temps, toutes choſes d'ailleurs égales, qu'elle a plus de ſurface; M. Lous propoſe de compoſer les aiguilles avec quatre lames paralleles, n'ayant à elles quatre que le poids d'une aiguille ordinaire, parce qu'elles ont beaucoup plus de ſurface relativement à leur maſſe. Ces aiguilles, qui ſont vraiment ſupérieures aux autres, en ce qu'elles prennent plus de magnétiſme & le conſervent mieux, le ſont encore en ce qu'elles ſont indépendantes de la chape qui eſt fixée à la roſe, ainſi qu'elles, deux d'un côté de la chape & deux de l'autre. De cette maniere on eſt diſpenſé d'en percer aucune, ce que quelques Phyſiciens regardent comme un inconvénient, mais peut-être ſans beaucoup de fondement. Car M. Blondeau, profeſſeur de Mathématiques aux écoles de la marine, qui s'étoit beaucoup occupé, & avec ſuccés, de la perfection de la bouſſole, a trouvé par des expériences très-bien faites, que ſi la lame eſt par elle-même bien conditionnée, & ſi le trou du milieu n'eſt pas trop grand par rapport à la largeur de la lame, il n'altere pas ſenſiblement la force directrice; & le Citoyen Coulomb, dans ſa piece qui partagea le prix de 1777, eſt parfaitement d'accord avec lui, pourvu que le diamètre du trou n'excede pas la demi-largeur de la lame.

Quant aux dimenſions de l'aiguille, on eſt dans l'uſage de lui donner ſix pouces de longueur. Si elle étoit plus petite, la roſe n'auroit pas aſſez de diametre pour que les degrés fuſſent d'une grandeur convenable; & ſi elle étoit plus grande, elle pourroit être embarraſſante.

Comme la routine des Ports empêchera ſans doute que les aiguilles de M. Lous ſoient adoptées, quoique bien préférables à celles qui ſont en uſage, nous ne pouvons nous diſpenſer de parler de la maniere dont celles-ci doivent être ſuſpendues, pour qu'elles puiſſent prendre librement la direction qui leur convient, ſuivant leur nature, ſuivant le temps & ſuivant le lieu.

La ſuſpenſion la plus en uſage s'exécute en perçant l'aiguille dans ſon milieu, d'un trou d'un diamètre plus petit que la moitié de la largeur de l'aiguille; ce trou eſt taraudé intérieurement pour recevoir à vis une chape d'agate, montée ſur du laiton.

Il faut que la chape d'agate ſoit un ſolide de révolution de forme conoïdale intérieurement & extérieurement, mais ſur-tout intérieurement, pour que le point de ſuſpenſion ſur le pivot ſoit toujours le même, toujours au ſommet du conoïde.

Le pivot doit être d'acier trempé. S'il devoit être très-long & très-gros par ſa partie inférieure, il faudroit ſe contenter de faire ſa pointe en acier. Il doit être bien aſſujetti au milieu du fond de la boîte, & de maniere que ſon axe ſoit perpendicu-

laire à ce fond. Il ne faut pas que la pointe du pivot ſoit trop fine, parce qu'elle ſeroit facilement émouſſée par le frottement de la chape, ou parce que la preſſion pourroit faire pénétrer le pivot dans la matiere de la chape. Le Citoyen Blondeau dit qu'un aſſez long uſage lui a appris que les meilleurs pivots ſont ceux dont la pointe reſſemble à celle d'une bonne aiguille à coudre, de moyenne grandeur, qui a un peu ſervi. Comme il eſt néceſſaire de bien centrer le point de ſuſpenſion, c'eſt-à-dire, de le faire répondre bien directement au centre de la boite, auquel doit répondre auſſi celui de la roſe, il conſeille d'employer des pivots tournés ſur le tour d'horloger, & trempés ſeulement par leur pointe, & de les monter à vis ſur un écrou placé au milieu du fond de la boite. On obſervera que le pivot doit pouvoir s'ôter de ſa place, & s'y remettre à volonté, afin de pouvoir en viſiter commodément la pointe de temps en temps.

A l'égard de la boîte qui contient le pivot, l'aiguille & la roſe, elle doit être de métal pour plus de ſolidité. On doit ſe garder de la faire en cuivre jaune, parce que le zinc qui entre dans ſa compoſition renferme des parties ferrugineuſes, qui pourroient agir ſur l'aiguille & altérer ſa direction. Il conviendroit d'y ſubſtituer un métal compoſé de dix-huit parties de cuivre rouge bien pur, ou de roſette, & d'une partie d'étain fin. Pour faire cet allage on fait d'abord fondre le cuivre, puis on y jette l'étain, qui ſe trouve fondu dans un inſtant. On remue le mélange pendant un inſtant avec une verge de fer, & on coule. Il faut ſe garder de tenir long-temps le mélange en fuſion, parce que l'étain éprouvant dans le cuivre fondu une chaleur beaucoup plus forte que celle qui eſt néceſſaire à ſa propre fuſion, ne peut manquer de s'altérer très-promptement (*Dictionnaire de Marine, au mot Bouſſole*).

Quant à la boite extérieure qu'on fait en bois, il faut avoir l'attention de n'y employer qu'un bois ſolide & bien ſec, & d'en aſſembler les pieces à queue d'aronde.

La direction que prend l'aiguille aimantée, n'eſt pas la même par toute la terre; elle eſt différente d'un lieu à un autre; & même dans le même lieu elle change avec le temps. Ce changement qui ſe fait lentement & peu-à-peu, eſt très-ſenſible au bout d'un certain temps; il l'eſt même d'une année à l'autre.

Les Citoyens Lalande & Lemonnier ont fait des recherches très-intéreſſantes ſur la déclinaiſon qu'a eue l'aiguille aimantée, en différens temps, à Paris, dont nous ne pouvons nous diſpenſer de dire quelque choſe. Une obſervation faite en 1541, la plus ancienne qu'ils aient pu découvrir, leur a appris qu'alors l'aiguille aimantée déclinoit vers l'Eſt, de 7° 30′. Oronce-Finé lui donne à-peu-près la même déclinaiſon, en 1550. Le Citoyen Lemonnier

conclut de cette obſervation & du peu de mouvement de l'aiguille, en 1541 & 1610, qu'elle étoit à-peu-près ſtationnaire. Depuis elle eſt revenue vers le Nord, y a paru en 1666, s'eſt avancée juſqu'à environ 22° vers l'Oueſt, où elle ſemble maintenant ſtationnaire, & conſéquemment prête à ſe rapprocher du Nord.

On connoît donc, d'une maniere aſſez approchée, les limites de ſes variations (pour Paris); on doit remarquer que le temps de la plus grande vîteſſe dans la variation, ne répond point à la direction de l'aiguille vers le Nord, mais à-peu-près à celle de ſept degrés vers l'Oueſt, c'eſt-à-dire, à-peu-près au point de milieu, entre ſa plus grande variation occidentale & ſa plus grande variation orientale.

Il paroît auſſi que ſon mouvement ſe rallentit à meſure qu'elle approche de ſes points extrêmes; mais les deux parties de cette longue oſcillation ne paroiſſent pas ſemblables, & le mouvement paroît plus rapide dans la partie occidentale.

S'il eſt vrai que nous ſoyons arrivés au moment du retour vers le Nord (du moins à Paris), il faut voir ſi l'aiguille ſuit, en ſe rapprochant du Nord, les mêmes lois qu'en s'en éloignant. On ſent parfaitement qu'on ne pourra remplir cet objet qu'en redoublant de ſoin & d'attention pour obtenir des obſervations bien préciſes. On ne pourra mieux faire que de prendre connoiſſance des procédés qu'ont ſuivis, dans leurs obſervations, MM. Lemonnier, du Hamel-du-Monceau, Van-Swinden, Coulomb, Cotes, & particulierement de l'appareil imaginé par M. Blondeau, & dont on trouve la deſcription dans le Dictionnaire de Marine, au mot Bouſſole.

Il eſt d'autant plus difficile de bien faire les obſervations de la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, qu'en général la déclinaiſon change chaque jour d'un inſtant à l'autre, changement connu ſous le nom de *variation diurne*. Si toutes les aiguilles ne la font pas appercevoir, c'eſt que ce mouvement dépend beaucoup de la nature même des aiguilles, de la maniere dont elles ſont aimantées, de leur forme, de leur ſuſpenſion, de leur poſition dans le méridien magnétique, comme M. Van-Swinden l'a démontré dans ſa piece.

M. Vargentin, en Suede, vers 1750, & M. Horſley, à Londres, ont trouvé que l'aiguille s'écarte quelquefois d'un tiers ou d'un quart de degré, de l'Orient vers l'Occident, de la direction ordinaire, depuis 7 ou 8 heures du matin juſqu'à 2 heures après midi; que de-là juſqu'à 8 heures du ſoir, elle retourne vers l'Orient, juſqu'à ce qu'elle ſe retrouve à-peu-près dans la même direction où elle avoit été à huit heures du matin, après avoir été preſque ſtationnaire toute la nuit, ſi ce n'eſt que vers minuit elle ſe rapproche de l'Occident, pour revenir encore vers

l'Orient au commencement de la matinée. Cette variation diurne ne manque jamais, à moins que la lumiere boréale ne vienne la troubler.

Cotes, à Montmorenci, a trouvé par ſes expériences, que de 4 heures à 6 heures du matin, l'aiguille ſe rapproche du Nord; que de 6 heures du matin à 3 heures du ſoir, elle s'en éloigne d'abord aſſez bruſquement, enſuite plus lentement; enfin que de 3 heures à 8 heures du ſoir, elle s'en rapproche de nouveau. La période commence à 6 heures du matin; elle eſt dans toute ſa force pour augmenter entre 8 & 9 heures du matin; elle ſe rallentit enſuite juſqu'à 3 heures du ſoir; il y a une eſpece de repos juſque vers 4 heures du ſoir; elle commence alors à diminuer; ſa plus grande diminution a lieu de 5 à 6 heures du ſoir; elle continue de diminuer toute la nuit; il ſe fait encore une eſpece de repos de 4 à 7 heures du matin, & une nouvelle période recommence (*Mémoires ſur la Météorologie*).

Les ſaiſons influent ſur l'heure des variations, particulierement ſur celles du matin. Les variations diurnes ſont en général plus grandes en été qu'en hiver. Le Citoyen Coulomb croit qu'elles ont une révolution reglée comme celle du Soleil, & qu'elles ſont dues particulierement à l'action de cet Aſtre ſur le fluide magnétique.

L'aimant a une autre propriété dont il nous reſte à dire un mot; c'eſt ſon inclinaiſon. Une aiguille aimantée ne ſe tient point dans une ſituation horizontale; elle s'incline & fait un angle avec l'horizon. Dans notre hémiſphère, c'eſt la partie Nord qui s'abaiſſe; dans l'hémiſphère auſtral, c'eſt au contraire la partie Sud qui s'incline & s'abaiſſe vers la terre; cette inclinaiſon, qui d'ailleurs varie beaucoup, va toujours en augmentant à meſure qu'on s'approche davantage des poles. Cette inclinaiſon varie auſſi dans les différents temps de l'année & aux différentes heuresdu jour. [*Voyez le Traité élémentaire de Phyſique du Citoyen Briſſon, l'Expoſition que le Citoyen Haüy a donnée, de la théorie du Magnétiſme par Æpinus, les deux Mémoires cités de MM. Van-Swinden & Coulomb, le Traité de Météorologie & les Mémoires ſur le même ſujet, par le Citoyen Cotte, &c.; enfin le Dictionnaire de Marine faiſant partie de l'encyclopédie.*]

# CHAPITRE IV.

## *Des Cartes géographiques.*

UNE Carte géographique eſt la repréſentation ſur un plan, des diverſes parties de la ſurface de la terre, dans des ſituations ſemblables à celles qu'elles ont réellement.

Il y en a de générales : il y en a de particulières. Les cartes générales ſont celles qui repréſentent une moitié de la ſurface de la Terre, qu'on appelle *Mappemondes*, ou une de ſes grandes diviſions, telle que l'Europe, l'Aſie, &c. ; les Cartes particulières ſont celles qui en repréſentent des portions peu conſidérables, par exemple, des pays particuliers.

On ne ſe ſert, dans la Navigation, que de deux eſpèces de cartes, les unes qu'on nomme *Cartes plates*, les autres qu'on appelle *Cartes réduites*.

Les cartes plates ne repréſentent qu'une partie peu étendue, ſur-tout en latitude, de la ſurface de la terre. Dans les cartes de cette eſpèce, les méridiens ſont paralleles, & les degrés des paralleles égaux à ceux du parallele qui paſſe par le milieu de la carte.

Voici quelle eſt leur conſtruction. On mene une droite *AB* (*fig.* 61), qui repréſente le méridien qui paſſe par le milieu de la carte. On élève au milieu *C* de cette droite une perpendiculaire *DE*, qui repréſente le parallele du milieu de la carte. On diviſe *AB* en autant de parties égales que la différence en latitude contient de degrés. D'un point *R* pris pour centre & d'un rayon *RM* égal au degré du Méridien *AB*, on décrit un arc *ML* égal à la latitude du parallele *ED* ; on mene une perpendiculaire *MN* ſur le rayon *RL* ; & l'on fait le degré du parallele *DE*, égal à *RN*.

Il eſt facile de voir que *RN* eſt vraiment la grandeur du degré du parallele *DE*. Car on ſait que le degré de l'Équateur ou du Méridien eſt au degré d'un parallele, comme le rayon eſt au coſinus de la latitude de ce parallele. Or le triangle *RMN* rectangle en *N*, donne cette proportion; *R* : coſ. *MRN* ou coſ. *ML* :: *RM*: *RN*. Le premier terme de cette proportion étant le rayon, le ſecond le coſinus de la latitude du parallele *ED*, & le troiſieme le degré du Méridien, le quatrieme *RN* eſt donc le degré du parallele *ED*.

Ayant trouvé la grandeur *RN* du degré du parallele *ED*, on porte *RN* ſur ce parallele de part & d'autre du point *C*, c'eſt-à-dire, de *C* en *E* & en *D*, autant de fois que la moitié de la différence en longitude contient de degrés; par les points *E* & *D*, on mene des paralleles *HI* & *FG*, à *AB*, & par les points *A* & *B* des paralleles *HF* & *IG* à *DE*; *HI* & *FG* ſont les méridiens extrêmes de la carte, & *HF* & *IG* les paralleles extrêmes. On n'a plus alors qu'à placer chaque lieu ſuivant ſa longitude & ſa latitude. Par la longitude de ce lieu on mene une parallele à *AB*, laquelle en eſt le méridien; par ſa latitude on mene une parallele à *ED*, qui en eſt le parallele; le point d'interſection de ces deux droites donne la poſition du lieu ſur la carte.

Il n'eſt perſonne qui ne ſente combien ces cartes ſont défectueuſes, & qu'elles le ſont d'autant plus qu'elles ont plus d'étendue en latitude, ou que la partie de la ſurface du globe qu'elles repréſentent eſt par une plus grande latitude. Car les degrés des paralleles ſont égaux dans toute l'étendue de ces cartes, tandis qu'ils devroient diminuer à proportion que les paralleles s'éloignent de l'Équateur; en ſorte que ceux des paralleles de la moitié de la carte qui repréſente la moitié de l'eſpace terreſtre la plus voiſine de l'Équateur, ſont trop petits, & ceux des paralleles de l'autre moitié ſont trop grands. Auſſi ne doit-on ſe permettre l'uſage de ces cartes, que dans le cabotage. Il a donc fallu ſonger à ſe procurer, pour de grandes navigations, d'autres cartes qui n'euſſent pas un défaut auſſi grave.

On y a d'abord trouvé quelque difficulté, parce qu'on vouloit, avec raiſon, que les rumbs de vent, ou les routes courues ſuivant un même air de vent, fuſſent toujours des lignes droites, ce qui mettoit dans la néceſſité de rendre encore les méridiens paralleles. Voici comment on eſt parvenu à vaincre cette difficulté. On a fait d'abord les degrés des paralleles égaux à ceux de l'Équateur dans toute l'étendue de la carte. Enſuite, comme on commettoit par-là une erreur d'autant plus grande, que la latitude eſt plus grande, on a imaginé de la corriger en rendant chaque degré du Méridien de la carte d'autant plus grand, qu'on a rendu trop grand le degré du parallele qui lui répond, en le faiſant égal à celui de l'Équateur, ou ce qui revient au même, en faiſant régner entre le degré du Méridien de la carte & le degré du parallele ou de l'Équateur, le rapport qui exiſte entre le degré du Méridien & le degré du parallele ſur la ſurface du globe, qui eſt celui du rayon au coſinus de la latitude de ce parallele, ou de la ſécante de cette latitude au rayon; en ſorte que l'erreur ſe trouve corrigée, ſi le degré du Méridien de la carte, ou l'intervalle entre deux paralleles dont la latitude differe d'un degré, eſt égal au produit du degré de l'Équateur, multiplié par le rayon, diviſé par le coſinus de la latitude, ou au produit du degré de l'Équateur, multiplié par la ſécante de la latitude, diviſé par le rayon. Cette eſpece de carte eſt celle qui eſt connue ſous le nom de *Cartes réduites* (*a*).

Comme dans la détermination du degré du Méridien de la carte, il n'y a pas de raiſon d'employer une des deux latitudes de préférence à l'autre, & que ces latitudes différant d'un degré, il doit y avoir une différence plus ou moins ſenſible entre les valeurs qu'elles donnent du degré, dont l'une eſt trop petite & l'autre trop

(*a*) On doit le principe des cartes réduites à Édouard Wrigt, lequel le fit connoître vers 1599; & ce fut vers 1630 que l'uſage de ces cartes s'introduiſit en France. Suivant le P. Fournier, ce fut à Dieppe que les premieres furent conſtruites. Voyez ſon *Hydrographie*.

grande, pour éviter cet inconvénient, au lieu de concevoir le Méridien diviſé en degrés, on l'a conçu diviſé en minutes ; car alors les deux latitudes ne différant que d'une minute, on peut, ſans erreur ſenſible, employer l'une ou l'autre indifféremment dans la détermination de la minute du méridien, laquelle eſt égale au produit de la minute de l'Equateur multipliée par la ſécante de la latitude, diviſé par le rayon, par la même raiſon que le degré du Méridien eſt égal au produit du degré de l'Equateur, multiplié par la ſécante de la latitude, diviſé par le rayon. On donne le nom de *Parties méridionales* aux parties du Méridien de la carte réduite, ainſi déterminées.

On appelle *Latitude croiſſante*, la latitude marquée ſur le Méridien d'une carte réduite, parce que les parties qui la compoſent vont en croiſſant en s'éloignant de l'Equateur, puiſqu'elles dépendent de la latitude. De la valeur qu'elles ont, on déduit aiſément la maniere de trouver la latitude croiſſante ; car cette latitude étant la ſomme d'un certain nombre de parties méridionales, & chacune de ces parties étant égale à la minute de l'Equateur, multipliée par la ſécante de la latitude & diviſée par le rayon, il s'enſuit que ſi l'on prend les ſécantes de minute en minute, depuis une minute incluſivement juſqu'au degré dontil s'agit, & qu'on diviſe la ſomme par le rayon, on aura la latitude croiſſante cherchée. Mais il faut convenir que cette méthode eſt bien longue : on en donnera dans un moment une beaucoup plus courte.

Voyons maintenant comment on conſtruit une carte réduite. Suppoſons qu'on veuille conſtruire une carte réduite, qui s'étende depuis le quarantieme degré de latitude juſqu'au cinquante-cinquieme, & depuis le vingt-deuxieme degré de longitude juſqu'au trente-ſixieme ; on menera d'abord une ligne *AB* (*fig.* 62.) qui repréſente le parallele de 40° ; on la diviſera en quatorze parties égales, qui repréſenteront les degrés de longitude ; on élevera aux extrémités *A* & *B*, des perpendiculaires qui repréſenteront les méridiens extrêmes dont on déterminera

nera les degrés de la maniere ſuivante : on prendra les ſécantes de minute en minute, depuis 40° juſqu'à 41°, & diviſant la ſomme par le rayon, on aura en minutes l'intervalle entre le parallele de 40° & celui de 41°, ou la grandeur du 41ᵉ degré ; on fera de même la ſomme des ſécantes de minute en minute, depuis 41° juſqu'à 42° ; cette ſomme diviſée par le rayon, donnera pareillement en minutes l'intervalle entre le parallele de 41° & celui de 42°, ou la grandeur du 42ᵉ. degré ; & ainſi de ſuite juſqu'au cinquante-cinquieme inclusivement. On marquera la poſition de chaque lieu ſuivant ſa longitude & ſa latitude, au moyen d'une table de longitudes & de latitudes, & la carte ſera finie. On ne manque jamais d'y marquer une ou pluſieurs roſes des vents.

---

Soit le Méridien $HD'$ (*Fig.* 58) d'une carte réduite, la partie $C'D'$ de ce méridien, correſpondante à la partie $CD$ du méridien $PH$, qu'on ſuppoſe infiniment petite ; cette partie $C'D' = \frac{R.\ CD}{\text{cos. } CH}$. Soit $x$ le ſinus de la latitude $CH$, en ſuppoſant le rayon égal à l'unité ; on aura cos. $CH = \sqrt{(1 - xx)}$, & le petit élément $CD$ du méridien, $= \frac{dx}{\sqrt{(1 - xx)}}$. Ainſi on aura $C'D' = \frac{dx}{1 - xx}$ ; intégrant, on aura $\int C'D'$, ou la latitude croiſſante $HD' = \log. \frac{\sqrt{(1+x)}}{\sqrt{(1-x)}}$. Mais $\frac{1+x}{1-x}$, ou $\frac{1 + \text{cos. } P}{1 - \text{cos. } P} =$ cot. $\frac{1}{2}$ $CP^2$ Donc la latitude croiſſante $HD' =$ log. cot. $\frac{1}{2}$ $CP$, c'eſt-à-dire, $=$ log. cot. de la moitié du complément de la latitude.

Pour avoir la latitude croiſſante, on n'aura donc qu'à prendre dans les tables ordinaires des logarithmes, le logarithme de la cotangente de la moitié du complément de la latitude, le diviſer par la ſous-tangente des tables 0,43429448, ou le multiplier par 2,30258509, & l'on aura la latitude croiſſante exprimée en parties du rayon ; diviſant enſuite par la valeur 0,01745292 du degré en parties du rayon, on l'aura exprimée en degrés ; elle ſera alors $= 131{,}93128 \times$ log. cot. de la moitié du complément de la latitude. Si on veut l'avoir en minutes, au lieu de diviſer par

la valeur du degré, on diviſera par la valeur 0,0002909 de la minute en parties du rayon; & alors elle ſera = 7915,38 × log. cot. de la moitié du complément de la latitude.

Les latitudes croiſſantes ſervant principalement à déterminer le changement en longitude, il eſt bon de faire voir comment on les y emploie. Soit $EH$ (*Fig.* 58) le petit changement en longitude, correſpondant à la partie infiniment petite $CB$ de la route $AB$,$BD$ l'arc du parallele qui paſſe par $B$, compris entre les deux méridiens $PH$ & $PE$, $BCD$ l'angle du rumb de vent qu'on a ſuivi, que nous nommerons $a$. On a les deux proportions, $EH : BD :: 1 :$ cof. $EB$, ou cof. $CH$ & $BD : DC ::$ tang. $BCD : 1$, leſquelles donnent $EH : DC ::$ tang. $BCD :$ cof. $CH$, d'où l'on tire $EH = \frac{dx \text{ tang. } a}{1 - xx}$. Ainſi la ſomme de tous les petits changements en longitude $EH$, = tang. $a$ log. $\frac{\sqrt{(1+x)}}{\sqrt{(1-x)}}$ + $C$. Pour déterminer cette conſtante, il faut remarquer que l'intégrale doit commencer au point $Q$ de l'Équateur, qui répond au point $A$ du départ. Si donc on ſuppoſe que $m$ ſoit le ſinus de la latitude $AQ$ du départ, on aura $C = -$ tang. $a$ log. $\frac{\sqrt{(1+m)}}{\sqrt{(1-m)}}$

Le changement en longitude $EQ$ ſera donc

$$= \text{tang. } a \left( \text{log. } \frac{\sqrt{(1+x)}}{\sqrt{(1-x)}} - \text{log. } \frac{\sqrt{(1+m)}}{\sqrt{(1-m)}} \right)$$

= tang. $a$ (log. cot. $\frac{1}{2}$ $BP$ — log. cot. $\frac{1}{2}$ $AP$)

= tangente du rumb de vent × [log. cot. de la moitié du complément de la latitude d'arrivée — log. cot. de la moitié du complément de la latitude du départ]. Ainſi pour avoir le changement en longitude, on n'aura qu'à multiplier la différence des latitudes croiſſantes d'arrivée & de départ, par la tangente du rumb de vent.

Dans les déterminations qu'on vient de donner, on a ſuppoſé la terre ſphérique. Quoiqu'à la rigueur elles ſoient ſuffiſantes, parce que la figure de la terre ne differe pas beaucoup de celle d'une ſphere, cependant comme on doit toujours tendre à obtenir toute la préciſion poſſible, nous ne pouvons nous diſpenſer de faire voir comment on trouve les mêmes choſes en ſuppoſant à la terre ſa vraie figure, c'eſt-à-dire, celle d'un ſphéroide applati vers les poles.

Les méridiens étant préſentement elliptiques, abaiſſons $CM$ (*Fig.* 58) perpendiculaire ſur l'axe $RP$ de la terre; nommons $x$ l'abſciſſe $RM$, $y$ l'ordonnée $CM$, $r$ la moitié $RP$ de l'axe de

la terre, $C$ la différence entre la moitié de cet axe & le rayon $RH$ de l'Équateur; nous aurons $y = \frac{r+C}{r}\sqrt{(rr-xx)}$.

On aura le petit changement en longitude $EH = \frac{DC.\ r.\ \text{tang.}\ a.}{\sqrt{(rr-xx)}}$.

Or $DC = \sqrt{(dx^2+dy^2)}$; mais $dy^2 = \left(\frac{r+C}{r}\right)^2.\frac{x^2\,dx^2}{rr-xx} = \frac{(r+2C).x^2\,dx^2}{r(rr-xx)}$; donc $DC = dx\sqrt{\frac{r^3+2Cx^2}{r(rr-xx)}}$.

On aura donc

$$EH = \frac{\text{tang.}\ a.\ r\,dx\sqrt{\left(rr+\frac{2Cx^2}{r}\right)}}{rr-xx}.$$

Mais $\sqrt{\left(rr+\frac{2Cx^2}{r}\right)} = r+\frac{Cx^2}{r^2}$.

Donc $\frac{r\,dx\sqrt{\left(rr+\frac{2Cx^2}{r}\right)}}{rr-xx} = \frac{r\,r\,dx}{rr-xx}+\frac{Cx^2\,dx}{r(rr-xx)}$.

L'intégrale de $\frac{r\,r\,dx}{rr-xx}$ est $r\log.\frac{\sqrt{(r+x)}}{\sqrt{(r-x)}}$,

& celle de $\frac{Cx^2\,dx}{r(rr-xx)}$ est $-\frac{Cx}{r}+C\log\frac{\sqrt{(r+x)}}{\sqrt{(r-x)}}$.

La somme des petits changements en longitude $EH$, sera donc

$$= \left((r+C)\log\frac{\sqrt{(r+x)}}{\sqrt{(r-x)}}-\frac{Cx}{r}\right)\text{tangente}\ a.$$

Soit $CG$ (*Fig.* 59) perpendiculaire à la surface de la terre; & soit nommé $h$ le sinus de l'angle $CGH$, ou de la latitude du point $C$; on aura $Cp : pD :: CI : IG$, ce qui donne

$$h = \frac{r+C}{r}.\frac{x\sqrt{(1-hh)}}{\sqrt{(rr-xx)}},\ \text{d'où l'on tire}$$

$$x = \frac{hr^2}{\sqrt{(rr+2Cr(1-hh))}}.$$

Ainsi le changement en longitude sera

$$= \left((r+C).\log.\frac{\sqrt{(r\sqrt{(rr+2Cr(1-hh))}+hr^2)}}{\sqrt{(r\sqrt{(rr+2Cr(1-hh))}-hr^2)}}-\frac{Chr}{\sqrt{(rr+2Cr(1-hh))}}\right)\text{tang.}\ a.$$

On suppose ici qu'on est parti d'un point de l'Équateur.

Si le point de départ eſt par-tout ailleurs que ſur l'Équateur, repréſentant par $g$ la latitude de ce point, le changement en longitude ſera =

$$\left( [r+C] \log. \frac{\sqrt{[r\sqrt{[rr+2Cr[1-hh]]}+hr^2]}}{\sqrt{[r\sqrt{[rr+2Cr[1-hh]]}-hr^2]}} - \frac{Chr}{\sqrt{[rr+2Cr[1-hh]]}} - [r+C] \log. \frac{\sqrt{[r\sqrt{[rr+2Cr[1-gg]]}+gr^2]}}{\sqrt{[r\sqrt{[rr+2Cr[1-gg]]}-gr^2]}} + \frac{Cgr}{\sqrt{[rr+2Cr[1-gg]]}} \right) \text{ tang. } a.$$

Faiſons voir auſſi comment on détermine la latitude, en ayant égard à l'applatiſſement de la terre. Cherchons l'arc $HC$ du méridien, qui correſpond à la latitude $CGH$.

On a trouvé $DC = dx \sqrt{\frac{r^3+2Cx^2}{r[rr-xx]}}$,

or, $dx = \frac{r^2[r^3+2Cr]dh}{[rr+2Cr[1-hh]]^{\frac{3}{2}}}$, &c. Ainſi on aura

$$DC = \frac{r^2[r^3+2Cr]dh}{\sqrt{[1-hh]}.[rr+2Cr[1-hh]]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{rr}{r+C}\cdot\frac{dh}{\sqrt{[1-hh]}} + \frac{3r^3C}{[r+C]^3}\cdot\frac{hhdh}{\sqrt{[1-hh]}},$$

en convertiſſant $[rr+2Cr[1-hh]]^{\frac{3}{2}}$ en ſérie, & ne conſervant que les deux premiers termes;

mais $\int\frac{hhdh}{\sqrt{[1-hh]}} = \frac{1}{2}\int\frac{dh}{\sqrt{[1-hh]}} - \frac{1}{2}h\sqrt{[1-hh]}$.

On aura donc $\int DC$ ou l'arc $HC$ du méridien,

$$= [r+\tfrac{1}{2}C]\int\frac{dh}{\sqrt{[1-hh]}} - \tfrac{3}{2}Ch\sqrt{[1-hh]}.$$

Or l'expreſſion $[r+\frac{1}{2}C]\int\frac{dh}{\sqrt{[1-hh]}}$ eſt celle d'un arc de cercle, qui a pour rayon celui $r+\frac{1}{2}C$ de la terre ſuppoſée ſphérique, & cet arc de cercle meſure la latitude dans la même ſuppoſition de la terre ſphérique; l'arc $HC$ du méridien elliptique, meſure la même latitude, en tenant compte de l'applatiſſement de la terre; ainſi la quantité dont celle-ci eſt plus petite que la premiere, eſt $= \frac{3}{2}Ch\sqrt{[1-hh]} = \frac{1}{666}h\sqrt{[1-hh]}$, en ſuppoſant la moitié de l'axe de la terre, repréſentée par l'u-

nité. Ainſi, comme $h$ eſt le ſinus de la latitude, & $\sqrt{[1-hh]}$ le coſinus, il faudra pour avoir la latitude, en ayant égard à l'applatiſſement de la terre, retrancher de l'arc qui meſure la latitude dans le cas de la ſphéricité, les $\frac{3}{229}$ du produit du ſinus & du coſinus de la latitude, ou 15,438. ſin. lat. coſ. lat., en diviſant par la valeur 0,0002909 de l'arc d'une minute en parties du rayon, afin d'avoir la correction en minutes.

Quoique les cartes dont les Navigateurs ſe ſervent, ſe réduiſent à celles dont nous avons parlé, peut-être pouvons-nous nous permettre de dire quelque choſe des cartes générales que l'on connoit ſous le nom de Mappemondes.

On ſuppoſe que l'œil eſt placé à la ſurface de la terre dans l'Equateur, à l'extrémité d'un rayon perpendiculaire au premier méridien, & qu'il lui vient des rayons de lumiere de toutes les parties de l'hémiſphère ſitué au-delà du premier méridien, par rapport à lui. Ces rayons en traverſant le plan du méridien, forment par leurs points de rencontre avec ce plan, la repréſentation de toutes les parties de l'hémiſphère dont il s'agit. C'eſt cette repréſentation qu'on nomme *Mappemonde*. La conſtruction de cette carte eſt fondée ſur un principe que voici.

Soit $ABMD$ [*Fig.* 63] l'Equateur, $BCM$ le plan du premier méridien, auquel le rayon $CA$ de l'Equateur ſoit perpendiculaire, & ſuppoſons l'œil en $A$ à l'extrémité de ce rayon. Soit dans l'hémiſphère ſitué au-delà du premier méridien, par rapport à l'œil, un cercle dont la corde $LN$ ſoit le diamètre; nous diſons que la repréſentation de ce cercle ſur le plan du premier méridien, qu'on nomme ſa projection, eſt un cercle dont $IK$ eſt le diamètre. D'abord il eſt évident que les rayons viſuels qui vont ſe rendre à l'œil, de tous les points de la circonférence du cercle dont $LN$ eſt un diamètre, forment la ſurface d'un cône qui eſt coupé par le plan du premier méridien. Or il eſt facile de voir que la ſection de ce cône eſt un cercle dont $IK$ eſt un diamètre. En effet, l'angle $AKI$ eſt égal à l'angle $ALN$, car ils ont tous deux pour meſure la moitié de l'arc $AN$; les triangles par l'axe $AKI$, $ALN$ des cônes $AKI$, $ALN$, ſont donc ſemblables; donc ces cônes ſont ſemblables. Donc, puiſque la baſe du cône $ALN$ eſt un cercle, celle du cône $AIK$ en eſt auſſi un.

Il ſuit de-là que les projections des méridiens & des paralleles ſur le plan du premier méridien, ſont des cercles. Il s'agit de déterminer la projection d'un méridien dont $EF$ eſt le diamètre. Or ſuivant ce que nous venons de voir, la projection de ce méridien eſt un cercle qui a $GH$ pour diamètre; or $GH =$ tang. $\frac{1}{2}DE$ + tang. $\frac{1}{2}DF =$ tang. $\frac{1}{2}DE$ + cot. $\frac{1}{2}DE =$

$$\frac{\text{ſin. } \frac{1}{2}DE}{\text{coſ. } \frac{1}{2}DE} + \frac{\text{coſ. } \frac{1}{2}DE}{\text{ſin. } \frac{1}{2}DE} = \frac{1}{\text{ſin. } \frac{1}{2}DE \text{ coſ. } \frac{1}{2}DE} = \frac{2}{\text{ſin. } DE}$$

$= \frac{2}{\text{cos. } BE} = 2$ sec. $BE$. Ainsi $B$ étant supposé le point d'où l'on commence à compter les longitudes, le rayon de la projection d'un méridien est égal à la sécante de la longitude de ce méridien.

Supposons actuellement que $AD$ représente le plan de l'Équateur, $BCM$ représentant toujours le plan du premier méridien, & l'œil étant toujours en $A$. Soit $NF$ le diamètre d'un parallele. Il est clair qu'ayant mené les droites $AN$, $AFH$, le parallele aura pour projection un cercle dont $KH$ sera le diamètre. Or $KH =$ tang. $\frac{1}{2}$ $DF -$ tang. $\frac{1}{2}$ $DN =$ cot. $\frac{1}{2}$ $DN -$ tang. $\frac{1}{2}$ $DN$

$= \frac{\text{cos. } \frac{1}{2} DN^2 - \text{sin. } \frac{1}{2} DN^2}{\text{sin. } \frac{1}{2} DN \text{ cos. } \frac{1}{2} DN} = \frac{2 \text{ cos. } DN}{\text{sin. } DN} = 2$ cot. $DN$.

Ainsi le rayon de la projection d'un parallele est égal à la cotangente de la latitude de ce parallele.

Voici encore une maniere fort simple d'avoir les projections des méridiens & des paralleles, sur le plan du premier méridien. Soit $ABPM$ [*Fig.* 64] le premier méridien, $BM$ le diamètre qui lui est commun avec l'Équateur, & $AP$ l'axe de la terre. Supposant qu'on commence à compter les longitudes du point $B$, soit $BE$ la longitude du méridien dont on veut avoir la projection. On menera la droite $AE$ qui coupera le diamètre $BM$ en un point $G$, lequel sera une des extrémités du diamètre de la projection, & ensuite $AH$ perpendiculaire sur $AE$, qui rencontrera le diamètre $BM$ prolongé, en un point $H$ qui sera l'autre extrémité. Décrivant donc sur $GH$, comme diamètre, un cercle dans le plan du premier méridien, ce cercle sera la projection du méridien dont $BE$ est la longitude, & la partie $FGA$ de cette projection, terminée par l'axe de la terre, sera la projection de la moitié de ce méridien, située au-delà du premier méridien, par rapport à l'œil.

Soit $BN$ la latitude du parallele dont on veut avoir la projection; ayant mené le diamètre $NF$ de ce parallele, par ses extrémités, on menera les droites $MN$, $MQ$ qui rencontreront l'axe $AP$ de la terre aux points $K$ & $Q$, qui seront les extrémités du diamètre $KQ$ de la projection du parallele dont $BN$ est la latitude. Décrivant donc sur $KQ$, comme diamètre, un cercle sur le plan du premier méridien, ce cercle sera la projection de ce parallele, & la partie $NKF$ de cette projection sera la projection de la moitié du parallele, située au-delà du premier méridien, par rapport à l'œil.

Les Cartes qui représentent de grandes parties de la surface du Globe, se construisent exactement suivant les mêmes principes.

Digitized by Google

# CHAPITRE V.

## *Des Principes de la réduction des Routes.*

LA Réduction des Routes eſt une opération dont l'objet eſt de déterminer le point de la ſurface de la mer où l'on eſt parvenu, quand on a fait une route.

Pour remonter au principe, il faut d'abord ſavoir que chaque rumb de vent forme ſur la ſurface du globe une ligne qui eſt courbe, tant parce que cette ligne eſt décrite ſur une ſurface courbe, que parce que les méridiens concourant en un point, les parties de cette ligne qui, par la ſuppoſition, coupe les méridiens ſous le même angle, font un angle entr'elles, en ſorte que, outre la courbure qui lui eſt commune avec celle de la terre, elle en a une qui lui eſt particuliere. Cette ligne courbe que forme chaque rumb de vent ſur la ſurface de la terre, & que décrit un vaiſſeau qui fait route ſuivant un même rumb de vent, ſe nomme *Loxodromie.* Il ſembleroit à la premiere vue, que la route formant une ligne courbe à double courbure, il doit être très difficile de déterminer le progrès du vaiſſeau ſoit vers le Nord ou vers le Sud, ſoit vers l'Eſt ou vers l'Oueſt. Mais la propriété dont jouit cette ligne, de couper tous les méridiens ſous un même angle, fait diſparoître toute difficulté, en ce qu'on peut toujours conſtruire un triangle rectiligne rectangle dont l'hypoténuſe repréſente la route, un des deux autres côtés repréſente la quantité dont elle porte le vaiſſeau dans le Nord ou dans le Sud, & l'autre celle dont elle le porte dans l'Eſt ou dans l'Oueſt.

En effet, ſoit *AB* (*fig.* 65) la route qu'on a faite ſuivant un même rumb de vent, *A* le point où elle com-

mence, que nous appelerons, pour abréger, *le point de départ*, & *B* le point où elle finit, que nous nommerons, auſſi pour abréger, *le point d'arrivée*; *PAQ*, *PBE* les méridiens de départ & d'arrivée; *AN*, *MB* les paralleles des mêmes points de départ & d'arrivée; *EQ* l'arc de l'Equateur compris entre les Méridiens *PQ* & *PE*. Concevons la route diviſée en une infinité de parties, telles que *CF*, par tous les points de diviſion des méridiens *PG*, *PK*, & des paralleles *FD*. Il eſt évident que le côté *CD* de chaque petit triangle *CDF*, ſera la petite quantité dont le vaiſſeau aura avancé vers le Nord ou vers le Sud, ou le petit changement que ſa latitude aura éprouvé pendant qu'il a décrit la petite partie *CF* de ſa route, & que le côté *DF* ſera la petite quantité dont il aura avancé vers l'Eſt ou vers l'Oueſt, en ſorte que la ſomme des petits côtés *CD* ſera le chemin fait vers le Nord ou vers le Sud, ou le changement total en latitude *AM*, & la ſomme des petits côtés *DF* le chemin fait dans l'Eſt ou dans l'Oueſt.

Les triangles *CDF* étant rectangles, & l'angle *C* étant le même dans tous, puiſque c'eſt l'angle du rumb de vent, ſont ſemblables. On pourra donc conſidérer leurs hypoténuſes *CF*, comme les antécédens d'une ſuite de rapports égaux, dont les côtés *CD* ſont les conſéquens. Donc la ſomme des hypoténuſes *CF*, ou la longueur *AB* de la route, eſt à la ſomme de tous les côtés *CD*, ou au changement en latitude *AM*, comme l'hypoténuſe *CF* d'un de ces triangles eſt au côté *CD* de ce triangle. Mais ſi l'on conſtruit un triangle rectiligne rectangle *RST* (*fig* 66) dont l'angle *R* ſoit égal à l'angle du rumb de vent, ce triangle ſera ſemblable au triangle *CDF*, en ſorte qu'on aura, *RT* eſt à *RS*, comme *CF* eſt à *CD*, & par conſéquent comme la longueur *AB* de la route eſt au changement en latitude *AM*. Donc ſi l'on ſuppoſe l'hypoténuſe *RT* de ce triangle, égale à la longueur de la route, le côté *RS* adjacent à l'angle du rumb de vent, ſera égal au changement en latitude.

On trouvera, en raiſonnant de la même maniere, que le côté *ST* eſt égal à la ſomme des côtés *DF* des petits triangles *CDF*, ou au chemin fait ſuivant la ligne Eſt & Oueſt.

On voit donc que pour trouver ſoit le chemin Nord ou Sud, ou le changement en latitude, ſoit le chemin Eſt ou Oueſt, on pourra avoir recours au triangle *RST*. Puiſque *RS* exprime le chemin Nord ou Sud, pour trouver ce chemin, on n'aura qu'à faire cette proportion, *R* : cof. *TRS* :: *RT* : *RS*, c'eſt-à-dire, *le rayon eſt au coſinus du rumb de vent, comme la longueur de la route eſt aux lieues Nord ou Sud*, qu'il ne s'agira plus que de convertir en degrés & minutes, pour avoir le changement en latitude. Pareillement, comme *ST* exprime le chemin fait ſuivant la ligne Eſt & Oueſt, on trouvera ce chemin par cette proportion, *R* : ſin. *TRS* :: *RT* : *ST*, c'eſt-à-dire, *le rayon eſt au ſinus du rumb de vent, comme la longueur de la route eſt aux lieues Eſt ou Oueſt.*

Comme lorſqu'on fait une route, il s'agit toujours de déterminer en quel point de la ſurface du globe on eſt parvenu, & que pour avoir la poſition de ce point, il faut avoir ſa latitude & ſa longitude; que par conſéquent il ne ſuffit pas d'avoir déterminé la quantité dont la route qu'on a faite à changé la latitude, qu'il faut encore déterminer la quantité dont elle a changé la longitude, il eſt évident qu'ayant trouvé les lieues Eſt ou Oueſt, on a encore à chercher à combien de lieues elles répondent ſur l'Equateur; car alors, ayant trouvé ce nombre de lieues, on n'aura plus qu'à le convertir en degrés & minutes pour avoir le changement en longitude.

Pour trouver ce nombre de lieues que contient l'arc de l'Equateur *EQ*, qui eſt le changement en longitude, remarquons que le parallele *AN* eſt plus grand & le parallele *BM* plus petit que la ſomme des côtés *DF* des triangles *CDF*, ou que le chemin Eſt ou Oueſt, qu'ainſi il y a un parallele compris entre ces deux-là, qui eſt égal à ce chemin. Or, tant que la route ne paſſe

pas 150 lieues, & que la latitude n'excede pas 72 ou 75 degrés, on peut ſuppoſer, ſans crainte d'erreur, que le parallele qui eſt à égale diſtance des deux paralleles extrêmes, ne differe pas de celui dont nous parlons; en ſorte que ſi l'on ſuppoſe le parallele *IH* mené à égale diſtance de *AN* & de *BM*, on peut, ſans craindre de ſe tromper, le conſidérer comme égal au chemin fait ſuivant la ligne Eſt & Oueſt. Connoiſſant donc ce chemin, ou le nombre de lieues Eſt ou Oueſt, on a la longueur de cet arc qu'on nomme *moyen parallele*. Pour connoître l'arc correſpondant *EQ* de l'Equateur, ou le changement en longitude, on n'aura donc qu'à faire cette proportion, le coſinus de la latitude *QH* du moyen parallele *IH* eſt au rayon, comme ce parallele (ou comme les lieues Eſt ou Oueſt) eſt à l'arc *EQ* de l'Equateur, qui lui correſpond, ou au nombre de lieues de l'Equateur, qu'il ne s'agira plus que de convertir en degrés & minutes pour avoir le changement en longitude.

Pour avoir la latitude du moyen parallele, il faut prendre la moitié de la ſomme des latitudes de départ & d'arrivée, tant que les latitudes ſont de même dénomination, c'eſt-à-dire, toutes deux Nord, ou toutes deux Sud; lorſqu'elles ſont de dénomination différente, on prend le quart de la ſomme.

On peut auſſi trouver les lieues correſpondantes de l'Equateur par une opération graphique, en conſtruiſant un triangle rectiligne rectangle *RST*, dans lequel un des angles, l'angle *R* par exemple, ſoit égal à la latitude du moyen parallele; car ce triangle donnant la proportion, coſ. *TRS* : *R* :: *RS* : *RT*, ou coſ. de la latitude du moyen parallele eſt au rayon, comme *RS* eſt à *RT*, ſi l'on ſuppoſe les lieues Eſt ou Oueſt exprimées par le côté *RS*, l'hypoténuſe *RT* exprimera les lieues correſpondantes de l'Equateur.

Nous croyons devoir faire remarquer qu'on peut encore trouver les lieues correſpondantes de l'Equateur, immédiatement & ſans chercher auparavant les lieues

Eſt ou Oueſt, en faiſant cette proportion, *le coſinus de la latitude du moyen parallele eſt à la tangente du rumb de vent, comme les lieues Nord ou Sud ſont aux lieues de l'Equateur.* En effet, on a d'abord cette proportion, coſ. $HQ$ : $R$ :: $IH$ : $EQ$, & ſuppoſant le triangle $TRS$ tel qu'on l'a conſtruit ci-devant, on a, $R$ : tang. $TRS$ :: $RS$ : $ST$, ou $IH$ qui lui eſt égal; donc on aura, coſ. $HQ$ : tang. $TRS$ :: $RS$ : $EQ$.

Comme le moyen parallele n'eſt point parfaitement égal au chemin fait ſuivant la ligne Eſt & Oueſt, qu'il en differe d'autant plus que la route eſt plus longue ou que la latitude eſt plus grande, on ne peut ſe diſſimuler que les proportions précédentes ne donnent le changement en longitude que d'une maniere approchée; & quoique cette approximation ſoit en général très-ſuffiſante, parce que les routes ſont toujours fort en deçà des limites, où elle commence à ne l'être plus, ou à trop s'écarter de la vérité, on n'en doit pas moins déſirer de pouvoir lui ſubſtituer une méthode exacte, rigoureuſe & applicable à tous les cas. Or, on en a une qui ne laiſſe rien à déſirer à cet égard, qui conſiſte dans une ſimple proportion que voici : *le rayon eſt à la tangente du rumb de vent, comme la différence des latitudes croiſſantes d'arrivée & de départ, ou la ſomme,* ſi l'on paſſe d'un côté de l'Equateur à l'autre, *eſt au changement en longitude.* Quoique cette proportion ait été établie dans le Chapitre précédent, comme la maniere dont on y eſt parvenu n'eſt peut-être pas à la portée de tout le monde, nous allons l'établir de la maniere ſuivante, qui eſt un peu plus élémentaire.

Ayant partagé la route en parties infiniment petites $CF$, mené des Méridiens $PG$, $PK$ par les points de diviſion, &c., il eſt évident que l'arc $EQ$ de l'Equateur ſe trouvera diviſé en parties infiniment petites $GK$, correſpondantes aux parties $CF$ de la route; que ces parties ſeront les changemens infiniment petits en longitude, qui correſpondent aux parties de la route; que par conſéquent leur ſomme ſera le changement en

longitude qu'on cherche. Or, pour trouver cette ſomme, il ne s'agit que de trouver l'expreſſion d'un de ces petits changemens en longitude *GK*. Pour la trouver, remarquons qu'on a d'abord cette proportion, *GK*: *DF*:: *R*: cof. *KF* ou cof. *GC*, ou, *GK*: *DF*:: ſec. *GC*: *R*, & que le triangle *CDF* donne cette autre proportion, *DF*: *DC*:: tang. *DCF*: *R*. Multipliant ces deux proportions, on aura *GK*: *DC*:: ſéc. *GC*. tang. *DCF*: $R^2$, d'où l'on tire

$$GK = \frac{DC \times \text{ſec. } GC}{R} \times \frac{\text{tang. } DCF}{R}.$$

Mais $\frac{DC \times \text{ſec. } GC}{R}$ exprime la partie méridionale correſpondante à *CD*. Le petit changement en longitude *GK* eſt donc égal à la partie méridionale correſpondante à *CD*, multipliée par la tangente de *DCF* ou du rumb de vent, & diviſée par le rayon. Donc la ſomme des petits changemens en longitude *GK*, ou le changement total en longitude *EQ*, eſt égal à la ſomme des parties méridionales, qui correſpond à la différence en latitude *AM*, multipliée par la tangente du rumb de vent, & diviſée par le rayon. Mais la ſomme des parties méridionales, qui correſpond à la différence en latitude *AM*, n'eſt autre choſe que la différence des latitudes croiſſantes de départ & d'arrivée; donc le changement en longitude eſt égal à la différence des latitudes croiſſantes de départ & d'arrivée, multipliée par la tangente du rumb de vent, & diviſée par le rayon; d'où l'on tire, ſi l'on veut, la proportion, *le rayon eſt la tangente du rumb de vent, comme la différence des latitudes croiſſantes de départ & d'arrivée, eſt au changement en longitude.*

# CHAPITRE VI.

## *Application de la Théorie précédente.*

NOus paſſons maintenant aux applications des principes qu'on vient d'établir. Les élémens des opérations que nous aurons à expliquer, ſont, comme on a vu, la longueur & la direction de la route. Ayant expoſé ci-devant aſſez au long les corrections qu'il faut appliquer à la route, à raiſon de la variation de la bouſſole & de la dérive, nous n'employerons que des routes corrigées.

La queſtion qui ſe préſente conſtamment à réſoudre quand on eſt en mer, eſt de déterminer le point de la ſurface de la mer, où l'on eſt parvenu, après avoir fait une route, c'eſt-à-dire, ſa latitude & ſa longitude, au moyen de la connoiſſance de la longueur de la route, & de ſa direction ou du rumb de vent qu'on a ſuivi. Mais cette queſtion n'eſt pas la ſeule qu'on ait à réſoudre. Le peu d'exactitude des données qui ſervent à trouver le point où l'on eſt arrivé, met dans la néceſſité de les corriger toutes les fois qu'on le peut, ce qui donne lieu à d'autres queſtions qu'il eſt également indiſpenſable de ſavoir réſoudre. On peut obtenir la ſolution de toutes ces queſtions, ſoit par le *Quartier de réduction*, ſoit par le calcul. Nous ferons voir d'abord comment on ſe ſert, pour cet objet, du quartier de réduction, en commençant par la queſtion principale qu'on eſt obligé de réſoudre tous les jours.

Quoique cet inſtrument ſoit très-connu, peut-être convient-il qu'au préalable nous en donnions une idée. Le quartier de réduction (*Voyez Planche* V) eſt un carré diviſé en petits carrés par des lignes paralleles à deux côtés contigus, en ſorte que les paralleles à un de ces côtés, ſont diviſées en parties égales par

les paralleles à l'autre côté. Un de ces côtés repréſente la ligne Nord & Sud, & l'autre la ligne Eſt & Oueſt. Du ſommet d'un des angles, pris pour centre, ſont décrits des arcs de 90° par tous les points de diviſion des deux côtés de cet angle. Un de ces arcs eſt diviſé en degrés, & des tranſverſales qui joignent cet arc & celui qui en eſt éloigné de 5 diviſions, procurent la cinquieme partie du degré. Du centre partent des rayons qui diviſent chacun de ces arcs en huit parties égales, qui par conſéquent font entr'eux des angles de 11° 15′. Ces rayons marquent les principaux rumbs de vent d'un quart quelconque de l'horizon. On obtient les autres, au moyen d'un fil attaché au centre de ces arcs, que l'on tend ſur celle des diviſions de l'arc diviſé, qui convient au rumb de vent dont il s'agit. Pour pouvoir faire cette opération, & employer le quartier aux uſages auxquels il eſt deſtiné, on le colle ſur une feuille de carton. On le voit repréſenté dans la figure.

Venons maintenant à la queſtion que nous nous ſommes propoſés de réſoudre par le mayen de cet inſtrument. Deux opérations ſe préſentent à faire; la premiere, de trouver les lieues Nord ou Sud, & les lieues Eſt ou Oueſt; la ſeconde, de trouver les lieues correſpondantes ſur l'Equateur aux lieues Eſt ou Oueſt.

Voici comment on exécute la premiere. On prend pour le point de départ, le ſommet de l'angle d'où part le fil, c'eſt-à-dire, le centre du quartier. On tend le fil ſur le rumb de vent qu'on a ſuivi; on compte la route ſur ce fil, en faiſant valoir chaque intervalle entre les arcs de cercle, un tiers de lieue, ſi la route eſt petite, & ſi l'on a fait beaucoup de chemin, une lieue, deux lieues, &c., autant enfin qu'il eſt néceſſaire pour que la longueur du fil, qui marque celle de la route, ſoit compriſe dans le quartier. On plante une épingle au point où ſe termine cette longueur. Prenant un des deux côtés qui ſe rencontrent au centre du quartier, pour la ligne Eſt & Oueſt, l'autre côté repréſentera la ligne Nord & Sud; & faiſant valoir les

intervalles des lignes droites la même choſe que ceux des arcs, on aura par le nombre de ces intervalles compris entre l'épingle & les côtés Eſt & Oueſt, & Nord & Sud du quartier, le chemin fait dans le ſens Nord ou Sud, & celui fait dans le ſens Eſt ou Oueſt.

Pour trouver le nombre de lieues ſur l'Equateur, qui correſpond au nombre de lieues Eſt ou Oueſt, on compte le nombre de degrés & de parties de degré de la latitude du moyen parallele, ſur la circonférence graduée, à commencer de l'un ou de l'autre des deux côtes du quartier, dont il vient d'être queſtion. On tend le fil ſur le point où ſe termine cette latitude, on compte enſuite les lieues Eſt ou Oueſt, ſur le côté du quartier, d'où l'on a commencé à compter les degrés de la latitude du moyen parallele, en faiſant valoir chaque diviſion ce que l'on veut, un tiers de lieue, une lieue, deux lieues, &c.; par le point où ſe terminent les lieues Eſt ou Oueſt, on mene une perpendiculaire au côté du quartier ſur lequel on les a comptées, laquelle va rencontrer le fil en un point; plantant une épingle en ce point, & comptant ſur le fil, depuis le centre du quartier juſqu'à l'épingle, les intervalles compris entre les arcs de cercle, en les faiſant valoir la même choſe que les diviſions du côté du quartier ſur lequel on a pris les lieues Eſt ou Oueſt, on aura le nombre de lieues de l'Equateur, qui correſpond au nombre de lieues Eſt ou Oueſt.

Il doit être facile maintenant de réſoudre la queſtion où, *connoiſſant le chemin & le rumb de vent, on demande le point d'arrivée, c'eſt-à-dire, ſa latitude & ſa longitude.*

Suppoſons qu'on ſoit parti de 23° 47′ de latitude Nord & de 117° 28′ de longitude orientale (comptée de Paris), & qu'on ait fait 63 lieues au NE $\frac{1}{4}$ E 4° N; il s'agit de trouver la latitude & la longitude d'arrivée.

On tendra le fil ſur le NE $\frac{1}{4}$ E 4° N; on comptera les 63 lieues ſur le fil, depuis le centre du quartier, en faiſant valoir deux lieues les intervalles des arcs; on plantera une épingle au point où ſe termine la lon-

gueur du fil, égale à celle de la route, & l'on trouvera par le nombre des intervalles des lignes droites, compris entre l'épingle & les côtés Eſt & Oueſt, & Nord & Sud du quartier, qu'on fera valoir auſſi deux lieues, que l'on a fait 38 lieues $\frac{2}{3}$ au Nord, & 50 lieues à l'Eſt. Convertiſſant les lieues Nord en degrés, on trouvera 1° 56′ pour le changement en latitude, qu'il faudra ajouter à la latitude du départ pour avoir celle d'arrivée, puiſque la latitude du départ eſt Nord, & qu'on a avancé dans le Nord, & l'on trouvera la latitude d'arrivée, de 25° 43′. Prenant la moitié de la ſomme des deux latitudes, on aura 24° 45′ pour celle du moyen parallele : comptant cette latitude ſur la circonférence graduée, à commencer d'un des côtés du quartier qui aboutiſſent au centre, tendant le fil ſur le point où elle ſe termine, comptant enſuite les 50 lieues Eſt ſur le côté dont nous venons de parler, en faiſant valoir chaque diviſion deux lieues, menant une perpendiculaire à ce côté par le point où ſe terminent les lieues Eſt, & plantant une épingle au point où la perpendiculaire rencontre le fil, on trouvera, par le nombre des intervalles, compris entre le centre du quartier & l'épingle, dont chacun vaudra auſſi deux lieues, qu'aux 50 lieues Eſt, répondent 55 lieues ſur l'Equateur. Les convertiſſant en degrés, on trouvera 2° 45′ pour le changement en longitude, qu'on ajoutera à la longitude du départ, puiſqu'elle eſt Orientale, & qu'on a avancé dans l'Eſt, & l'on aura 120° 13′ pour la longitude d'arrivée.

Voyons comment on peut réſoudre la même queſtion par le calcul. Le rumb de vent eſt de 52° 15′; on fera donc la proportion, le rayon eſt au coſinus de 52° 15′, comme 63 lieues de chemin eſt aux lieues Nord, qu'on trouvera de 38,57. Auſſi la latitude d'arrivée ſera de 25° 41′, 57.

Cherchant les latitudes croiſſantes d'arrivée & de départ dans la Table des latitudes croiſſantes, on trouve que la latitude croiſſante d'arrivée eſt 1597′, & que celle du départ eſt 1470; prenant la différence qu'on

qu'on trouve de 127′, on ſera cette proportion ; le rayon eſt à la tangente de 52° 15′, comme 127′ différence des latitudes croiſſantes de départ & d'arrivée, eſt au changement en longitude, qu'on trouvera de 164′, 1, c'eſt-à-dire, de 2° 44′, 1, en ſorte que la longitude d'arrivée ſera de 120° 12′, 1.

On pourroit encore trouver le changement en longitude par le calcul, ſi l'on vouloit ſe contenter d'un degré de préciſion un peu moindre, en faiſant la proportion ; le coſinus de la latitude du moyen parallele eſt à la tangente du rumb de vent, comme les lieues Nord ou Sud ſont au changement en longitude, en lieues.

Comme l'on commet des erreurs plus ou moins conſidérables dans l'eſtime que l'on fait du chemin & du rumb de vent, il faut rectifier ces élémens toutes les fois qu'on le peut. Le ſeul moyen qu'on ait pour cela, eſt l'obſervation de la latitude. Le Navigateur doit faire, quelques momens avant midi, la réduction de ſa route, afin de comparer enſuite la latitude déduite de l'eſtime, avec celle qu'il trouve par l'obſervation. La différence de ces deux latitudes qui provient des erreurs commiſes dans l'eſtime du chemin & dans celle du rumb de vent, ou tout au moins dans celle de l'un d'eux, lui procure la correction de ces élémens, en ſuppoſant toutefois un examen attentif de toutes les circonſtances qui ont pu les rendre fautifs, afin de n'attribuer à chacun, autant qu'il eſt poſſible, que le degré d'influence qu'il a pu avoir ſur l'erreur en latitude. Il peut arriver qu'on n'en ait qu'un à corriger, ſoit parce qu'on a des raiſons de croire avoir déterminé l'autre beaucoup mieux, ſoit parce que la direction de la route eſt telle qu'il n'y a que celui-là auquel on puiſſe attribuer l'erreur en latitude, ou qui puiſſe influer bien ſenſiblement ſur la longitude, dont la détermination exacte fait tout l'objet des corrections. Tâchons de ne rien laiſſer à déſirer ſur un ſujet auſſi intéreſſant.

Suppoſons d'abord qu'on n'ait point de raiſon de ſoupçonner le rumb de vent d'erreur, ou que la route ſoit très-voiſine de la ligne Nord & Sud, qu'elle ſoit compriſe entre le NNE & le NNO, ou entre le SSE & le SSO, en ſorte qu'on ne puiſſe guere attribuer qu'à elle ſeule l'erreur en latitude, & voyons comment on la corrige, quand on a obſervé la latitude.

On eſt parti de 62° 18′ de latitude Nord, & de 164° 44′ de longitude orientale. On compte d'après l'eſtime, avoir fait 75 lieues au SSO 5° S. On obſerve la latitude à la fin de cette route, & on la trouve de 58° 52′ Nord. Il eſt évident qu'on ne peut ici corriger que le chemin, après quoi il ne s'agit plus que de déterminer la longitude d'arrivée. C'eſt cette correction qui fait mettre dans les Traités de Navigation pour ſeconde queſtion à réſoudre : *étant donnés le point de départ, le rumb de vent & la latitude d'arrivée, trouver la longueur du chemin & la longitude d'arrivée.*

La différence entre la latitude du départ & la latitude d'arrivée obſervée, eſt 3° 26′, ce qui donne 68 $\frac{2}{7}$ lieues Sud. Opérant d'abord par le quartier de réduction, on tendra le fil ſur le SSO 5° S, on comptera les lieues Sud, ſur le côté Nord & Sud de cet inſtrument, en commençant au centre, & par le point où elles ſe terminent, on menera une perpendiculaire à ce côté, qui rencontrera le fil en un point où l'on plantera une épingle. On aura, par le nombre d'intervalles des arcs, compris entre le centre du quartier & l'épingle, la route corrigée, que l'on trouvera de 72 lieues, & le nombre d'intervalles des lignes droites, compris entre le côté Nord & Sud du quartier & l'épingle, donnera les lieues Oueſt, que l'on trouvera de 22 ; on n'aura plus qu'à trouver le nombre de lieues correſpondantes ſur l'Équateur, pour avoir le changement en longitude. La latitude du moyen parallele eſt de 60° 35′ : ainſi opérant comme on l'a fait ci-deſſus pour le même objet, on trouvera que les lieues

correſpondantes ſur l'Équateur, ſont au nombre de 44 $\frac{2}{3}$; les convertiſſant en degrés & minutes, on aura 2° 14′ pour le changement en longitude; le retranchant de la longitude du départ, parce qu'elle eſt orientale & qu'on a avancé dans l'Oueſt, on trouvera la longitude d'arrivée, de 162° 30′.

Opérons par le calcul. Le rumb de vent eſt de 17° 30′; pour trouver le chemin corrigé, on fera, le cosinus de 17° 30′ eſt au rayon, comme les lieues Sud 68 $\frac{2}{3}$ ſont au chemin corrigé, qu'on trouvera de 71,99 lieues ou 72 lieues, comme par le quartier de réduction.

La latitude croiſſante du départ eſt 4814, & celle d'arrivée eſt 4393; la différence eſt 421 : on fera, le rayon eſt à la tangente du rumb de vent 17° 30′, comme la différence 421 des deux latitudes croiſſantes, eſt au changement en longitude, qu'on trouvera de 132′, 8, ou de 2° 12′,8, en réduiſant en degrés; en ſorte que la longitude d'arrivée ſera de 162° 31′,2.

Suppoſons qu'on ſoit aſſez content du chemin, & qu'on croie ne s'être trompé que ſur le rumb de vent, ou que la route ſoit voiſine de la ligne Eſt & Oueſt, & compriſe entre l'ENE & l'ESE, ou entre l'ONO & l'OSO, en ſorte qu'à moins qu'elle ne ſoit très-longue, on ne puiſſe attribuer l'erreur en latitude qu'au rumb de vent, il s'agit de ſavoir comment on corrige le rumb de vent quand on a obſervé la latitude.

On eſt parti de 39° 25′ de latitude Sud, & de 48° 23′ de longitude occidentale. On a fait, ſuivant l'eſtime, 84 lieues à l'Eſt $\frac{1}{4}$ SE 5° S; à la fin de cette route on a trouvé, par obſervation, la latitude de 40° 49′ Sud; on veut corriger le rumb de vent & trouver la longitude d'arrivée. C'eſt à cauſe de cette correction qu'on met dans les Traités de Navigation, au nombre des queſtions à réſoudre, celle-ci : *connoiſſant le point de départ, le chemin & la latitude d'arrivée, trouver le rumb de vent qu'on a ſuivi & la longitude d'arrivée.*

La différence entre les deux latitudes eſt 1° 24′, ce qui donne 28 lieues Sud. Suppoſant qu'on ſe ſerve du quartier de réduction, on comptera ces 28 lieues ſur le côté Nord & Sud, &, ſur les arcs, les 84 lieues qu'on a courues; on tendra le fil ſur le point où l'arc, qui termine cette diſtance, rencontre la perpendiculaire menée à la ligne Nord & Sud, par l'extrémité des 28 lieues. On verra ſur la circonférence graduée, quel rumb de vent on a ſuivi, & que ce rumb de vent eſt l'ESE 3° E; c'eſt-là le rumb de vent corrigé. Le nombre des intervalles des droites, compris entre la ligne Nord & Sud & le point où la perpendiculaire à cette ligne rencontre le fil, donnera 79 ÷ lieues Eſt. On n'aura plus qu'à trouver la longitude d'arrivée. La latitude du moyen parallele étant de 40° 7′, on trouvera 104 lieues correſpondantes, ſur l'Équateur, aux lieues Eſt. La différence en longitude ſera donc de 5° 12′, qu'on retranchera de la longitude du départ, puiſqu'elle eſt occidentale, & qu'on s'eſt avancé dans l'Eſt, & l'on aura la longitude d'arrivée, de 43° 11′.

Si l'on veut ſe ſervir du calcul, on trouvera le rumb de vent corrigé, en faiſant, le chemin 84 lieues eſt aux 28 lieues Sud, comme le rayon eſt au coſinus du rumb de vent; ce qui donnera ce rumb de vent, de 70° 32′, ou l'ESE 3° 2′ Eſt.

La latitude croiſſante d'arrivée eſt 2687, & celle du départ 2577; la différence eſt 110′; on ſera, le rayon eſt à la tangente du rumb de vent 70° 32′, comme 110′ ſont au changement en longitude, qu'on trouvera de 311′, 2, qui ſont 5° 11′, 2; ainſi la longitude d'arrivée ſera de 43° 11′, 8.

Quand on navigue dans le voiſinage de la ligne Eſt & Oueſt, ainſi que nous venons de le ſuppoſer, on ne ſauroit ſe rendre trop attentif à la meſure du chemin, parce qu'on eſt forcé de le conſerver tel que l'eſtime le donne, & que les erreurs dont il peut ſe trouver affecté, ſe tranſmettent preſque toutes entieres à la longitude; celles du rumb de vent au contraire ne l'affectent que très-peu; auſſi y a-t-il bien

peu à gagner pour la longitude, en corrigeant le rumb de vent. On doit penſer la même choſe de la correction qu'on applique au chemin, lorſqu'on navigue dans le voiſinage de la ligne Nord & Sud. Le chemin influe alors très-peu ſur la longitude, tandis que le rumb de vent qu'on eſt forcé de conſerver tel qu'on le trouve par eſtime, y influe conſidérablement. C'eſt pourquoi l'on doit, quand on fait une ſemblable route, redoubler d'efforts pour bien eſtimer le rumb de vent.

Voici une autre maniere de faire la ſeconde des deux corrections précédentes, employée aſſez communément. Avec le rumb de vent eſtimé l'E $\frac{1}{4}$ SE 5° S, & le chemin 84 lieues, on cherchera les lieues Eſt, qu'on trouvera de 80,64. Avec ces lieues Eſt eſtimées & les 28 lieues Sud de la différence en latitude, réſultante de l'obſervation, on trouvera le rumb de vent corrigé l'ESE 3° 21′ E. Avec ce rumb de vent corrigé & les lieues Sud, on corrigera la route, & on la trouvera de 85,51 lieues. Enfin on cherchera le nombre de lieues ſur l'Équateur, qui correſpond aux lieues Eſt eſtimées 80,64, & l'on trouvera 105,35 lieues, ce qui donne 5° 16′, 35, pour la différence en longitude; ainſi la longitude d'arrivée ſera de 43° 6′, 65.

On a quelquefois à réſoudre une queſtion qui eſt abſolument l'inverſe de celle qui nous a occupé en premier lieu. Voici en quoi elle conſiſte : *lorſqu'on connoît les latitudes & les longitudes du départ & de l'arrivée, trouver la longueur & la direction de la route qu'il faut ſuivre pour parvenir d'un de ces points à l'autre.* Nous avons donc à faire voir comment on réſoud une queſtion de cette eſpece.

On part d'un lieu ſitué par 54° 38′ de latitude boréale, & par 88° 54′ de longitude orientale, on veut ſe rendre à un autre lieu ſitué par 56° 14′ de latitude auſſi boréale, & par 92° 18′ de longitude, on demande quel rumb de vent il faut ſuivre, & combien on a de lieues à faire.

Il faut prendre la différence entre les deux latitudes. On la trouve de 1° 36′, laquelle eſt Nord, & donne

32 lieues. On prend enſuite la différence des deux longitudes, qu'on trouve de 3° 24′, laquelle eſt Eſt, & qui, convertie en lieues, donne 68 lieues. La latitude du moyen parallele eſt de 55° 26′. On la compte ſur la circonférence graduée du quartier à partir de la ligne Eſt & Oueſt, on tend le fil ſur cette latitude, on compte les 68 lieues ſur ce fil, par l'extrémité de la longueur de ce fil, qui comprend ces 68 lieues, on mene une paralleie à la ligne Nord & Sud du quartier, elle détermine ſur le côté Eſt & Oueſt, le nombre de lieues Eſt, qui correſpond aux 68 lieues de l'Equateur; on le trouve de 38 lieues $\frac{1}{3}$. On compte enſuite les 32 lieues Nord, ſur le côté Nord & Sud du quartier, on mene une perpendiculaire à ce côté, qu'on prend de 38 lieues $\frac{1}{3}$, on tend le fil de maniere qu'il paſſe par l'extrémité de cette perpendiculaire; la longueur de la portion de ce fil, terminée à cette extémité, fait connoître qu'on a 50 lieues à faire, & ſa direction, qu'il faut ſuivre le NE 5° 18′ E.

Voici la ſolution du même problême par le calcul. La latitude croiſſante d'arrivée, eſt 4099, & celle de départ 3930; leur différence eſt 169. On fera cette proportion, 169′ différence des latitudes croiſſantes, ſont à 204′ différence en longitude, comme le rayon eſt à la tangente du rumb de vent, qu'on trouve de 50° 21′, 63, ce qui donne le NE 5° 21′, 63 E.

On trouve la route par cette proportion, le coſinus du rumb de vent 50° 21′,63 eſt au rayon, comme les 32 lieues Nord ſont à la longueur de la route qu'on trouvera de 50,16 lieues.

Si la bouſſole a de la variation & que cette variation ſoit, par exemple, NO de 8 degrés, en ſuivant le NE 5° 21′ E, indiqué par la bouſſole, on courroit trop vers le Nord, de cette quantité. On aura le rumb de vent indiqué par la bouſſole, qu'il faut ſuivre pour faire effectivement le NE 5° 21′ E, en ajoutant la variation à ce rumb de vent, ce qui donnera le NE $\frac{1}{4}$ E 2° 6′ E

Si la diſtance des deux lieux étoit conſidérable; ſi

par exemple, elle étoit de plus de 200 lieues, l'opération par le quartier de réduction ſeroit défectueuſe.

Si les deux lieux étoient tels, que pour ſe rendre de l'un à l'autre, on fût obligé de traverſer l'Équateur, au lieu de prendre la différence des latitudes, il faudroit prendre leur ſomme & la latitude du moyen parallele égale à la moitié de la plus grande, en ſuppoſant qu'on voulût opérer par le quartier de réduction. Si on employoit le calcul, on prendroit la ſomme des latitudes croiſſantes au lieu de leur différence (*a*).

On peut auſſi obtenir, par les cartes réduites, la réſolution de toutes les queſtions du genre de celles que nous avons réſolues par le quartier de réduction & le calcul. Commençons par la premiere. Suppoſons que la route a porté au Nord.

On détermine d'abord le point du départ. Pour cela on mene par la latitude de ce point une parallele à la ligne Eſt & Oueſt, repréſentée par *AB* (*fig.* 62.), & par ſa longitude une parallele à la ligne Nord & Sud. Le point *C* où ces deux lignes ſe coupent eſt le point de départ. Au moyen de la roſe des vents, on marque le rumb de vent *RS* qu'on a ſuivi. Prenant enſuite avec un compas la plus courte diſtance du point *C* à ce rumb de vent, on fait gliſſer une

(*a*) Le quartier de réduction eſt accompagné d'une échelle de latitudes croiſſantes. Voici comment elle ſe conſtruit. On donne pour valeur à ſon premier degré, c'eſt-à-dire, au premier degré de latitude, un des intervalles du quartier; pour trouver enſuite le ſecond, on fait cette proportion; la ſomme des ſécantes de minute en minute, depuis une minute inclusivement juſqu'à un degré, eſt à l'un des intervalles du quartier, comme la ſomme des ſécantes de minute en minute, depuis une minute inclusivement juſqu'à deux degrés, eſt à la portion du quartier, comprenant un peu plus de deux intervalles, qu'il faut porter ſur l'échelle, pour avoir l'étendue des deux premiers degrés de latitude, & ainſi des autres.

En voici l'uſage pour trouver la différence en longitude. On prendra ſur l'échelle des latitudes l'intervalle compris entre la latitude du départ & celle d'arrivée. On le portera ſur la ligne Nord & Sud du quartier, à partir du centre; par le point où il ſe terminera, on menera une parallele à la ligne Eſt & Oueſt. Le nombre d'intervalles & de parties d'intervalle de la partie de cette parallele, comprise entre le rumb de vent & la ligne Nord & Sud, ſera le nombre de degrés & de parties de degré de la différence en longitude, en comptant chaque intervalle pour un degré.

Je ne dirai rien de la règle de Gunter. Sans doute que notre *puérile & déſhonorante Anglomanie, cette frénéſie anti-nationale, qui eſt un crime*, m'en fera le reproche. Mon excuſe, s'il en faut une, ſera que je n'ai trouvé d'autre mérite à cette invention, que d'être le fruit des lucubrations d'un Anglais.

des pointes le long de *RS*, de maniere que le plan des deux pointes ſoit toujours perpendiculaire à *RS*, l'autre décrit une parallele *CF* à ce rumb, qui eſt la direction de la route. Convertiſſant en degrés & minutes le nombre de lieues qu'on a courues, on prend le nombre de degrés & minutes ſur *AB* qu'on nomme échelle des longitudes, & l'on porte ſur *CF* de *C* en *D*, la partie de l'échelle que comprend ce nombre de degrés & minutes; *CD* repréſentera la longueur du chemin; menant par le point *C* la ligne *CG* parallele à la ligne Nord & Sud, & par le point *D* la ligne *DE* parallele à la ligne Eſt & Oueſt, *CE* ſera le changement en latitude; portant *CE* ſur l'échelle des longitudes, on aura le nombre de degrés & minutes de la différence en latitude. On comptera cette différence ſur le méridien de la Carte, depuis la latitude du départ, en allant vers le Nord; & par le point où elle ſe terminera, on menera une parallele à la ligne Eſt & Oueſt, qui rencontrera en un point *F* la route prolongée. Ce point ſera le point d'arrivée; & le point où il répondra ſur l'échelle des longitudes, marquera ſa longitude.

Si la route avoit porté au Sud, il eſt facile de voir ce qu'il eût fallu faire.

Si l'on avoit couru ſur la ligne Eſt & Oueſt, ou dans une direction qui en eût été extrêmement voiſine, on compteroit le nombre de degrés & minutes de l'échelle des longitudes que vaut la route, ſur la ligne Eſt & Oueſt, à partir du centre de la roſe des vents; par le point *P* où il ſe termineroit, on meneroit une parallele à la ligne Nord & Sud, qui rencontreroit en un point *Q* le rumb de vent qui fait avec la ligne Eſt & Oueſt, un angle égal à la latitude du départ; on porteroit la partie *RQ* de ce rumb, ſur l'échelle des longitudes, & le nombre de degrés & minutes qu'elle y occuperoit ſeroit la différence en longitude.

Paſſons à la ſeconde queſtion. Suppoſons que *c*

ſoit le point de départ & *CF* le rumb de vent qu'on a ſuivi. On portera ſur la ligne Nord & Sud *CG*, de *C* vers *E*, ou du côté oppoſé, ſuivant que la route tend à augmenter ou à diminuer la latitude, la différence en latitude, priſe ſur l'échelle des longitudes; menant enſuite *ED* parallele à la ligne Eſt & Oueſt, *CD* marquera la longueur du chemin, que l'on aura en portant *CD* ſur l'échelle des longitudes, & convertiſſant en lieues le nombre de degrés & minutes que *CD* y occupera. Menant enſuite par la latitude d'arrivée, comptée ſur le méridien de la Carte, une parallele à la ligne Eſt & Oueſt, le point *E* où elle rencontrera la route *CD* ſera le point d'arrivée ſur la Carte, & le point où il répondra ſur l'échelle des longitudes, marquera ſa longitude.

Paſſons à la troiſieme queſtion. Ayant mené par le point *C* de départ la parallele *CG* à la ligne Nord & Sud, on portera de *C* vers *E*, ou vers le côté oppoſé, ſuivant que la route tend à augmenter ou à diminuer la latitude, la différence en latitude, priſe ſur l'échelle des longitudes; on menera par le point *E*, une parallele à la ligne Eſt & Oueſt, & de *C* pour centre & d'un rayon *CD* égal au chemin converti en degrés & minutes, pris ſur l'échelle des longitudes, on décrira un arc de cercle, qui coupera le parallele en un point *D*; menant par le centre *R* de la roſe une parallele *RS* à *CD*, on aura le rumb de vent cherché. Le point d'arrivée & la longitude ſe trouveront comme ci-deſſus.

Paſſons enfin à la quatrieme queſtion. Si l'on ſuppoſe que les points *C* & *F* ſoient les points de départ & d'arrivée, on les joindra par une droite *CF*, à laquelle on menera par le centre *R* de la roſe des vents une parallele *RS* qui ſera le rumb de vent qu'il faut ſuivre.

On menera par le point *C* la ligne *CG* parallele à la ligne Nord & Sud; on portera ſur *CG* le nombre de degrés & minutes de la différence en latitude, comptée ſur l'échelle des longitudes, de *C* en *E*; par le

point *E* on menera une ligne *ED* parallele à la ligne Eſt & Oueſt; portant *CD* ſur l'échelle des longitudes, on aura la longueur du chemin en degrés & minutes, qu'il ne s'agira plus que de convertir en lieues.

Si les deux lieux de départ & d'arrivée étoient par une même latitude, le rumb de vent qu'on auroit à ſuivre, ſeroit la ligne Eſt & Oueſt; & pour trouver la longueur du chemin, on porteroit ſur le rumb de vent *RQ* qui fait avec la ligne Eſt & Oueſt un angle égal à la latitude, la différence en longitude, priſe ſur l'échelle des longitudes, & par le point *Q* où elle ſe termineroit, on meneroit une droite *QP* parallele à la ligne Nord & Sud, qui rencontreroit la ligne Eſt & Oueſt en un point *P*; portant *RP* ſur l'échelle des longitudes, on auroit la longueur du chemin en degrés & minutes, qu'on n'auroit qu'à convertir en lieues.

Revenons aux corrections qu'il faut appliquer au chemin & au rumb de vent eſtimés, pour avoir une détermination plus exacte du point d'arrivée. On a déjà vu comment on peut corriger l'un ou l'autre de ces élémens. Il y a d'autres moyens de faire ces corrections; il y en a même de corriger les deux élémens à-la-fois. Nous allons faire connoître les uns & les autres, en commençant par les premiers.

Si la route eſt voiſine de la ligne Nord & Sud, c'eſt-à-dire, ſi elle tombe entre le NNE & le NNO, ou entre le SSE & le SSO, on a déjà vu qu'on ne peut corriger que le chemin; car il eſt évident qu'à moins que l'erreur commiſe dans la meſure du rumb de vent ne ſoit conſidérable, elle n'influe preſque nullement ſur la latitude, tandis que la moindre erreur commiſe ſur le chemin y produit un effet très-ſenſible; en ſorte qu'il faut attribuer l'erreur en latitude à l'erreur commiſe ſur la meſure du chemin: mais comme on ne peut corriger le rumb de vent, & que ſon erreur porte preſqu'entièrement ſur la longitude, nous ne pourrons trop répéter qu'il faut être très-attentif à ſa meſure. Quant à la correction qu'il

ſaudra appliquer au chemin, on la trouvera par cette proportion ; le chemin fait ſuivant la ligne Nord & Sud eſt au nombre de lieues de la route, comme le nombre de minutes, de l'erreur en latitude eſt à un nombre de minutes, dont on prendra le tiers pour le réduire en lieues ; on ajoutera ce nombre de lieues au chemin, ou on l'en retranchera, ſuivant que la différence en latitude, réſultante de l'obſervation, eſt plus grande ou plus petite que la différence en latitude, réſultante de l'eſtime.

Si la route eſt voiſine de la ligne Eſt & Oueſt, c'eſt-à-dire, ſi elle tombe entre l'ENE & l'ESE, ou entre l'ONO & l'OSO, alors on ne peut corriger que le rumb de vent, le chemin ne pouvant, dans ce cas, influer ſenſiblement ſur la latitude, à moins qu'on ne commette une erreur conſidérable dans ſa meſure, tandis que la moindre erreur dans le rumb s'y fait ſentir ; ainſi l'erreur en latitude ne peut être attribuée qu'à celle qui a été commiſe dans la meſure du rumb de vent. Mais alors il faut, comme nous l'avons déjà dit, redoubler d'efforts pour meſurer exactement le chemin, parce que la longitude en dépend preſqu'uniquement. Pour corriger le rumb de vent, il faudra faire cette proportion, qui, comme la précédente, ſe démontre avec une extrême facilité ; la différence en latitude, réſultante de l'eſtime, eſt à la différence en latitude, réſultante de l'obſervation, comme le coſinus du rumb de vent eſtimé eſt au coſinus du rumb de vent corrigé.

Dans les autres routes, l'erreur en latitude provient tout-à-la-fois des erreurs commiſes dans la meſure du chemin & de celles commiſes dans la meſure du rumb de vent. Voyons comment on corrige alors le chemin & le rumb de vent.

Suppoſons d'abord qu'on juge avoir eſtimé ces élémens trop petits : ſi la différence en latitude, réſultante de l'obſervation, eſt plus grande que la différence en latitude, réſultante de l'eſtime, on ſuppoſera une erreur en latitude plus forte que l'erreur

réelle, qu'on attribuera au chemin, & on attribuera au rumb de vent l'excès de la premiere ſur la ſeconde; on corrigera enſuite le chemin & le rumb de vent, en ſe ſervant de proportions ſemblables à celles qu'on a employées dans les deux cas précédens.

Pour concevoir plus facilement l'effet de ces corrections & la néceſſité des ſuppoſitions qui les déterminent, on n'a qu'à jeter un coup d'œil ſur la figure 67, dans laquelle *A* marque le point du départ, c'eſt-à-dire, d'où l'on a commencé à faire la route qu'il s'agit de corriger, *AB* le chemin, *CAB* le rumb de vent eſtimé, *AC* la différence en latitude eſtimée, *AC'* la différence en latitude, trouvée par obſervation. Suppoſons une erreur en latitude *CC''* plus grande que l'erreur réelle *CC'*; ſi l'on mene *C''b''* perpendiculaire ſur *AC''*, & qu'on prolonge le chemin *AB* juſqu'à ſa rencontre, *AB''* ſera le chemin corrigé; & ſi, ayant mené *C'B'* perpendiculaire ſur *AC'*, on décrit du point *A* comme centre, & du rayon *AB''*, un arc *B''B'*, & que par le point *B'*, où cet arc rencontre la droite *C'B'*, on mene la droite *AB'*, l'angle *C'AB'* ſera le rumb de vent corrigé, & le point *B'*, qui convient avec la latitude obſervée, ſera le point d'arrivée corrigé. Il eſt facile de voir qu'ayant à remplir, pour trouver ce point, la condition que le chemin & le rumb de vent eſtimés trop petits, ſoient rendus plus grands, on ne peut employer d'autres ſuppoſitions que celles qu'on a faites.

Si le chemin & le rumb de vent ayant été eſtimés trop petits, la différence en latitude, réſultante de l'obſervation, eſt plus petite que la différence en latitude, réſultante de l'eſtime, on ſuppoſera, comme dans le cas précédent, une erreur en latitude plus grande que l'erreur réelle; mais on l'attribuera au rumb de vent, & on attribuera au chemin l'excès de la premiere ſur la ſeconde.

Faiſons voir, comme ci-deſſus, comment ces ſuppoſitions conduiſent au but qu'on ſe propoſe. Soit *A*

(*Fig.* 68) le point du départ, *AB* le chemin eſtimé, *CAB* le rumb de vent eſtimé, *AC'* la différence en latitude, réſultante de l'obſervation. Suppoſons une erreur *CC''* en latitude, plus grande que l'erreur réelle *CC'*; ſi de *A* pris pour centre & du rayon *AB*, on décrit l'arc *BB''*, & que par le point *B''* où il rencontre la droite *C''B''*, perpendiculaire ſur *AC*, on mene la droite *AB''*, l'angle *C''AB''* ſera le rumb de vent corrigé; & ſi l'on prolonge *AB''* juſqu'à la rencontre de *C'B'* perpendiculaire ſur *AC*, *AB'* ſera le chemin corrigé, & le point *B'* le point d'arrivée corrigé.

Si le chemin & le rumb de vent ont été eſtimés trop grands, & qu'on trouve, par l'obſervation, la différence en latitude plus grande que la différence en latitude, réſultante de l'eſtime, on ſuppoſera auſſi une erreur en latitude plus grande que l'erreur réelle, on l'attribuera au rumb de vent, & on attribuera au chemin l'excès de la premiere ſur la ſeconde.

Soit *A* (*Fig.* 69) le point de départ, &c. Suppoſons une erreur *CC''* plus grande que l'erreur *CC'* en latitude. Si de *A* pris pour centre & du rayon *AB*, on décrit l'arc *BB''*, & que par le point *B''*, où il rencontre la droite *C''B''* perpendiculaire à *AC''*, on mene la droite *AB''*, l'angle *C''AB''* ſera le rumb de vent corrigé; & ſi l'on mene la droite *C'B'* perpendiculaire à *AC*, qui rencontre *AB''* en un point *B'*, *AB'* ſera le chemin corrigé, & le point *B'*, qui convient avec la latitude obſervée, le point d'arrivée corrigé.

Si ayant eſtimé trop grands le chemin & le rumb de vent, l'obſervation donne une différence en latitude plus petite que la différence en latitude trouvée par l'eſtime, on ſuppoſera encore une erreur en latitude plus forte que l'erreur réelle; mais on l'attribuera au chemin, & on attribuera au rumb de vent l'excès de la premiere ſur la ſeconde.

Soit *A* (*Fig.* 70) le point du départ, &c. Suppoſons une erreur en latitude *CC''* plus grande que

l'erreur réelle $CC'$. Si l'on mene $C''B''$ perpendiculaire ſur $AC''$, qui rencontre $AB$ en un point $B''$, $AB''$ ſera le chemin corrigé; & ſi ayant décrit de $A$ pour centre & du rayon $AB''$, un arc $b''B'$, on mene par le point $B'$ où cet arc eſt rencontré par la droite $C'B'$ perpendiculaire à $AC$, une droite $AB'$, l'angle $C'AB'$ ſera le rumb de vent corrigé, & le point $B'$ le point d'arrivée corrigé.

Si l'on a eſtimé le chemin trop petit & le rumb de vent trop grand, ou le rumb trop petit & le chemin trop grand, on partagera l'erreur en latitude en deux parties, dont on attribuera l'une au chemin, l'autre au rumb de vent. On obſervera que plus le rumb de vent eſt grand, plus la partie de l'erreur en latitude, qui provient de l'erreur commiſe dans ſa meſure, eſt grande, & plus la partie qui eſt due à l'erreur du chemin eſt petite; & qu'au contraire, plus il eſt petit, plus la partie de l'erreur en latitude, qui provient de l'erreur de ſa meſure, eſt petite, & plus celle qui provient de l'erreur du chemin eſt grande. Au moyen de cette remarque & des circonſtances de la route bien obſervées, on pourra partager convenablement l'erreur en latitude entre le chemin & le rumb de vent. Si l'on n'a pas lieu de ſoupçonner ces élémens plus fautifs l'un que l'autre, on pourra prendre pour règle d'attribuer au chemin la plus forte partie de l'erreur en latitude, tant que le rumb de vent ne paſſe pas 45°, & de l'attribuer au rumb de vent lorſqu'il paſſe 45°. Quant à l'ordre ſuivant lequel on corrigera le chemin & le rumb de vent, on commencera par le chemin, lorſqu'il eſt trop petit & le rumb trop grand; & par le rumb, lorſqu'il eſt trop petit & le chemin trop grand. Au reſte rien n'empêche qu'on ne ſuive un ordre tout contraire.

Suppoſons le chemin trop petit & le rumb de vent trop grand, & ſoit $A$ (*Fig.* 71) le point de départ, &c. Partageons l'erreur en latitude $CC'$ en deux parties $CC''$, $C''C'$, & attribuons la premiere au chemin &

la ſeconde au rumb. Si par le point $C''$ on mene ſur $AC$ la perpendiculaire $C''B''$, & qu'on prolonge le chemin $AB$ juſqu'à ce qu'il la rencontre en un point $B''$, $AB''$ ſera la longueur du chemin corrigé; ſi enſuite de $A$ pris pour centre & du rayon $AB''$, on décrit l'arc $B''B'$, & que par le point $B'$ où il eſt rencontré par la droite $C'B'$ perpendiculaire à $AC$, on mene la droite $AB'$, l'angle $C'AB'$ ſera le rumb de vent corrigé, & $B'$ le point d'arrivée corrigé.

Suppoſons la route trop grande & le rumb trop petit, & ſoit $A$ (*Fig.* 72) le point de départ, &c. Ayant partagé de même l'erreur $CC'$ en latitude, en deux parties $CC''$, $C''C'$, attribuons la premiere au rumb de vent & l'autre au chemin. Si du point $A$ pris pour centre & du rayon $AB$, on décrit un arc $BB''$, & que par le point $B''$ où cet arc eſt rencontré par la droite $C''B''$ perpendiculaire à $AC$, on mene la droite $AB''$, l'angle $C''AB''$ ſera le rumb de vent corrigé; ſi enſuite on mene $C'B'$ perpendiculaire à $AC$, laquelle rencontre $AB''$ en un point $B'$, $AB'$ ſera la route corrigée, & le point $B'$, qui convient avec la latitude obſervée, le point d'arrivée corrigé.

Éclairciſſons ces règles par un exemple.

Suppoſons qu'après avoir couru 76 lieues au NE $\frac{1}{4}$ N 4° 30′ E, depuis le 44° 36′ de latitude Nord & le 112° 28′ de longitude orientale, comptée du méridien de Paris, on ait obſervé la latitude, & qu'on l'ait trouvée de 47° 28′. Suppoſons que, par l'examen des circonſtances de la route, on ait lieu de penſer qu'on a fait plus de chemin & qu'on s'eſt plus avancé dans l'Eſt, en ſorte que le chemin & le rumb de vent ſoient trop petits, il eſt évident que le cas où l'on ſe trouve, eſt un de ceux où l'on doit ſuppoſer une erreur en latitude plus grande que l'erreur réelle. Pour ſavoir auquel du chemin ou du rumb il faut l'attribuer, il faut chercher ſoit par le quartier de réduction, ſoit par le calcul, le chemin qu'on a fait en latitude. On le trouvera de 59,68 lieues, qui

donnent 2° 59′ pour la différence en latitude eſtimée; ainſi, comme la différence en latitude, réſultante de l'obſervation, n'eſt que de 2° 52′, & eſt par conſéquent plus petite, c'eſt au rumb de vent qu'il faut attribuer l'erreur plus forte que l'erreur en latitude.

L'erreur en latitude eſt de 7′ : ſuppoſons qu'on ne peut la faire plus forte que de 4′, parce qu'autrement on auroit une route qui porteroit trop à l'Eſt. Suppoſons donc $CC''$ (*Fig.* 68) de 11′, on la retranchera de la différence en latitude eſtimée $AC$, qui eſt de 2° 59′, ce qui donnera $AC''$ de 2° 48′, & on fera cette proportion; la différence $AC$ de 2° 59′ eſt à la différence $AC''$ de 2° 48′, comme le coſinus du rumb de vent eſtimé $CAB$ de 38° 15′ eſt au coſinus du rumb de vent corrigé $C''AB''$; proportion qui eſt évidente, parce qu'en prenant $AB$ pour rayon, $AC$ & $AC''$ ſont les coſinus du rumb eſtimé & du rumb corrigé; faiſant le calcul, on trouvera le rumb de vent corrigé $C''AB''$ de 42° 31′; ainſi on a ſuivi le NE 2° 29′ N. Pour trouver la correction $B''B'$ qu'il faut appliquer au chemin, il faudra réduire $AC''$ ou 2° 48′ en lieues, ce qui donne 56 lieues, & faire cette proportion, qui eſt évidente; $AC''$ ou 56 lieues eſt à $AB''$ chemin eſtimé de 76 lieues, comme $C''C'$ ou 4′ eſt à $B''B'$, qu'on trouvera de 5′, 4, dont prenant le tiers pour convertir cette correction en lieues, on aura une lieue & $\frac{4}{5}$; ainſi le chemin corrigé $AB'$ ſera de 77 lieues & $\frac{4}{5}$.

En ſe ſervant du rumb corrigé & de la latitude obſervée, on trouvera la différence en longitude de 3° 47′ : la longitude d'arrivée ſera donc de 116° 15′.

Il y a encore d'autres manieres de corriger les routes; en voici une qu'on pourra employer, ſi l'on y a plus de confiance que dans celles que nous avons expoſées.

On eſt parti de 46° 22′ de latitude Sud, & de 128° 34′ de longitude occidentale; on a fait par eſtime, 77 lieues au SO $\frac{1}{4}$ S 4° O. On a obſervé la latitude

latitude à la fin de cette route, & on l'a trouvée de 49° 7′ auſſi Sud. Il s'agit de trouver le chemin, le rumb de vent & la longitude d'arrivée, le tout corrigé.

On cherchera d'abord avec le rumb de vent & le chemin eſtimé, les lieues Oueſt eſtimées, que l'on trouvera de 47,14. Avec le même rumb & la différence en latitude obſervée 2° 45′, ou 55 lieues, on cherchera d'autres lieues Oueſt, qu'on trouvera de 42,58. On prendra la moitié de la ſomme de ces lieues Oueſt & des premieres, ce qui donnera 44,86 lieues Oueſt, qu'on regardera comme corrigées. Avec ces lieues Oueſt corrigées & les 55 lieues Sud, on cherchera le rumb de vent corrigé; on trouvera le SO $\frac{1}{4}$ S 5° 27′ O; avec les lieues Sud, ou avec les lieues Oueſt corrigées, on cherchera le chemin corrigé, qu'on trouvera de 70,97 lieues. Enfin la latitude du moyen parallele étant de 47° 44′, on trouvera que le nombre de lieues de l'Equateur, qui répond aux lieues Oueſt corrigées, eſt 66,7; en ſorte que le changement en longitude ſera de 3° 20′, 1; l'ajoutant à la longitude du départ, parce qu'elle eſt occidentale, & qu'on a avancé dans l'Oueſt, on aura pour la longitude d'arrivée, corrigée, 131° 54′, 1.

Par cette opération on augmente ou l'on diminue la longitude, ſuivant que la différence en latitude réſultante de l'obſervation, eſt plus grande ou plus petite que la différence qui réſulte de l'eſtime. Mais il eſt très-poſſible qu'on doive faire préciſément le contraire, & que dans le cas où la premiere de ces différences ſe trouve plus grande que la ſeconde, la longitude ſoit diminuée, & que le contraire arrive dans le ſecond. Ainſi ce n'eſt qu'avec une défiance bien fondée qu'on doit employer cette méthode, & peut-être vaudroit-il mieux s'en tenir à l'eſtime ſeule.

Dans le cas où l'on ſe croiroit plus ſûr du chemin que du rumb de vent, on pourroit lui en ſubſtituer une dont nous allons parler.

On eſt parti de 37° 50′ de latitude Nord & de

56° 23′ de longitude orientale; on a fait 68 lieues au NO 4° O. A la fin de cette route on a obſervé la latitude, & on l'a trouvée de 40° 11′ auſſi Nord; il s'agit de trouver le chemin, le rumb de vent & la longitude d'arrivée, le tout corrigé.

On cherchera avec le chemin 68 lieues & le rumb de vent eſtimés, les lieues Oueſt, que l'on trouvera de 51,32. Réduiſant la différence en latitude obſervée 2° 21′, en lieues, ce qui donne 47 lieues, on cherchera avec ces 47 lieues & les 68 lieues de diſtance, de nouvelles lieues Oueſt; on trouvera 49,14 lieues; la moitié de la ſomme de ces lieues Oueſt & des premieres, 50,23, ſera les lieues Oueſt corrigées. Avec ces lieues & les 47 lieues Nord, on trouvera le rumb de vent corrigé, qui ſera le NO 1° 54′ O, & le chemin corrigé 68,79 lieues. La latitude du moyen parallele eſt 39° 0′,5; ainſi cherchant les lieues ſur l'Équateur, correſpondantes aux lieues Oueſt corrigées, on trouvera 64,64 lieues, ce qui donne 3° 13′,92 pour le changement en longitude. La longitude d'arrivée, corrigée, ſera donc de 53° 9′,08.

On eſt expoſé, à la mer, à changer fréquemment de route. On en fait ſouvent pluſieurs dans un jour. Pour s'épargner les opérations que chacune exigeroit, on les réduit à une ſeule. On cherche pour chaque route les lieues Nord ou Sud, & les lieues Eſt ou Oueſt, d'où l'on connoît bientôt le nombre de lieues qu'on a fait dans le Nord ou dans le Sud, en faiſant toutes ces routes, & le nombre de lieues qu'on a fait dans l'Eſt ou dans l'Oueſt. Avec ces deux nombres de lieues, on trouvera aiſément le rumb de vent & le chemin, enſuite la latitude & la longitude d'arrivée. Cette opération n'eſt rien moins qu'exacte. Cependant on ne doit pas craindre d'erreur bien ſenſible, ſi l'on ſe borne à ne réduire que les routes faites dans l'eſpace de 24 heures.

Un ſeul exemple ſuffira pour faire entendre parfaitement cette opération, qui eſt connue ſous le nom de *Regle compoſée.*

On eſt parti de 57° 38′ de latitude Nord & de 104° 27′ de longitude orientale ; on a fait 39 lieues au NO ¼ N 4° N, 25 lieues au SE 3° S, 19 lieues à l'ESE 4° E, 23 au NE ¼ E 5° E, 16 au N ¼ NO 4° O ; on demande le rumb de vent, le chemin qu'on a fait en ligne droite, & le point d'arrivée.

La premiere route donne 33,86 lieues Nord & 19,35 lieues Oueſt ; la ſeconde, 18,58 lieues Sud & 16,73 lieues Eſt ; la troiſieme, 6,03 lieues Sud & 18,02 lieues Eſt ; la quatrieme, 11,06 lieues Nord & 20,16 lieues Eſt ; enfin la cinquieme donne 15,43 lieues Nord & 4,21 lieues Oueſt.

Déduiſant les lieues Sud des lieues Nord, & les lieues Oueſt des lieues Eſt, on ſe trouvera avoir fait 35,28 lieues dans le Nord, & 31,35 dans l'Eſt ; leſquelles donneront pour le rumb de vent en ligne droite, le NE 3° 22′ N, & le chemin direct 47,2 lieues.

Les 35,28 lieues Nord donnent 1° 45′, 84 pour le changement en latitude, en ſorte que la latitude d'arrivée eſt de 59° 23′, 84 ; avec les lieues Eſt & la latitude du moyen parallele, 58° 30′, 92, on trouvera 60 lieues ſur l'Equateur, correſpondantes aux lieues Eſt ; ainſi le changement en longitude ſera de 3°, & par conſéquent la longitude d'arrivée, de 107° 27′.

Si après avoir fait différentes routes on obſerve la latitude, on appliquera les corrections à la route unique à laquelle on les aura réduites, comme on le fait quand on n'a couru qu'une ſeule route.

Dans tous les cas, quand on a trouvé le point d'arrivée, c'eſt-à-dire, ſa latitude & ſa longitude, on marque ſa poſition ſur les cartes marines ; en menant par la latitude d'arrivée une parallele à la ligne Eſt & Oueſt, & par la longitude d'arrivée une parallele à la ligne Nord & Sud. Le point où ces deux lignes ſe coupent marque la poſition du point d'arrivée ſur la carte.

Nous finirons par dire un mot de la maniere dont

on marque ſur la carte le point où l'on ſe trouve à la vue de deux terres, & nous y ajouterons quelque choſe ſur la maniere de ſonder.

Lorſqu'on ſe trouve à la vue de deux terres, on les releve avec le compas de variation. On prend, avec un compas ordinaire, la plus courte diſtance de la premiere au rumb de vent ſous lequel on l'a apperçue, & faiſant gliſſer une des pointes du compas le long de ce rumb, l'autre pointe tracera une parallele qui ſera la direction dans laquelle cette terre a paru, du point où on l'a relevée. On ſe conduira préciſément de la même maniere à l'égard de la ſeconde terre, & le point de rencontre des deux paralleles donnera la poſition du point d'où on les a obſervées toutes deux.

On emploie ordinairement cette pratique pour déterminer le point de *partance* ſur la carte, quand on peut appercevoir ſur la terre deux points qui ſont marqués ſur la carte. On les releve avec le compas de variation, au moment où l'on va perdre la terre de vue, & on mene par chacun de ces points une parallele au rumb de vent ſous lequel on l'a apperçu; la rencontre de ces deux paralleles détermine le point de partance.

Si l'on ne peut obſerver qu'un ſeul point, comme quand on part d'une petite iſle & qu'elle eſt ſeule, on eſtime de ſon mieux la diſtance où l'on s'en trouve, & on la marque depuis cette iſle, ſur le rumb de vent auquel on l'a apperçue.

Venons à la maniere de ſonder. Sonder, en terme de marine, c'eſt meſurer la profondeur de la mer. En ſondant, on a encore pour objet de connoître la nature du fond ſur lequel on eſt; mais cet objet n'eſt preſque toujours qu'un acceſſoire du premier.

On ſonde facilement quand la mer a peu de profondeur; mais quand elle en a beaucoup, l'opération eſt longue & pénible. Il faut alors ſe ſervir de corde ou de ligne de ſonde beaucoup plus groſſes, parce

qu'on eſt obligé de mettre à leur extrémité des poids beaucoup plus peſants, des plombs, par exemple, de 60 à 80 livres, au lieu de ceux de 20 ou 30 livres, qui ſuffiſent ordinairement. Ces poids ont une forme conique, & leur baſe eſt creuſée pour recevoir du ſuif, afin que, venant à s'appuyer ſur le fond de la mer, elle puiſſe en apporter des échantillons.

Quand on veut ſonder, on arrête le vaiſſeau, ou l'on met en panne ou côté à travers; car ſi on vouloit faire l'opération pendant que le vaiſſeau marche, le choc de l'eau empêcheroit le plomb de deſcendre & expoſeroit la ligne à ſe rompre. Pluſieurs matelots ſe mettent autour du vaiſſeau par dehors; ils ſoutiennent la ligne; & lorſque tout eſt prêt, ils lâchent à leur tour la portion qu'ils tenoient, & ils ne lâchent qu'autant qu'il eſt néceſſaire, afin de ſentir, s'il eſt poſſible, la diminution que doit recevoir tout-à-coup le poids total lorſque le plomb vient à s'appuyer ſur le fond (*Traité de Navigation de M. Bouguer*).

Comme le vaiſſeau n'eſt pas parfaitement fixe, qu'il peut même changer très-ſenſiblement de place, il peut arriver que la ligne de ſonde s'écarte de la verticale, d'une quantité aſſez conſidérable pour qu'on ne puiſſe ſe diſpenſer d'y avoir égard, dans la crainte d'eſtimer trop grande la profondeur de la mer, en prenant pour ſa meſure la partie de la corde, compriſe entre la ſurface de l'eau & le fond, tandis que la vraie meſure eſt la verticale compriſe entre les mêmes termes. Mais alors, ſi, à cauſe de l'inclinaiſon de la ligne de ſonde, la partie dont il s'agit ne donne plus la vraie profondeur de la mer, elle conduira toujours à la découvrir, au moins à peu près. On n'aura qu'à meſurer la partie de la corde, compriſe entre la main & la ſurface de l'eau, & la diſtance de la main à cette ſurface, & faire la proportion ſuivante, qui ſuppoſe que la ligne de ſonde forme une ligne droite, ce qui certainement n'eſt pas vrai, mais n'eſt pas aſſez éloigné de l'être, pour qu'il en

puiſſe réſulter une erreur bien grave dans la détermination qu'on veut obtenir ; la partie de la corde, meſurée hors de l'eau, eſt à la diſtance de la main à la ſurface de l'eau, comme la partie de la corde, compriſe entre la ſurface de l'eau & le fond, eſt à la verticale qui lui répond ou à la vraie profondeur de la mer.

---

Il eſt bon de remarquer que lorſqu'un vaiſſeau fait route, la direction apparente du vent, marquée par les girouettes, flammes, &c., s'écarte d'autant plus de la véritable direction dans laquelle il ſouffle réellement, que le vaiſſeau a plus de vîteſſe, & que ſa route approche davantage de la perpendiculaire à la direction apparente du vent. La différence entre le vrai rumb & le rumb apparent peut aller, dit M. Bouguer, juſqu'à deux airs de vent, ou à 22° 30′, dans les meilleurs voiliers.

Il réſulte de-là que le vaiſſeau ſemble toujours gagner vers l'origine du vent, plus qu'il ne le fait réellement.

Il s'enſuit encore qu'auſſi-tôt qu'un vaiſſeau qui a vent largue, ou qui va au plus près, a viré de bord, il ſemble que le vent a changé conſidérablement de direction, parce que la différence entre le vrai rumb & le rumb apparent, ſe fait dans un ſens contraire à celui dans lequel elle avoit lieu auparavant.

Il ſuit de-là que ſur mer on ne connoît directement le vrai rumb de vent, que quand on va vent arriere.

Pour connoître la vraie direction du vent, on n'a guere d'autres moyens praticables que ceux-ci : 1°. lorſqu'on vire de bord, on remarque où eſt le cap au moment où l'on a préciſément vent arriere ou vent debout ; 2°. ſi l'on a oublié de faire cette remarque en virant de bord, on prendra un milieu entre les deux rumbs marqués par les girouettes avant & après avoir viré de bord ; 3°. lorſqu'on remarque dans le Ciel des nuages faiſant de longues bandes qui tendent à ſe réunir en un même point de l'horizon ; ce point eſt exactement ou l'origine du vent, ou ſon terme, s'il n'y a pas deux vents différens [*Traité de Navigation de M. Bouguer*].

# ADDITIONS.

## *Des Réfractions terreſtres.*

NOUS croyons convenable de faire mention d'un phénomène ſingulier que M. Bouguer eut lieu de remarquer lorſqu'il étoit au Pérou. Etant monté ſur Chimboraco, 2388 toiſes au-deſſus du niveau de la mer, pour y obſerver les réfractions; comme la grande élévation de ce poſte lui permettoit de découvrir le Soleil plus d'un degré au-deſſous de l'horizon, il obſerva que le Soleil venant à paſſer dans la partie inférieure du Ciel, la réfraction augmentoit ſubitement, & enſuite augmentoit aſſez régulierement. La réfraction qui n'étoit que de $19' 45''$ lorſqu'il étoit à l'horizon, ſe trouva de $24' 20''$ quand il fut au-deſſous, & lorſque ſa dépreſſion apparente fut d'un degré, la réfraction monta à $30' 1''$, & enfin à $34' 47''$ lorſqu'il parut abaiſſé de $1° 17'$ [*Mém. de l'Académie des Sciences, année 1749*].

M. Bouguer reconnut bien vite que cette grande augmentation dans la rétraction étoit due à une réfraction purement terreſtre, qui ſe joignoit à la réfraction aſtronomique. En effet, ſoit *A* [*Fig.* 73.] le ſommet d'une haute montagne, d'où l'obſervateur découvre l'Aſtre *S* par le rayon de lumiere *SMLGA* que l'Aſtre lui envoie. Ce rayon frappant ſon œil ſuivant la tangente *FA*, l'obſervateur apperçoit l'Aſtre dans cette direction, & par conſéquent l'angle *HAF* que l'horizontale *AH* fait avec cette tangente, exprime la dépreſſion apparente, tandis que la dépreſſion vraie eſt repréſentée par l'angle que forme l'horizontale *AH* avec une droite *SA* menée de l'Aſtre à l'œil, qu'on peut conſidérer comme ayant la même direction que le rayon *SM* avant qu'il entre dans l'atmoſphère, à cauſe de l'extrême diſtance de l'Aſtre. Il eſt évident que la partie la moins élevée *LGA* de la courbe que décrit le rayon dans l'atmoſphère, eſt égale de part & d'autre du point *G* qui eſt le plus voiſin de la terre; & qu'au point *L*, auſſi élevé que le point *A*, l'inclinaiſon eſt la même qu'en *A*. Ainſi pour un obſervateur placé en *L* ſur la route du rayon, l'Aſtre *S*, au lieu de paroître au-deſſous de l'horizon, de la quantité dont on l'a obſervé du point *A*, paroîtroit de la même quantité au-deſſus; & la ſomme *LM* de tous les petits détours qu'éprouve le rayon depuis le haut de l'atmoſphère juſqu'en *L*, ou l'angle *KNM* formé par la direction *KL* du rayon parvenu en *L*, & ſa premiere direction *SM*, ſeroit la réfraction aſtronomique qui appartiendroit à la hauteur apparente égale à la quan-

tité dont on a vu l'Aſtre abaiſſé de *A*. La partie *LGA* de la route du rayon, ou la ſomme des détours qu'il éprouve depuis *L* juſqu'en *A*, qui eſt égale à l'angle *LEF* que forment les tangentes des points *L* & *A*, eſt ce que M. Bouguer nomme *réfraction terreſtre*. On voit donc que la réfraction d'un rayon qui vient d'un Aſtre qu'on apperçoit au-deſſous de l'horizon, eſt égale à la réfraction aſtronomique qui convient à une hauteur apparente égale à la dépreſſion apparente, plus à la réfraction terreſtre qu'éprouve le rayon en ſe rendant à l'œil, depuis le point de ſa route, qui eſt auſſi élevé que l'œil au-deſſus du niveau de la mer.

Si, dans les obſervations de M. Bouguer, on prend celle qui répond à un degré d'abaiſſement apparent, on trouve que la réfraction terreſtre eſt plus grande que la réfraction aſtronomique qui convient à un degré de hauteur apparente. Car ſi de la réfraction obſervée $30'\ 1''$, on retranche la réfraction $13'\ 54''$ qu'il trouve pour un degré de hauteur apparente, il reſte $16'\ 7''$ pour la réfraction terreſtre.

Les réfractions terreſtres ont lieu auſſi dans les obſervations des objets terreſtres. Suppoſant que *A* [*Fig.* 74.] ſoit le lieu de l'obſervateur & *B* un objet terreſtre, le rayon de lumiere qui vient de cet objet, traverſant des couches d'air de plus en plus denſes, eſt détourné à chaque couche, & n'arrive à l'œil de l'obſervateur qu'après avoir décrit une courbe *BA*. Le rayon de lumiere entrant dans l'œil ſuivant la direction du dernier petit côté de cette courbe, ou ſuivant la tangente *AG* de cette courbe, en *A*, l'obſervateur verra donc l'objet dans la direction *AG*; en ſorte que, ſi l'on mene la droite *AB*, la réfraction ſera l'angle *GAB*. Si l'on conſidere la courbe *AB* comme un arc de cercle, ce qu'on peut ſe permettre, vu que les objets terreſtres ſont peu élevés, & qu'on mene la tangente *BF*, il eſt évident que la réfraction terreſtre ne ſera que la moitié de l'angle *AKF*.

Comme, à l'exception de M. Lambert, on paroît s'être peu occupé des réfractions terreſtres, qu'on a même négligé d'en conſidérer les effets dans des cas où l'on ne pouvoit ſe le permettre ſans tomber dans des erreurs aſſez conſidérables, peut-être nous ſaura-t-on gré de faire connoître la théorie que M. Lambert en donne dans un excellent ouvrage qui a pour titre : *Route de la lumiere par les airs*.

On a d'abord à trouver un des élémens les plus influens du calcul.

Soient *A* & *B* deux endroits dont on connoît l'élévation *BM* du ſecond ſur le premier, ainſi que les angles *GAH*, *FBC* que les tangentes aux extrémités *A* & *B* de la trajectoire *AB* du rayon de lumiere, forment avec les droites *CA* & *CB* menées du

centre $C$ de la terre, il s'agit de trouver le rayon de l'arc circulaire $AB$ que l'on prend pour la courbe décrite par le rayon de lumiere.

Soit $R$ le centre de cet arc; ſoient menées $CP$ & $CQ$ perpendiculaires ſur les rayons $AR$ & $BR$.

Soit le rayon $AC = 1$, $CB = a$; $AR = BR = \delta$, $GAH = \theta$, $FIC = \mu$. On aura $AP = \text{ſin. } \theta$, $CP = \text{cof. } \theta$, $PR = \delta - \text{ſin. } \theta$, $CQ = a \text{ cof. } \mu$, $BQ = a \text{ ſin. } \mu$, $QR = \delta - a \text{ ſin. } \mu$. On a $CP^2 + PR^2 = CQ^2 + QR^2$. Faiſant les ſubſtitutions, & dégageant $\delta$, on aura

$$\delta = \frac{aa - 1}{2[a \text{ ſin. } \mu - \text{ſin. } \theta]}.$$

Cette équation fait connoître le rayon cherché $AR$. Soit $RE$ perpendiculaire ſur la verticale $AC$ prolongée, $AE$ eſt ce que M. Lambert appelle rayon horizontal, dont dépend toutes les déterminations ſuivantes. Appelons $r$ ce rayon, on aura $r = \delta \text{ ſin. } \theta$.

Pour déterminer $\delta$ & par conſéquent $r$, M. Lambert ſe ſert d'une obſervation de M. Caſſini [*Traité de la grandeur & de la figure de la terre*].

M. Caſſini obſerva au pied du clocher, à Maſſane, la dépreſſion apparente de la ſurface de la mer, & la trouva de $50' 20''$. La hauteur de la tour au-deſſus du niveau de la mer étoit de 408 toiſes & demie. Ainſi $\theta = 0$, $\mu = 89^\circ 9' 40''$, $AC = 1$, $CB = 1{,}000125 = a$. Faiſant les ſubſtitutions dans l'expreſſion de $\delta$, on trouve $\delta = 7{,}06 = r$; le rayon horizontal étoit donc 7 fois plus grand que celui de la terre.

Une autre obſervation de M. Caſſini donne $\delta = r = 7{,}02$.

A préſent que l'on connoît le rayon horizontal, il eſt facile de déterminer la réfraction terreſtre. L'angle $ARB$ étant égal à l'angle $FKA$, la réfraction terreſtre en $A$ ou en $B$ en ſera la moitié, & par conſéquent $= \frac{\frac{1}{2}AB}{AR}$. L'angle $GAH$ de la diſtance apparente de l'objet au Zenith, étant toujours repréſenté par $\theta$, on aura $AR = r \text{ coſéc. } \theta$. La diſtance $AB$ étant fort petite, on aura, à très-peu-près, $AB = AM \text{ coſéc. } \theta$. Appelant donc $\rho$ la réfraction terreſtre, on aura $\rho = \frac{AM}{2r}$.

Puiſque $r = 7$, le rayon de la terre étant ſuppoſé égal à l'unité, la réfraction terreſtre ſera la quatorzieme partie de l'angle $ACM$ de la diſtance horizontale de l'objet $B$.

La réfraction terreſtre eſt cauſe qu'on apperçoit un objet de plus loin. C'eſt ce dont il eſt facile de s'aſſurer, en déterminant la diſtance d'où l'on peut voir un objet dont on connoît la hauteur au-deſſus de la ſurface de la mer.

Soit $AC$ (*Fig. 75*) le rayon de la terre, $AM$ ſa ſurface, $MN$ la hauteur de l'objet, $AE$ le rayon horizontal, lequel ſera le rayon de la trajectoire $NA$ qui touche la ſurface de la terre en $A$. Soit $AC = 1$, $AE$ ou $NE = r$, $NM = m$. Soit menée la tangente $AN'$, & prolongée $CM$ en $N'$. Les angles $ACM$, $AEN$ étant forts petits, on aura $NM : N'M :: AC : AE$, d'où l'on tire $N'M = \frac{rm}{r-1}$. On aura donc l'arc $AM = \sqrt{\frac{2rm}{r-1}}$, exprimé en parties dont le rayon de la terre eſt l'unité.

De-là on tire la conſéquence que l'état de l'atmoſphère reſtant le même, la diſtance de laquelle un objet peut être vu, croit comme la racine carrée de la hauteur de cet objet au-deſſus de la ſurface de la terre ou de la mer.

La diſtance de laquelle on verroit l'objet, s'il n'y avoit point de réfraction, $= \sqrt{2m}$. Cette diſtance eſt donc à celle d'où on le voit réellement, comme $\sqrt{(1 - \frac{1}{r})}$ eſt à 1, ou, à très-peu-près, comme $2r - 1$ eſt à $2r$, ou comme 13 à 14, $r$ étant $= 7$. La réfraction augmente donc d'un treizieme la diſtance à laquelle on verroit l'objet s'il n'y avoit pas de réfraction.

Voici comment on applique l'expreſſion de $AM$. Suppoſons l'objet ou l'œil élevé de 18 pieds au-deſſus du niveau de la mer. Le rayon de la terre eſt de 19622585 pieds, dont le logarithme eſt 7,292751 ; ainſi $m = \frac{18}{19622585}$ : $r$ étant $= 7$, on trouvera $AM = 0{,}001463$, dont le logarithme eſt 7,165249 ; on fera enſuite la proportion, 1 : 0.001463 :: 19622585 : un quatrieme terme qu'on trouve égal à 28707,8 pieds. Ainſi $AM$ eſt de 28707,8 pieds.

Suppoſons actuellement qu'on demande la réfraction terreſtre & la dépreſſion de l'horizon.

Suppoſons toujours $N$ un endroit élevé au-deſſus du niveau de la mer, $NA$ le rayon de lumiere qui touche l'horizon en $A$, $A$ ſera ſon extrémité apparente, & $AM$ ſa diſtance. On a $AM$ ou $ACM = \sqrt{\frac{2rm}{r-1}}$ ; or la réfraction terreſtre $\rho = \frac{AM}{2r}$ ; donc on aura $\rho = \sqrt{\frac{m}{2r(r-1)}}$.

L'abaiſſement apparent de l'horizon eſt égal à l'angle $CNE$. Les angles $CEN$ & $CNE$ étant forts petits, on aura, $CNE$ : $ACN$ ou $ACM :: CE : EN :: r - 1 : r$ ; donc $CNE$, ou $\sigma$, en appelant $\sigma$ l'abaiſſement de l'horizon, $= \frac{ACM(r-1)}{r} = \sqrt{\frac{2m(r-1)}{r}}$.

Suppoſons encore l'œil élevé de 18 pieds.

On trouvera $\rho = 0{,}0001045$, dont le logarithme eſt 6,019121. Pour réduire en ſecondes, on fera la proportion, 1 eſt à 0,0001045, comme le rayon du cercle évalué en degrés, qui eſt égal à 57° 17′ 44″, 8, ou à 206264″, 8 (on évalue le rayon du cercle en degrés, en faiſant, 355 : 113 :: 180° : un quatrieme terme) dont le logarithme eſt 5,314425, eſt à un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 21″. La réfraction terreſtre eſt donc de 21″.

On trouvera de même l'abaiſſement de l'horizon. Car on aura $\sigma = 0{,}001254$, dont le logarithme eſt 7,098303 ; on fera la proportion, 1 : 0,001254 :: 206264″,8 : un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 4′ 19″ ; ainſi la dépreſſion de l'horizon ſera vraiment de 4′ 19″.

Dans le nivellement, l'abaiſſement $N'N$ d'un objet qu'on voit du point $A$ ſur la ligne horizontale apparente $AN'$, eſt égal à $\frac{m}{r-1}$. Car $NN' = N'M - NM$. Ainſi $r$ étant toujours ſuppoſé $= 7$, $NN'$ eſt la ſixieme de $NM$, en ſorte que la réfraction éleve les objets vus ſur l'horizon apparent $AN'$, d'un ſixieme de leur hauteur.

Il ſuit de-là, comme l'obſerve M. Lambert, qu'ayant coutume d'exprimer, dans les tables du Nivellement, la hauteur $N'M$, il faut la diminuer d'un ſeptieme pour avoir la véritable hauteur $MN$, puiſque l'objet qu'on croit voir en $N'$ ſuivant la droite horizontale, ſe trouve d'un ſeptieme plus bas en $N$.

Pour calculer aiſément la hauteur $NN'$, dont la réfraction éleve un objet éloigné de la quantité $AN'$ ou $AM$, M. Lambert, d'après un rapport entre le diamètre de l'Équateur & l'axe de la terre, qu'il n'indique pas, trouve que la diſtance $AM$ étant de 10000 toiſes, la hauteur entiere $N'M$ eſt de 15,311 toiſes, & par conſéquent $NN' = \frac{15{,}311}{7} = 2{,}1873$ toiſes ; d'où il eſt facile d'avoir $NN'$ pour quelque diſtance $AM$ que ce ſoit, puiſque $NN'$ croît comme le carré de la diſtance $AM$. En s'y prenant de cette maniere, ce ſavant Géomètre a calculé une table qui renferme le nombre de toiſes dont il faut diminuer les hauteurs des endroits vus dans la ligne horizontale. On trouvera cette table à la fin de l'ouvrage.

On ſe conduira de la même maniere pour corriger les hauteurs des montagnes.

Caſſini trouva, par exemple, que la hauteur du Canigou au-deſſus du niveau de la mer, la diſtance étant de 28767 toiſes, étoit, ſans égard à la réfraction, de 1441 toiſes. Pour trouver la correction qu'il faut lui appliquer, en ayant égard à la réfraction, la table donnant 6 toiſes pour une diſtance de 16562 toiſes, on

ſera cette proportion, $16562^2 : 28767^2 :: 6$ : un quatrieme terme qu'on trouvera égal à 18 toiſes; ainſi la hauteur véritable du Canigou n'étoit que de 1423 toiſes.

## *De la maniere de remédier aux erreurs qui peuvent réſulter du défaut de paralléliſme des deux ſurfaces du grand Miroir d'un octant ou ſextant.*

Il arrive aſſez ſouvent que les deux ſurfaces du grand miroir ne ſont pas paralleles, d'où il peut réſulter des erreurs dans les obſervations. On peut reconnoître ce défaut de paralléliſme, eſtimer ſa quantité & remédier aux erreurs qui en peuvent réſulter, par l'opération ſuivante, qui doit ſe faire à terre.

On choiſit deux objets qui ſoient vus ſous l'angle à peu-près le plus grand qu'il eſt poſſible de meſurer avec l'inſtrument; après s'être aſſuré que les deux miroirs ſont bien paralleles entr'eux, on meſure cet angle le plus exactement qu'on peut, obſervant de faire tomber le contact des deux images dans le milieu de l'intervalle des fils qui ſont placés au foyer de la lunette. On ôte enſuite le grand miroir de ſa boîte, & on le retourne de maniere que le côté qui étoit le plus voiſin du limbe, en ſoit maintenant le plus éloigné. Il faudra voir ſi alors il eſt bien parallele au petit miroir, & le rendre tel s'il ne l'eſt pas. On meſurera enſuite une ſeconde fois, avec la même préciſion, l'angle apparent des deux objets; ſi on a le même angle qu'auparavant, les deux ſurfaces du grand miroir ſont à peu près paralleles; ſi l'on a un angle différent, prenant la moitié de la différence, on aura l'erreur qui convient à l'angle meſuré. Par exemple, ſi le premier de ces angles a été trouvé de $119^\circ\ 59'\ 30''$, & le ſecond de $120^\circ\ 1'\ 20''$, l'erreur du miroir eſt de $55''$; cette correction s'ajoute au premier & ſe retranche du ſecond.

Obſervant de même d'autres angles pour avoir les erreurs qui leur conviennent, on trouveroit, en interpolant ces erreurs, toutes celles qui conviennent à toutes les diviſions de l'inſtrument; mais au moyen de la table qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, qui renferme les corrections pour trois différentes poſitions de la lunette par rapport au petit miroir, on pourra, d'une ſeule obſervation faite ſur le plus grand angle qu'on puiſſe meſurer avec l'inſtrument, conclure facilement les corrections pour tous les autres.

Au moyen de cette Table générale, on pourra conſtruire la Table particulière, relative à un inſtrument donné, pourvu qu'on connoiſſe l'angle que l'axe de la lunette fait avec le plan du petit miroir, & qu'on ait trouvé, par expérience, la correction qui convient à un grand angle meſuré. Ainſi on a trouvé dans l'exemple rapporté ci-deſſus, que la correction qui convient à un angle de $120^\circ$ eſt de $55''$. Or ſi l'on ſuppoſe

que l'axe de la lunette fait avec le petit miroir un angle de 72° 30′, comme l'on trouve dans la table générale que pour le même angle de 72° 30′, la correction pour l'angle de 120° eſt de 2′ 39″ ou de 159″, il eſt évident que pour conſtruire une table de corrections convenables à l'inſtrument dont on s'eſt ſervi, on n'a qu'à diminuer les nombres de la table générale qui ſont dans la colonne qui répond à 72° 30′, dans le rapport de 159 à 55 (*Voyage de la Flore*).

On a oublié de mettre, après les trois premieres lignes de la page 174, l'*alinea* ſuivant.

L'opération par laquelle on détermine la poſition des rayons viſuels paralleles, peut s'exécuter à la mer, lorſque le tems eſt beau, avec preſqu'autant de préciſion que ſur terre. Pour cela il faudra aſſujettir l'inſtrument ſur quelque point du vaiſſeau, & ſe ſervir pour objet, d'une mire bien diſtincte, qu'on place à 40 ou 50 pieds de diſtance de l'inſtrument (*Voyage de la Flore*).

## *De l'abaiſſement de la Mer.*

L'abaiſſement progreſſif de la mer eſt un de ces grands phénomènes qu'on ne peut contempler d'un œil indifférent. Peut-être n'en eſt-il aucun qui mérite plus de fixer l'attention du Philoſophe, qui portant ſes regards ſur l'état de dégradation où ſe trouve le Globe qu'il habite, cherche à ſe former une idée de ſon état futur; car il ne peut ſe diſſimuler que le volume des eaux diminuant ſans ceſſe, il viendra un tems où il ſera réduit à rien; que par conſéquent tous les êtres organiques dont le nombre aura été en diminuant depuis un certain terme, diſparoîtront entierement. En conclura-t-il que le Globe, ſéjour de tous les crimes, particulierement du deſpotiſme le plus grand de tous, ne ſera plus qu'une vaſte ſolitude où régneront à jamais le ſilence & la paix? Non, la conſidération des forces auxquelles la matiere eſt ſoumiſe, & qui ſont éternelles comme elle, le forcera de rejeter cette idée conſolante. Il ſentira que le globe pourra être quelque tems comme frappé de ſtérilité; mais il ſentira auſſi que cet état ne durera pas toujours.

L'examen d'un phénomène auſſi intéreſſant par ſes ſuites, nous oblige de remonter aux tems où le Globe ſe trouvoit déjà arrivé à l'état où nous l'avons conſidéré dans la note du dixieme chapitre de la premiere Partie de cet Ouvrage; & pour nous ſouſtraire, autant qu'il eſt poſſible, au reproche de nous répéter, nous nous contenterons de dire que les eaux étant parvenues à s'abaiſſer, en ſillonnant la ſurface du globe, elles en laiſſerent à découvert les portions élevées; que la branche du Caucaſe qui ſépare la mer Noire de la mer Caſpienne, paroît avoir été comme la plus élevée des premieres iſles qui vinrent à ſe décou-

vrir, le berceau de l'eſpece humaine & de la plupart des autres êtres organiques ; que les hommes qui y parurent & s'y multiplierent, durent être bien ſupérieurs à nous en force & en intelligence, ainſi que par la durée de la vie, & faire, dans un aſſez petit nombre de ſiecles, de grands progrès dans la civiliſation.

Pendant que les habitans du Caucaſe ſe civiliſoient, les iſles qui s'étoient manifeſtées preſqu'en même-tems que celle-là s'aggrandiſſoient, d'autres parties élevées de la ſurface du globe ſe découvroient, par-tout les iſles s'étendoient & ſe multiplioient. Parmi les différents accidens auxquels devoient être ſujets les inſulaires du Caucaſe, qui couroient les dangers de la mer, il dut arriver que quelques-uns ſe trouverent ſurpris par des vents impétueux qui les éloignerent de leur patrie & les tranſporterent ſur celles de ces iſles, telles que le Taurus, le Liban ou l'Anti-Liban, qui étoient les plus voiſines de leur iſle, & que ne pouvant la regagner, ils furent obligés de s'y établir. Par des accidens pareils ces iſles peuplerent celles qui en étoient voiſines, celles-ci en peuplerent d'autres : c'eſt ainſi que la population s'établit d'iſle en iſle, à meſure qu'il s'en découvroit de nouvelles & qu'elles devenoient ſuſceptibles d'être habitées (*a*).

C'eſt ainſi qu'après le Liban ou l'Anti-Liban, furent peuplées les iſles que formoient les ſommets des montagnes les plus élevées de la chaîne qui s'étend depuis l'Anti-Liban juſqu'aux montagnes de l'Arabie, les iſles que formoient les plus hautes de celles-ci, les hautes montagnes de la Lybie, les Atlas, qui, par leur grande hauteur, furent des premieres abandonnées par la mer, les montagnes de l'Abyſſinie, celles de la Lune en Éthiopie, &c. C'eſt encore ainſi que le furent d'autres iſles en Aſie, qui pouvoient exiſter en même-tems, telles que celles que formoient les parties les plus élevées des diverſes branches du Caucaſe, la grande convexité du plateau de la Tartarie, qui, par ſa hauteur de 2500 toiſes au-deſſus du niveau actuel de

(*a*) La maniere dont nous concevons que furent peuplées les iſles que formoient les montagnes du globe, dans ces tems reculés, eſt appuyée ſur des faits qui, quoique récens, écartent toute eſpèce de doute. On apprend dans la relation du troiſieme Voyage de l'immortel Cook, que Omai, cet inſulaire des iſles de la Société, que Cook avoit amené en Angleterre lors de ſon ſecond Voyage, & qu'il ramenoit dans ſa patrie, reconnut à Wateeoo, iſle ſituée à deux cens lieues de celles de la Société, trois de ſes compatriotes, qui y avoient été tranſportés par un vent impétueux, ſur une pirogue partie d'Otaiti, chargée de vingt perſonnes tant hommes que femmes, pour ſe rendre à Ulietea, une des iſles voiſines. Comme leur paſſage devoit être court, ils n'avoient embarqué que peu de vivres, en ſorte qu'ils en manquerent bientôt, & ſouffrirent tellement, tant par cette privation, que par la fatigue, pendant tout le tems qu'ils furent chaſſés par la tempête, qui fut très-long, qu'il n'y eut que ces trois qui reſterent en vie.

On trouve dans l'Hiſtoire de la Navigation aux Terres Auſtrales, qu'en 1696, deux pirogues portant trente-cinq perſonnes tant hommes que femmes, qui vouloient paſſer d'Amoroto à une iſle voiſine, furent jetées par les vents contraires ſur l'iſle de Samal, l'une des Philippines, éloignée de trois-cens lieues, au bout

la mer, dut être abandonnée de bonne heure par les eaux (*b*).

C'eſt de cette maniere que la mer continuant de ſe retirer, l'Aſie devint un archipel immenſe, dont les iſles ſe trouverent ſucceſſivement peuplées. Par la ſucceſſion des tems, les limites de toutes ces iſles ſe rapprocherent & vinrent à ſe confondre. Les plaines furent abandonnées à leur tour par la mer, & la plus vaſte partie du globe ſe couvrit d'habitans.

L'Afrique & l'Europe, moins élevées que l'Aſie, & par conſéquent abandonnées plus tard par la mer, ne furent peuplées qu'après. La partie de l'Afrique qui eſt au Nord de l'Équateur, beaucoup plus élevée que celle qui s'étend de l'autre côté, fut peuplée la premiere. Elle le fut ſans doute par les habitans des monts Atlas & des autres montagnes de cette partie de l'Afrique, peuplées par des accidens dont nous avons donné une idée, qui gagnerent inſenſiblement le pied de leurs montagnes, & ſe répandirent enſuite dans les plaines. La partie de ce continent qui s'étend depuis l'Équateur juſqu'au Cap de Bonne-Eſpérance, formée en général de terres très-baſſes, dut être encore long-tems couverte par la mer, & par conſéquent ne put devenir le domaine de l'homme, que long-tems après celle qui eſt au Nord de l'Équateur. Peut-être même, dit le ſavant Auteur de l'Hiſtoire des hommes, que la retraite de la mer ne date pas, par rapport à cette partie de l'Afrique, plus haut que 17 ſiecles. Voyez ce qu'en penſoit Pomponius-Mela, dans ſon Traité de la ſituation du globe. Gronovius, dans la ſuperbe Édition qu'il a donnée à Leyde, de ce Géographe, a plus fait encore; il a publié une Carte où le monde eſt repréſenté dans l'eſprit de Mela, & dans ce monde de Mela, toute la partie de l'Afrique qui eſt au-deſſous de l'Éthiopie, eſt dans l'Océan. Voyez cette Carte, qui a pour titre: *Orbis terrarum ex mente Pomponii-Melæ, delineatus*, à la tête du *Mela variorum*, Édition de 1722 (*Hiſtoire des Hommes*).

---

de ſoixante & dix jours de ſouffrances, qui coûterent la vie à cinq perſonnes. On y trouve encore qu'en 1721, deux pirogues, dont l'une contenoit vingt-quatre perſonnes, l'autre ſix, hommes, femmes & enfans, furent chaſſées de l'iſle de Faroilep à l'iſle de Guam, l'une des iſles des Larrons; cette traverſée ne dura que vingt jours.

Ce petit nombre d'événemens, qui explique parfaitement comment les iſles de la mer du Sud, quoique placées la plupart à de grandes diſtances, ont été peuplées; comment les peuples qui les habitent ont une origine commune, ce qu'on reconnnoit à la reſſemblance de leurs uſages, de leurs inſtitutions, & plus encore à la grande affinité du langage, qui n'eſt autre choſe qu'un Malais plus ou moins altéré, & indique par conſéquent que ces peuples ſont de race Malaiſe: ce petit nombre d'événemens, dis-je, explique de même comment toutes ces iſles qui parurent autrefois, à meſure que l'Océan s'abaiſſoit, furent peuplées ſucceſſivement; & ſi l'on y réfléchit bien, on voit qu'il n'a pu en être autrement.

On a fait une objection qu'on a crue ſolide. Eſt-il bien raiſonnable, a-t-on dit, de ſuppoſer que les hommes du Caucaſe ont peuplé les iſles voiſines, les habi-

De même l'Europe, dont le ſol n'a pas la hauteur des plaines de l'Aſie, a reſté plus long-tems ſous les eaux, & s'eſt par conſéquent peuplée plus tard. Il n'y a pas deux mille ſix cens ans qu'elle étoit encore couverte de forêts immenſes & de vaſtes marais, comme le Continent actuel du Nouveau Monde. Tout porte à croire que ce ſont les Scythes, qui paſſés en Europe où ils ont pris le nom de Celtes, ont peuplé cette partie de l'ancien Continent; & c'eſt par conſéquent par les régions qui l'enchainent à l'Aſie, que ſa population a commencé. L'Hiſtoire même atteſte que toutes les émigrations des peuples qui ſont venus s'y établir, ſe ſont faites du côté de l'Orient.

L'Amérique, ſans doute bien moins élevée que l'ancien Continent, n'a été peuplée que long-tems après. Il eſt très-probable qu'elle l'a été par les Tſchutsky, qui habitent l'extrémité orientale de l'Aſie, laquelle n'eſt ſéparée de l'extrémité occidentale de l'Amérique, que par un bras de mer qui, quoique plus large il y a douze à quinze cens ans qu'à préſent, devoit être déjà fort étroit. Cependant ſi l'on ſe rappelle que le Pilote que Colomb reçut chez lui à Madere (*c*), avoit été jeté par les vents ſur les côtes de l'Amérique, que ſemblable accident étoit arrivé long-tems avant lui à différens Navigateurs, on peut croire auſſi que l'Amérique doit à l'Afrique, peut-être à l'Europe, ſes premiers habitans. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain qu'elle portoit, lorſqu'on la retrouva, toutes les marques d'une terre récemment abandonnée par la mer, & peuplée depuis un petit nombre de ſiecles. La terre couverte de forêts immenſes & de marais; des fleuves énormes n'ayant encore qu'un cours vague & indéterminé; un air groſſier, humide, impur & froid; la terre jonchée d'animaux immondes de toute eſpece, de ſerpens, d'inſectes, &c.; les quadrupedes petits, foibles & en petit nombre; l'eſpece humaine moins nombreuſe

---

tans de ces iſles les autres iſles, &c. lorſqu'il paroît ſi naturel & ſi ſimple de penſer que les grands Agens de la Nature qui ont pu faire naître l'Homme ſur le Caucaſe, ont pu de même le produire par-tout ailleurs? Mais en raiſonnant ainſi, on ne s'eſt pas apperçu qu'on négligeoit une conſidération importante. On n'a pas fait attention que la nature & l'eſpece des êtres tant organiques qu'inorganiques, ne pouvoient être les mêmes dans toutes les iſles; parce que ces êtres dépendent particulierement de la nature du ſol, de ſa diſpoſition intérieure, de ſon plus ou moins d'humidité, de ſon expoſition à l'égard du Soleil, de la latitude, &c. Ce qui le prouve ſans replique, c'eſt que beaucoup de pays ont des genres de productions inconnus ailleurs, qu'il en eſt qu'on ne peut naturaliſer nulle part, & d'autres qui dégénerent lorſqu'on les tranſporte ſur un ſol étranger au leur. Ainſi les iſles naiſſantes durent ſe peupler d'etres particuliers à chacune d'elles, au moins pour le plus grand nombre, comme le Caucaſe avoit les ſiens, dont l'homme ſe trouva faire partie. On ne doit donc pas conclure de ce que l'homme eſt né ſur le Caucaſe, qu'il a dû naître ailleurs.

Ce qui prouve d'ailleurs que c'eſt ſeulement ſur le Caucaſe que les premiers hommes ont paru, c'eſt l'eſpèce de culte qu'on lui rendoit dans tout l'Orient. L'antiquité avoit, il eſt vrai, une grande vénération pour les iſles, en général, & les inſulaires avoient toujours été un objet de culte pour elle. Mais le

encore

encore, dégénérée par l'influence maligne de ces vapeurs fétides, qui s'exhaloient ſans ceſſe de cette quantité incroyable d'eaux croupiſſantes dont la terre étoit couverte; les hommes ſans barbe, ſans poils, dépourvus de force de courage, d'intelligence, diſperſés, errans ſur cette terre ſauvage, à la réſerve de deux peuples qui avoient fait quelques pas vers la civiliſation, &c: tout prouve, comme l'on voit, que ce continent étoit ſorti récemment de deſſous les eaux, & qu'il y avoit peu de tems qu'il étoit peuplé. L'Amérique ſeptentrionale, couverte de lacs immenſes & de vaſtes marais, paroit avoir été abandonnée la derniere par la mer.

Le témoignage des hommes s'eſt joint à celui de la Nature. Un Européen, vers le commencement de ce ſiecle, ayant montré aux ſauvages du Nord, des coquillages & d'autres productions marines, tirés des montagnes Bleues qui ſe prolongent depuis le Canada juſqu'à la Caroline, ces ſauvages lui dirent que ce fait n'avoit rien d'étonnant, puiſqu'ils ſavoient par l'ancienne parole (c'eſt ainſi qu'ils nomment la Tradition) que la mer avoit baigné autrefois le pied de ces montagnes (*Défenſe des Recherches philoſophiques ſur les Américains*).

Voici d'autres témoignages qui prouvent non ſeulement que les montagnes avoient été peuplées les premieres en Amérique comme dans l'ancien continent; mais encore, que lorſque Chriſtophe Colomb retrouva cette vaſte région, il n'y avoit pas longtems que les habitans des montagnes en étoient deſcendus & étoient venus habiter les plaines. Il importe d'obſerver, dit l'Auteur des *Recherches Philoſophiques ſur les Américains*, que c'eſt aux pieds des montagnes & ſur leur cime, qu'on a découvert les peuples les plus anciennement réunis & les plus nombreux

---

Caucaſe jouiſſoit d'une célébrité qui le plaçoit bien au-deſſus des autres, & indiquoit aſſez qu'il étoit regardé comme ayant été la patrie des premiers hommes. Les Indiens, dit le Citoyen Bailly, vont en pélerinage ſur le Pyr-Pan-Jal, la plus haute des montagnes du Caucaſe. Aux ſources du fleuve Songari eſt la plus haute montagne de toute la Tartarie orientale, que l'on nomme *Chang-Pe-Chan*: les Chinois & les Tartares ont pour elle la plus grande vénération. Ils débitent une infinité de fables à ſon ſujet, & ſe vantent d'en tirer leur origine (*Hiſtoire de l'Aſtronomie ancienne*).

L'opinion que les corps organiſés ſont dus particulierement à l'activité vitale inhérente à la matiere, que tous tirent leur origine de la terre, n'eſt pas nouvelle. Preſque tous les anciens penſoient que les hommes & tous les autres animaux, ainſi que les végétaux, étoient nés de la terre. Ils croyoient qu'elle contient tous les germes des êtres vivants. Cette opinion peut-être avoit-elle pour baſe un ſouvenir preſqu'éteint de l'origine de l'homme & de tous les autres êtres organiques. Quoi qu'il en ſoit, il paroit qu'ils admettoient dans le Globe une force génératrice, ou, en d'autres termes, une puiſſance active dans la matiere. Ariſtote a eſſayé d'expliquer comment les hommes peuvent avoir été formés de la terre; mais ſes explications ne ſont pas heureuſes. Voyez au reſte ſon ouvrage *ſur la génération des animaux, traduction latine de Duval, titre trois, chapitre onze, vers la fin.*

de l'Amérique, tels que les Péruviens, ſur le penchant des grandes Cordelieres, à la côte orientale, & les Braſiliens, au bas des petites Cordeheres, à la côte oppoſée. Toutes les hordes répandues dans la Floride, dans la Virginie & dans les Antilles, étoient venues du haut des monts Apalaches : la mémoire de cette émigration ſubſiſtoit encore au moment de l'arrivée de Colomb. Les Guianais, qui occupoient les rivages de la mer, étoient deſcendus de Parimé ; les habitans de la Louiſiane avoient auſſi nouvellement fixé leur ſéjour vers l'embouchure du Miſſiſſipi, où l'on voit encore aujourd'hui pluſieurs cantons d'où les eaux ne ſe ſont pas retirées. Les peuples du Chili diſoient que leurs ancêtres avoient vécu au haut des Andes, & que leur deſcente dans la plaine étoit récente. Quant aux Mexicains, autant qu'on peut pénétrer dans la confuſion ténébreuſe de leur hiſtoire barbare, il eſt probable qu'ils tiroient leur origine d'un peuple qui avoit d'abord ſéjourné dans la partie méridionale des Apalaches (*Recherches philoſophiques ſur les Américains*, *Tome 1^er^*).

On objectera peut-être qu'en général on ne trouve ſur le ſommet des hautes montagnes, que des pierres, des cailloux & des rochers dont les pointes s'élevent très-haut ; que par conſéquent la Nature n'a pu y déployer ſa fécondité & y faire vivre des hommes ni aucun autre corps organiſé. Mais on doit obſerver que les ſommets de ces montagnes ayant été expoſés les premiers à l'action des diverſes cauſes de dégradation, dont on obſerve partout les effets, ont dû en ſouffrir le plus ; que les pluies, les neiges en ſe fondant, ont dû entraîner dans les vallées, non ſeulement les couches de terre qui en formoient l'enveloppe extérieure, mais encore les lits de ſable & de gravier qui ſe trouvent ordinairement deſſous, & par conſéquent laiſſer à nud le roc & les pierres. On ne peut donc pas conclure, de ce que les ſom-

---

(*b*) On a aſſez bien établi ailleurs, que les ſciences & les arts ſont deſcendus du Nord dans la partie méridionale de l'Aſie, & que la population a ſuivi la même marche.

Si l'on veut une nouvelle preuve que le Nord a peuplé le Midi, on n'a qu'à ſe rappeler les irruptions fréquentes & les armées nombreuſes qui ont déſolé & envahi l'Europe. Ces multitudes étoient compoſées, comme on ſait, d'hommes du Nord, qui ſurchargeant le pays à meſure que les générations s'élevoient, étoient forcés d'aller chercher au loin des moyens de ſubſiſter. On eſt donc en droit d'admettre l'immenſe population de ces pays, qui a fait dire à Jornandes que le Nord étoit la pépiniere du genre humain, & de conclure qu'elle a fourni à celle de tous les autres.

Les peuples du Nord n'ont pas ſeulement peuplé le Midi, ils y ont apporté la nourriture principale de l'homme. Car le froment n'eſt point une production de nos climats. Elle appartient excluſivement à la Tartarie. M. Linné dit, au rapport de M. Bailly, que ſuivant M. Heinzelmann, le froment & l'orge croiſſent ſpontanément dans la Tartarie Moſcovite, que les habitans de la Sibérie font du pain avec le ſeigle qui y vient naturellement & ſans le ſemer. Le froment comme le ſeigle & l'orge, ont donc été apportés par les Peuples du Nord. L'uſage preſqu'univerſel du pain, dit M. Bailly, eſt la trace conſervée de la deſcente de ces peuples dans le reſte du monde.

mets de ces montagnes ne ſont point habitables maintenant, qu'ils n'ont jamais pu l'être. D'ailleurs, quand on dit que les montagnes ont formé autrefois des iſles habitées, on doit ſentir que cela ne peut s'entendre que de celles qui étoient convexes ou plates; que celles qui étoient pyramidales ne pouvoient former que des écueils, à meſure qu'elles ſe découvroient; que par conſéquent il y a des montagnes qui n'ont pu être habitées même avant l'état de dégradation dans lequel nous les voyons (*Voyez le mot* Déplacement de la mer, *dans le Dictionnaire de Marine de l'Encyclopédie & une note du 3^me^. volume, page 626 & ſuivantes*).

Quoiqu'on ne doive plus douter maintenant que la mer a couvert autrefois tout le Globe, & qu'elle s'abaiſſe continuellement par la diminution de ſon volume, peut-être eſt-il néceſſaire, tant il eſt difficile de détruire de vieux préjugés, d'armer cette grande vérité d'une force nouvelle, en mettant ſous les yeux des preuves irrécuſables de la grande hauteur à laquelle étoit la ſurface de la mer, dans des tems plus ou moins éloignés du nôtre.

Hérodote dit que, dans le Voyage qu'il fit en Égypte, il vit encore, aux murs de Memphis, des anneaux auxquels, pluſieurs ſiecles auparavant, on attachoit les vaiſſeaux qui abordoient juſqu'aux pieds de ces murs, dont la mer s'étoit déjà éloignée, de ſon tems, d'une certaine diſtance; il ajoute qu'il découvrit dans les montagnes voiſines de cette ville, des coquillages de mer encore attachés aux rochers. Mallet dit avoir vu auſſi ces coquillages en allant en Égypte, en 1692, & en revenant en 1718. Il dit encore qu'on trouve auſſi, au midi du Sphinx, qui ſe voit à l'Orient & à trois cens pas de la ſeconde des Pyramides, un monticule dont le ſommet étoit tout rempli de coquillages; ce qui juſtifie, ajoute-t-il, que cette élévation a été autrefois couverte des flots de la mer, qui depuis a baiſſé de cette hauteur juſqu'à ſa

(*c*) On eſt dans la perſuaſion que Chriſtophe Colomb a découvert l'Amérique. C'eſt une erreur; il n'a fait que la retrouver; car il eſt certain qu'on en avoit eu connoiſſance long-temps avant lui.

Un paſſage de Pline [Livre VI, chapitre XXXI] & un d'Élien [Livre III, chapitre XVIII] avoient d'abord fait penſer que cette vaſte région étoit connue de leur temps, & même avant. Mais en les liſant ſans prévention, on eſt bientôt obligé de convenir que cette opinion n'eſt appuyée que ſur une interprétation forcée de ces paſſages, & qu'elle ne ſupporte pas le plus léger examen. On peut ajouter que, dans ces temps-là, l'Amérique ne devoit être abandonnée qu'en partie par les eaux, & qu'il dût s'écouler bien du temps avant qu'elle fût habitable.

Mais ſi l'on ne peut faire remonter ſi haut la connoiſſance de l'Amérique, toujours eſt-il certain qu'on peut la faire remonter à des temps qui ont précédé de pluſieurs ſiècles celui de Colomb; c'eſt ce que les faits ſuivans mettront dans la plus parfaite évidence.

Les anciens Normands, dans leurs nombreux voyages dans l'Océan, dont l'objet étoit toujours de piller, & auquel ſe joignit bientôt celui de faire des découvertes, ſans doute dans la vue du pillage, reconnurent l'Iſlande en 861, & le Groenland en 982 ou 983. Cette derniere découverte les rapprochoit trop

ſuperficie actuelle. Cette différence eſt au moins de cinquante toiſes.

Sur la montagne de Stella en Portugal, il y a un lac dans lequel on a trouvé des débris de vaiſſeaux, quoique cette montagne ſoit éloignée de la mer de plus de douze lieues [ *Voyez la Géographie de Gordon, édition de Londres, 1733, page 149* ]. Sabinius, dans ſon *Commentaire ſur les Métamorphoſes d'Ovide*, dit qu'il paroît par les monumens de l'Hiſtoire, qu'en l'année 1460, on trouva, dans une mine des Alpes, un vaiſſeau avec ſes ancres. [*Hiſt. nat. Tom. 1er*].

Le Citoyen le Gentil, de l'Académie des Sciences, rapporte dans la relation de ſon Voyage dans l'Inde, que Dom Antonio de Ulloa lui fit voir, à Cadix où il débarqua à ſon retour, des coquilles pétrifiées, qu'il avoit trouvées, en 1761, au haut de la Cordeliere des Andes, dans la province de Wanca-Velica, par 13 à 14 degrés de latitude. Il avoit détaché ces coquilles, qui ſont de la claſſe des peignes ou grandes pélerines, d'un banc fort épais, dont il ignoroit l'étendue. A ce banc le mercure ſe ſoutient à dix-ſept pouces une ligne & un quart, ce qui répond à 2200 toiſes, au-deſſus du niveau actuel de la mer.

Tout récemment on vient de faire la découverte d'un grand nombre de débris organiques, qui repoſent ſur la plus haute cime des Pyrénées.

Le Citoyen Ramond, dans un Voyage au Mont-Perdu, parvenu à travers mille dangers au haut du Marboré, dont le ſommet principal eſt le Mont-Perdu, qui eſt le point le plus élevé des Pyrénées [ Sa hauteur au-deſſus du niveau de la mer a été eſtimée de 1710 toiſes ou 3332 mêtres. ], trouva au pied de ce Pic & du *Cylindre*, autre pic du Marboré, un lac glacé, d'où s'éleve une bande de Rochers, qui y forme un long promontoire. Ayant atteint ce promontoire dont la roche eſt diviſée en

---

de l'Amérique, pour qu'elle leur reſtât long-temps inconnue, & en effet ils la découvrirent bientôt.

Vers l'an 1001, un Iſlandais, nommé Biorn, cherchant à rejoindre ſon pere, que les mauvais temps avoient forcé de relâcher au Groenland, dans un voyage qu'il avoit entrepris pour ſon commerce, fut pouſſé hors de ſa route, par une tempête, fort loin vers le Sud-Oueſt. Il apperçut un pays plat, tout couvert de bois fort épais; & lorſqu'il eut remis à la voile pour ſon retour, il découvrit une iſle. il ne s'arrêta dans aucune de ces contrées, & regagna le Groenland.

On n'y eut pas plutôt connoiſſance de cet événement, que l'Iſlandais Leif, fils d'Erick-Raude, s'empreſſa d'équiper un vaiſſeau monté par 35 hommes, & partit avec Biorn pour cette nouvelle terre. Après avoir découvert une iſle ſtérile & pleine de rochers, il apperçut une terre baſſe, couverte de bois. Deux jours après, il apperçut encore la terre & une iſle ſituée vis-à-vis la côte Nord de cette terre. Il y découvrit une riviere qu'il remonta. Les bords étoient couverts de buiſſons portant des fruits fort agréables; la température de l'air étoit douce, le ſol fertile, la riviere abondante en poiſſons, principalement en ſaumons. Il arriva enfin à un lac dont la riviere tiroit ſa ſource. Il ſe détermina à paſſer l'hiver dans ces lieux. Dans le jour le plus court de

aſſiſes horizontales, prêt à frapper un coup de marteau ſur la pierre, il apperçut à ſa ſurface une ſaillie rougeâtre ; la regardant de près, il reconnut un tronçon de Polypier, qu'il prit d'abord pour le Millepore cellulaire. Regardant encore, il voit la valve ſupérieure d'une huître d'Hortoceraſites, puis des fragmens d'un Madrépore reſſemblant au Madrépore faſciculaire, puis d'autres Zôophytes briſés qu'il ne put déterminer, enſuite quelques portions d'Échinites auſſi difficiles à rapporter à leur eſpèce. Auſſi-tôt il appelle les compagnons de ſon voyage & les raſſemble ſur ces rochers tout empâtés, dit-il, des débris du régne organique.

On ſavoit déjà avant lui qu'il exiſtoit dans les Pyrénées, des coquilles foſſiles, mais en petite quantité, & plutôt dans les montagnes ſupérieures que dans les inférieures. On avoit d'ailleurs remarqué l'extrême abondance de matières calcaires, qui régne juſques dans les hautes régions de ces montagnes. Pallaſſou en avoit parlé dans ſon *Eſſai ſur la Minéralogie des Pyrénées* ; ſans en avoir atteint les ſommités principales, il avoit jugé de leur nature par les débris que charient les torrens ; & d'après cet indice, il avoit rangé Vignemale, le Pic-Blanc & le Marboré dans la claſſe des antiques dépôts de la mer ( *Dec. Phil. N°. 26, an IX*).

Ces témoignages, qui dépoſent de la grande hauteur de la mer dans des tems très-éloignés du nôtre, & plus encore de celui où la mer couvroit encore tout le Globe, ont le défaut de ne donner aucun indice de ces tems-là ; & l'on ſent qu'il ne peut guère en être autrement. Cela eût cependant été bien néceſſaire pour qu'on pût ſe faire quelqu'idée de la loi que ſuit l'abaiſſement de la mer. Car après s'être convaincu que la mer s'abaiſſe

---

cette ſaiſon, le Soleil étoit pendant l'eſpace de huit heures ſur l'horizon : d'où il ſuit que cette contrée étoit vers le 49e. degré de latitude boréale, au Sud-Oueſt du Groenland ; il faut, dit M. Y. Reinhold-Forſter, qui nous fournit ces détails, que ce ſoit ou la riviere de Gauder, ou la baie des Exploits dans l'iſle de Terre-neuve, ou enfin quelque lieu à la côte Nord du golfe S. Laurent. Un Allemand, nommé Tirker, qui s'étoit perdu dans les bois, y trouva des raiſins que Leif goûta, ce qui lui fit donner au pays le nom de *Vinland dat gode*, c'eſt-à-dire, *le pays du bon vin*. Il eſt très-vrai que le raiſin croît naturellement au Canada ; mais quoique bon à manger, on n'a jamais pu en faire du vin ſupportable. Les Normands firent, les années ſuivantes, pluſieurs voyages dans le Winland, & quantité s'y établirent : ce qui peut conduire à penſer que l'Amérique ſeptentrionale a été peuplée par eux, au moins en partie.

Ces détails auxquels nous euſſions pu en ajouter d'autres que nous ſupprimons pour abréger, nous mettent en droit de conclure que les Normands ont découvert l'Amérique près de 500 ans avant que Colomb eut abordé cette partie du Globe, & que Sébaſtien Cabot eut reconnu Terre-neuve, ce qu'il ne fit qu'en 1496. Les faits que nous avons rapportés, ont été recueillis dans un grand nombre de manuſcrits Iſlandais [ *Hiſtoire des Découvertes & des Voyages faits dans le Nord, par Y. R. Forſter* ].

M. Fiſſon, dans ſon hiſtoire de Kentuke, rapporte qu'en l'an 1170, Madoc, fils d'Owen-Gwyunedh, prince de Galles, mécontent de la ſituation des affaires, abandonna ſa patrie, ainſi que le diſent les Hiſtoriens Gallois, pour cher-

de jour en jour, il eſt tout naturel de demander de quelle quantité. Des obſervations récentes, dont nous allons rapporter quelques-unes, ſont le ſeul guide qui ſe préſente pour nous conduire à la ſolution de cette queſtion difficile.

M. Barrère, cité par M. de Buffon, dit dans ſa *Diſſertation ſur l'origine des pierres figurées*, que Aigues-mortes qui étoit un port du tems de Louis IX, eſt actuellement à plus d'une lieue & demie de la mer; que Pſalmodi, qui étoit une iſle en 1815, eſt aujourd'hui dans la terre ferme, à plus de deux lieues de la mer; qu'il en eſt de même de Maguelone; que la plus grande partie du vignoble d'Agde étoit, il y a quarante ans, couverte par les eaux de la mer; & qu'en Eſpagne, la mer s'eſt retirée conſidérablement depuis peu de Blanes, de Badalona, vers l'embouchure de la riviere Vobregat, vers le Cap de Tortoſa le long des côtes de Valence, &c. (*Hiſt. nat. Tome 1^er^*).

En France, le Crau de la Provence eſt un terrain abandonné par la mer, & même la mer s'eſt éloignée aſſez conſidérablement à l'embouchure du Rhône depuis 1665 : en Italie, il s'eſt formé de même un terrain conſidérable à l'embouchure de l'Arne, & Ravenne n'eſt plus un port de mer (*Ibid.*).

L'Océan s'éloigne de même en beaucoup d'endroits, des côtes de France, d'Angleterre, de Hollande, d'Allemagne : en France, il abandonne continuellement les côtes du bas-Poitou & de l'Aunis; la mer qui baignoit les murs de Brouage, à la fin du dix-ſeptieme ſiecle, en eſt maintenant fort loin, & bientôt la Rochelle ceſſera d'être un port; elle abandonne de même les côtes vers Dunkerque, Gravelines, Calais : en Angleterre, les grands marais de Lincoln & l'iſle d'Ély ſont des terrains abandonnés par la mer.

---

cher de nouveaux établiſſemens. Laiſſant l'Iſlande au Nord, il avança à l'Oueſt, & arriva dans un pays fertile. Il y laiſſa cent vingt hommes, repaſſa en Angleterre, d'où il repartit avec dix navires pour rejoindre ſon monde, & depuis on n'en entendit plus parler.

Le Capitaine Abraham, chapelain de Kentuke, homme ſur la véracité duquel on peut compter, a aſſuré à M. Filſon, que dans la derniere guerre, étant avec ſa compagnie à Kaskasky, il y vint quelques Indiens, qui, parlant la langue Galloiſe, furent parfaitement entendus de deux Gallois qui étoient dans ſa compagnie, avec leſquels ils converſerent beaucoup.

Le nommé Benjamin Beaty, miniſtre anglican, méthodiſte, lui-même Gallois, ſe trouvant en Virginie, & voulant repaſſer dans la Caroline, fut rencontré par une troupe de Sauvages, lorſqu'il cherchoit à éviter les ennemis. Ceux-ci l'ayant reconnu pour Anglais, l'arrêterent avec ſes compagnons, les attacherent à des arbres, & ſe diſpoſoient à les percer de fléches. Près de mourir, il ſe recommanda à Dieu, dit ſon *Pater*, haut, dans ſa langue. Ces Sauvages étonnés qu'il parlât leur langue, accourent à lui, l'appellent *frere*, le délient lui & les autres, & les menent à leur village, où ils arriverent après quelques jours de marche. Il y vit une peuplade toute Galloiſe, où ſe conſervoit encore la tradition du paſſage de Madoc. On le conduiſit enſuite à l'Oratoire, où on lui mit en main un rouleau de peau, dans lequel étoit ſoigneuſement conſervé un manuſcrit de la Bible en langue Galloiſe. Beaty revint à Londres avec quatre de ces Gallois pour demander des Miniſtres de la reli-

Hubert Thomas dit, au rapport de M. de Buffon, *dans ſa Deſcription* du pays de Liége, que la mer environnoit autrefois les murailles de la ville de Tongres, qui maintenant en eſt éloignée de trente-cinq lieues, ce qu'il prouve par pluſieurs bonnes raiſons, & entr'autres il dit qu'on voyoit encore, de ſon tems, des anneaux de fer dans les murailles, auxquels on attachoit les vaiſſeaux qui arrivoient.

En Suede, des bourgs & des villes qui étoient anciennement ſur le bord de la mer Baltique, en ſont maintenant à la diſtance de pluſieurs lieues: on trouve des ancres & des débris de vaiſſeaux fort avant dans les terres; des rochers qui étoient ſous l'eau ou à fleur d'eau, au commencement du ſiecle dernier, ſont maintenant élevés de pluſieurs pieds au-deſſus du niveau de la mer. Un rocher qui étoit de huit pieds au-deſſus de la ſurface de l'eau, en 1743, tems où écrivoit Celſius qui a recueilli avec ſoin toutes les preuves de la grande diminution de cette mer, étoit à fleur d'eau cent ſoixante-huit ans auparavant. D'après ces obſervations & nombre d'autres que nous ne rapportons pas, Celſius eſtime que la ſurface de la mer baiſſe, chaque année, de ſix lignes & demie, & par conſéquent de quatre pieds cinq pouces par ſiecle.

Nous ferons remarquer que la retraite de la mer, des côtes citées juſqu'à préſent, ſe rapportant à des tems antérieurs au nôtre, doit être aujourd'hui beaucoup plus ſenſible; que les terrains abandonnés doivent avoir acquis de l'étendue, & que ſans doute de nouveaux ont ceſſé d'être couverts par les eaux; enfin que pareils effets ont dû avoir lieu par toute la terre.

Quant à la cauſe de l'abaiſſement de la mer, l'obſervation & l'expérience ont conduit depuis long-tems à ſa découverte. On a

---

gion, & publia cet événement dans un petit ouvrage intitulé: *Journal of two months*, journal de deux mois.

Le Capitaine Cook a trouvé, au Nord de la Californie, une partie de l'ancienne colonie Galloiſe, & M. Jones a trouvé de ces Gallois entre la Caroline & la Virginie.

Quoique tous ces détails démontrent complètement que l'Amérique étoit connue bien avant Colomb, nous croyons devoir placer à leur ſuite l'extrait ſuivant d'une lettre du Citoyen Villoiſon, de l'Académie des Inſcriptions, à J. R. Carli, auteur des *lettres Américaines*.

Un Manuſcrit Italien, no. LXXVI de la bibliothèque de S. Marc, à Veniſe, contient une carte marine, deſſinée avec beaucoup d'exactitude. Elle eſt compoſée de dix feuilles: on lit ſur la premiere page le nom de ſon auteur & la date de l'année où elle a été faite, avec ces mots: *Andreas Biancho, de Venetiis, me fecit MCCCCXXXVI.* On trouve ſur cette carte les Antilles tracées de la même main, & on y voit écrit, du même caractère: *Iſola Antillia.* Ceci eſt d'autant plus remarquable, qu'on attribue la découverte des Antilles à Chriſtophe Colomb, & qu'on la fixe à l'an 1492. Conferez enſuite la curieuſe *diſſertation* de M. Sigiſmond Hadelich, dans le ſecond tome *des Mémoires de l'Académie d'Erfort.* Ce ſavant y cite des paſſages inconteſtables de David Krinchi & d'autres Rabbins contemporains, qui, quatre cens ans avant Colomb, ont parlé *de la terre & du bois du Bréſil.* Voyez auſſi les deux belles *diſſertations* de Jean-Philippe Caſſel, profeſſeur à Breme. Elles ſont intitulées, l'une,

reconnu qu'une partie de l'eau qui contribue à l'accroiſſement & à la nutrition des corps organiſés dont la terre eſt couverte, ſe transforme en une très-grande portion de leur ſubſtance ſolide (*d*). Or, toutes les eaux douces qui ſe trouvent à la ſurface de la terre, proviennent de la mer par une évaporation naturelle & continue. Elles ſont le produit des vapeurs qui s'en élevent ſans ceſſe, & qui, tranſportées ſur la terre par les vents, ſe répandent en pluies, en neiges, en grêles, en brouillards. Puis donc que les corps organiſés s'en approprient une partie, elles ne rentrent donc pas toutes dans ſon ſein. Les fleuves, les rivieres, les torrens, &c., lui en reſtituent toujours moins que la terre n'en a reçu. Son volume doit donc diminuer continuellement.

Mais à meſure que la terre gagne ſur la mer, le nombre des corps organiſés doit augmenter. La cauſe qui fait diminuer le volume des eaux de la mer, doit donc s'accroître avec le tems. La quantité dont la mer s'abaiſſe, doit donc aller en croiſſant; en ſorte que par la ſuite elle ſurpaſſera de plus en plus celle que Celſius a trouvée, de même que cet abaiſſement eſt plus grand que ceux des tems antérieurs, qui ont toujours été en croiſſant juſqu'à lui.

On peut donc affirmer que les mers diſparoîtront entierement. Celles qui ont peu de profondeur diſparoîtront les premieres, & ſur-tout celles qui reçoivent de grands fleuves, à cauſe des terres & des ſables qu'ils y charient continuellement, leſquels en élevent le fond. La mer Caſpienne, qui, après avoir fait anciennement partie de l'Océan, n'en eſt plus qu'un foible reſte iſolé & ſolitaire, diſparoîtra probablement une des premieres. La mer

---

*de Friſonum Navigatione fortuita in Americam, ſeculo XI facta, Magdeburgi, 1741*; l'autre, *de Navigationibus fortuitis in Americam, ante Colombum factis, ibid. 1742*, &c.

Ceci nous donne lieu de faire une remarque par laquelle nous terminerons ce que nous avions à dire au ſujet de la découverte de l'Amérique.

Si l'on conſidere que la carte des Antilles qui ſe trouvoit dans la bibliothèque de S. Marc, à Veniſe, avant que Colomb exiſtât, devoit par ſon ſujet avoir une ſorte de célébrité, il ſemble preſqu'impoſſible que Colomb, né en Italie, n'en eût pas connoiſſance. Il eſt donc probable que c'eſt elle qui fit naître les projets qu'il exécuta par la ſuite, leſquels durent ſe borner à trouver les Iſles qui y étoient ſi bien repréſentées. Si cela eſt, il faut dire auſſi que ce ne fut pas ſur l'autorité ſeule de cette carte qu'il ſe détermina entierement. Il y fut conduit ſans doute par les Notices & les Journaux ou Routiers que lui communiqua un Pilote qu'il logea chez lui, dans l'iſle de Madere. D'aprés ces inſtructions & les récits de ce Pilote, il demeura convaincu qu'il y avoit des terres dans l'Oueſt; ce Pilote y avoit été jeté par les vents. Ainſi on ne doit point être étonné de l'aſſurance avec laquelle il propoſoit ſes projets & en garantiſſoit le ſuccès.

Ajoutons que le fait que nous venons de rapporter, fût-il ſeul, prouveroit évidemment que Colomb ne fut pas le premier Navigateur qui prit terre en Amérique; & ce qui le prouveroit encore, s'il en étoit beſoin, c'eſt qu'il apperçut les débris d'un vaiſſeau ſur les côtes d'une des iſles de l'Amérique, devant leſquelles il paſſa la premiere fois.

Noire, la Baltique, la Méditerranée, &c., n'auront pas vraiſemblablement une exiſtence beaucoup plus longue. Elles diſparoîtront ſucceſſivement, & par la ſucceſſion des tems, toutes les autres mers & l'Océan entier éprouveront le même ſort.

Puiſque par la ſucceſſion des tems, toute l'eau viendra à s'épuiſer, ainſi que l'air, les corps organiſés dont le nombre aura toujours été en diminuant depuis un certain terme, diſparoîtront entierement. L'état actuel de la terre, compris dans le long période qui commence au moment de l'apparition des premiers corps organiſés ſur les parties élevées du Globe, abandonnées par la mer, & finit au moment où les derniers de ces corps diſparoîtront, faute d'eau & d'air, ſera donc ſuivi d'un état tout différent où la terre ne préſentera plus que l'aſpect d'un corps aride & ſec, & quelle que ſoit la durée de cet état, il aura certainement un terme, parce que la ſurface de ce Globe, qui change ſans ceſſe, continuera de ſubir perpétuellement des variations, leſquelles en ameneront par degrés un nouveau, dans un temps ſans doute très-éloigné. Ainſi la ſurface du Globe eſt deſtinée à paſſer ſucceſſivement par des états abſolument différens les uns des autres, & chacun d'une très-longue durée.

Quand nous diſons que la ſurface de la terre, dans le paſſage de ſon état actuel à un nouveau, ceſſera d'être couverte de corps organiſés, on conçoit que nous n'entendons parler que de ceux qui compoſent le ſyſtême dont nous faiſons partie. Car il eſt très-vraiſemblable que le nouvel état amenera un nouvel ordre de choſes, qu'avec le tems il ſe formera un nouveau ſyſtême d'êtres conſtitués & organiſés de la maniere que comportera cet état de la terre.

En effet, les parties de la matiere, ſollicitées par les forces aux-

---

(*d*) Des expériences bien faites ont prouvé depuis long-tems, dit M. de Buffon, que le végétal convertit en ſa ſubſtance une grande quantité d'air & une quantité encore plus grande d'eau. La terre fixe qu'il s'approprie & qui ſert de baſe à ces deux élémens, eſt en ſi petite quantité, qu'on peut aſſurer, ſans craindre de ſe tromper, qu'elle ne fait pas la centieme partie de ſa maſſe. Dès-lors le végétal n'eſt preſqu'entièrement compoſé que d'air & d'eau tranſformés en bois, ſubſtance ſolide qui ſe réduit en terre par la combuſtion ou la putréfaction. On doit dire la même choſe des animaux; & même ils fixent & transforment non ſeulement l'air & l'eau, mais même le feu, en plus grande quantité que les végétaux.

Puiſque l'eau en entrant dans la compoſition des corps organiſés devient une ſubſtance ſolide, qui ſe réduit en terre, il eſt donc vrai que les corps organiſés rendent moins d'eau à la circulation, qu'il n'en eſt entré dans leur compoſition; que par conſéquent le volume des eaux va en diminuant, & qu'ainſi elles ſe retirent peu-à-peu de deſſus la ſurface de la terre.

L'air éprouvant une transformation pareille, il paroit qu'on en peut conclure que le volume de l'atmoſphere éprouve auſſi une diminution lente & continuelle, d'où il paroit s'enſuivre que ſa hauteur va en diminuant, effet auquel peut contribuer auſſi l'abaiſſement de la ſurface des mers.

Voici quelques-unes des expériences dont on a fait mention ci-deſſus.

quelles elles ſont éternellement ſoumiſes, continueront toujours d'agir & de réagir les unes ſur les autres. On doit croire que le travail de ces forces conſiſtera pendant bien des ſiecles à décompoſer les corps produits dans l'état actuel du Globe. Ce travail ſera particulièrement celui de la force long-tems prédominante du fluide ſubtil qui remplit l'eſpace. La décompoſition ſe fera d'autant mieux que ce fluide agira avec toute ſon énergie, parce qu'il n'y aura plus ni nuages ni atmoſphere qui affoibliſſent la force & l'activité qu'il reçoit du Soleil. La réduction de tous en corps à leurs élémens, la déſunion totale de leurs parties remettra ces parties dans cet état d'activité vitale, qui leur eſt propre & dont elles ne ceſſent de jouir que quand elles ſe trouvent invinciblement enchaînées, comme quand la force qu'elles poſſedent de s'attirer mutuellement eſt la plus puiſſante. La matiere jouiſſant alors de toute ſon activité, pourra reprendre ſa tendance à la combinaiſon. Quand elle ſera favoriſée ou ſeulement modifiée, comme cela arrive maintenant, par l'action des deux autres forces, & qu'aucune d'elles ne prédominera, il en pourra réſulter diverſes ſéries d'êtres organiques, exiſtans par eux-mêmes: quand l'une de ces deux forces ſe trouvera prédominante, elle rendra nul l'effet de ſon activité, & ſi c'eſt la force attractive qui prédomine, il n'y aura de produit que des aggregats, des compoſés inorganiques, dépourvus en maſſe de la force vitale.

Il faut bien remarquer que quoiqu'on doive tout attendre de la puiſſance active de la matiere, ſe combinant à l'infini avec les deux autres forces, il ne faut pas trop compter ſur des réſultats toujours heureux, même quand ſa tendance à former des compoſés ſera la plus favoriſée par ces forces. Il arrivera toujours ce qui eſt déjà arrivé lorſque toutes ces forces combinées ont produit

---

Vanhelmont mit dans un vaſe d'argile deux cens livres de terre ſéchée au four, l'humecta d'eau de pluie, y planta un tronc de Saule, du poids de cinq livres, & couvrit ce vaſe d'une lame d'étain, percée de pluſieurs trous, pour que la pouſſiere de l'atmoſphere ne ſe dépoſât pas ſur la terre. Pendant cinq ans il arroſa cette terre avec de l'eau diſtillée ou de l'eau de pluie. Au bout de ce tems, il peſa l'arbre & la terre, après l'avoir deſſéchée au four; l'arbre ſe trouva peſer 169 livres & trois onces, & la terre deux onces de moins ſeulement qu'elle ne peſoit quand l'arbre y fut planté. L'arbre avoit donc acquis cent ſoixante & quatre livres de parties ſolides, aux dépens des arroſemens & des vapeurs humides de l'atmoſphere & de l'air lui-même.

Boyle ayant ſemé dans de la terre pareillement ſéchée au four, de la graine de Courge, cette terre, arroſée avec de l'eau de pluie ou avec de l'eau de ſource, produiſit, dans une premiere expérience, une plante qui peſoit près de trois livres, & dans une ſeconde, elle en produiſit une qui en peſoit plus de quatorze; cependant la terre deſſéchée & peſée de nouveau, n'avoit pas perdu ſenſiblement de ſon premier poids.

Des Menthes, qu'il avoit fait croître dans l'eau ſeule, ſe trouverent auſſi parfumées que celles qui avoient été nourries en pleine terre.

M. Eller a fait des expériences ſemblables ſur des Citrouilles & ſur des Oignons de Jacinthes; & quoique ces derniers n'euſſent pris d'accroiſſement

le ſyſtême des êtres qui exiſte maintenant. Dans le nombre infini de combinaiſons fortuites des parties de la matiere, opérées par l'action de ces forces, il n'y aura que celles où ſe trouveront réunis tous les rapports d'ordre & de convenance néceſſaires, qui pourront ſubſiſter. Celles-là ſeules formeront des êtres ſuſceptibles d'exiſter par eux-mêmes. Celles où quelqu'un de ces rapports aura manqué, ou ne ſe trouvera ſuivi qu'en partie, ne formeront que des êtres informes, tronqués, eſtropiés & ne jouiſſant que d'une exiſtence pénible & éphémère. Toutes celles où ne ſe trouveront aucun ordre, aucune convenance, ne compoſeront que des maſſes inorganiques & ſans vie (*e*).

Nous avons dit que tout cela eſt arrivé dans les temps où les grands agens de la Nature ont produit le ſyſtême actuel des êtres. Nous devons ajouter que cela arrive encore aujourd'hui comme cela arrivera toujours. Nous voyons que parmi les corps organiſés, & particulierement dans les animaux, tous les individus en qui ſe trouvent des vices eſſentiels de conſtruction & d'organiſation, périſſent plus ou moins promptement, & que jamais ils n'atteignent juſqu'au terme où parviennent les animaux bien conformés.

Si l'on ſuppoſe que la Lune eſt un corps ſemblable à la Terre, ce qui n'eſt pas dénué de vraiſemblance, ſi par conſéquent elle eſt ſujette à des changemens pareils à ceux que la Terre éprouve, à des époques plus ou moins éloignées, on doit croire que la Lune eſt arrivée à l'état où parviendra la Terre après la métamorphoſe entiere de toutes ſes eaux & de ſon atmoſphère en matiere ſolide. Car il eſt certain qu'elle eſt entierement dépourvue d'eau, ſi jamais elle en a eu, & qu'elle n'a point d'atmoſphère. Elle ne préſente que l'aſpect d'un corps ſec & aride. Sa

---

que dans une eau diſtillée, il n'en a pas moins obtenu des plantes parfaites, qui, par l'analyſe, donnerent les mêmes réſultats qu'à l'ordinaire, & une quantité très-notable de terre.

MM. Bonnet, Duhamel, Krafft, &c. ont fait une multitude d'expériences qui tendent de même à prouver que les Végétaux doivent à l'eau tout leur accroiſſement. Des plantes élevées dans de la mouſſe ou dans des éponges qu'on humectoit avec de l'eau pure, ſont venues auſſi fortes, auſſi vigoureuſes que celles qui avoient été miſes en même-tems en terre; & même ſouvent la mouſſe s'eſt trouvée plus favorable à la végétation que la terre. M. Bonnet ayant ſemé des Haricots, des Pois, de l'Avoine dans des pots de même grandeur, les uns remplis de terre, les autres de mouſſe preſſée avec la main, ces ſemences donnerent des plantes beaucoup plus belles dans la mouſſe que dans la terre.

Un grain d'Orge, dans la terre, donna 32 grains, & un autre grain d'Orge, dans la mouſſe, en donna 93.

Des ſemences miſes dans un ſable parfaitement pur, qu'on humectoit enſuite avec de l'eau pure, ont produit des plantes auſſi belles que celles qui avoient été miſes en terre. Voyez pour toutes les expériences de ce genre, *le prem. Vol. des Mém. des Savans étrangers, la Phyſique des arbres de M. du Hamel, & le ſecond Vol. des nouveaux Mém. de Pétersbourg.*

ſurface vue avec le ſecours des plus forts Téleſcopes, n'offre encore l'indice d'aucun changement. Mais ſi les corps qui s'y ſont formés autrefois, doivent éprouver quelqu'altération, ſe décompoſer & former par les diverſes combinaiſons de leurs parties, de nouveaux touts phyſiques, comme ces changemens ne peuvent ſe faire qu'avec une lenteur extrême, qu'il faut peut-être des milliers de ſiècles pour qu'ils ſoient ſenſibles pour nous, s'il eſt poſſible qu'ils le ſoient un jour, on ne doit pas être ſurpris que depuis le peu de temps qu'on obſerve avec de forts inſtrumens, ſa ſurface paroiſſe toujours la même.

Puiſque la matiere jouit eſſentiellement d'une puiſſance active, que par ſon action continue & variée, elle produit, avec le concours des deux autres forces, généralement tous les êtres, occaſionne des altérations, des changemens dans ceux déjà exiſtans; que les corps qui compoſent notre ſyſtême planétaire, reſſemblent plus ou moins à la Terre; que la différence qu'il peut y avoir ſe rédnit peut-être à celle de leur denſité & de leur diſtance au Soleil; il eſt infiniment probable que l'état de chacun de ces grands corps éprouve des changemens notables, à des époques plus ou moins éloignées, comme la Terre & la Lune; que ces changemens, qui n'affectent que leur ſurface, ſont amenés par une ſuite de variations ſe ſuccédant ſans interruption, & telles que chacune eſt le principe de la ſuivante.

L'état actuel de Mars & de Jupiter ſemble confirmer tout ce que nous avons dit. Les changemens étranges qui ſe font continuellement à la ſurface de ces Planètes, le déſordre & la confuſion qui paroiſſent y régner, ſemblent indiquer un travail tumultueux de décompoſition, qui ſera peut-être encore d'une très-longue durée, & qu'on peut regarder comme une préparation à un nouvel ordre de choſes, qui s'établira progreſſivement à la ſurface de ces corps, & n'éprouvera que les altérations qui doivent peu-à-peu le conduire à ſa fin. On conçoit que ces changemens, qui doivent être énormes, puiſqu'on les apperçoit de la terre, ont eu un commencement comme ils auront un terme, & qu'il a été un tems où la ſurface de ces planètes a été auſſi tranquille que

(e) Au lieu de ſuppoſer que la terre parviendra, avec le tems, à un état où s'établira un nouvel ordre de choſes, où naîtront une infinité d'êtres entièrement nouveaux, & formant un ſyſtême totalement différent de celui dont nous faiſons partie, peut-être quelques-uns aimeront-ils mieux ſuppoſer que la terre arrivera à un état à peu près pareil à celui où elle s'eſt trouvée. Connoiſſant ſi peu toutes les reſſources de la Nature, toute la puiſſance des forces qui mettent la matiere en jeu, qui oſera affirmer, diront-ils, qu'avec le tems & par des métamorphoſes dont nous ne pouvons avoir d'idée, ſa ſurface, juſqu'à une certaine profondeur, ne ſe convertira pas en eau? N'eſt-il pas plus que probable que l'état de ſubmerſion totale où elle s'eſt trouvée, ne s'étoit formé que par degrés & avoit été comme préparé par le dernier des divers états qui l'avoient précédé?

celle de notre terre, qui n'éprouve que des troubles partiels & rares. Au reſte cette tranquillité n'a dû avoir qu'une certaine durée, & ſans doute n'eſt venue qu'à la ſuite de troubles, de changemens qui l'ont amenée comme les troubles actuels ameneront une tranquillité ſemblable, en diminuant par degrés comme ils ont commencé, & laiſſant naître, ainſi que nous l'avons dit, un nouvel ordre de choſes, dont les parties ſeront bien coordonnées entr'elles.

On cherche depuis long-temps la cauſe qui peut faire changer & diſparoître les Étoiles, ou nous en montrer de nouvelles. Conduits par ce qui ſe paſſe ſous nos yeux, à penſer que la ſurface des corps céleſtes eſt conſtamment en travail, que tout y eſt perpétuellement en mouvement, il paroîtroit aſſez raiſonnable d'attribuer ces effets à des changemens qu'éprouve la ſurface de ces Étoiles, dont les périodes ſont plus ou moins longs, & dont pluſieurs ſont de durée inégale. On pourroit ſuppoſer que les feux qui s'élancent de leur ſurface & nous les font appercevoir, s'épuiſent peu-à-peu, en ſorte que ces corps ceſſent d'être viſibles, au moins pour un temps; nous diſons pour un temps, car preſque toutes reparoiſſent, ce qui provient ſans doute de ce que le travail de leur ſurface pendant le temps de leur diſparition, l'a remiſe en état de rendre de nouveau une vive lumiere.

## *Des Courants.*

On doit entendre par *Courants*, tout mouvement horizontal & progreſſif de la mer.

Il y a des Courants dont la direction & la vîteſſe ſont conſtantes, du moins à peu près; d'autres qui changent de direction & de vîteſſe tous les ſix mois; d'autres qui dépendent du mouvement de la Lune; d'autres enfin qui ſont tout-à-fait irréguliers. Suivant M. Daniel Bernouilli [*piece ſur les Courants, qui remporta le prix double de l'Académie des Sciences, en* 1751], il y a des Courants qui ſont doubles, ou tels que les eaux ſe meuvent dans un ſens à la ſurface, & en ſens oppoſé vers le fond. Quelques obſervations paroiſſent confirmer cette opinion.

M. de Buffon attribue les Courants [*Hiſtoire Naturelle*], les uns au flux & au reflux, les autres aux vents. Suivant lui, le courant général d'Orient en Occident, le plus remarquable par ſon étendue & ſa régularité parmi ceux qui ſont conſtants, réſulte du mouvement alternatif de flux & de reflux. Il attribue auſſi au flux & au reflux modifiés par les grandes inégalités du fond de la mer, la plupart des autres courants, & il regarde les autres comme des effets dus à l'action des vents, modifiés de même par ces inégalités. Les eaux, forcées de paſſer entre

les montagnes qui s'élevent du fond de la mer, ſoit en conſéquence du flux & reflux, ſoit pouſſées par les vents, prennent la direction de l'eſpace que ces montagnes laiſſent entr'elles, & s'y meuvent avec d'autant plus de vîteſſe, que ces montagnes ſont plus voiſines, ou qu'elles ſont plus élevées au-deſſus du fond de la mer : on conçoit qu'il en doit être de même entre deux bancs de ſable, entre deux iſles voiſines.

On ne peut douter que les collines & les montagnes dont le fond de la mer eſt hériſſé, ne donnent une nouvelle direction, une nouvelle vîteſſe aux mouvemens des eaux; mais il n'eſt pas également ſûr que la plupart de ces mouvemens aient pour cauſe celui du flux & du reflux; & même, en y réfléchiſſant un peu, on s'aſſure bientôt qu'on ne peut lui attribuer le courant général d'Orient en Occident. M. Daniel Bernouilli l'attribue, avec bien plus de fondement, au mouvement de rotation de la terre en vingt-quatre heures, qui ſe fait, comme on ſait, d'Occident en Orient : un fait bien connu prouve ſon opinion.

Si, ayant placé un cylindre au milieu d'un vaſe cylindrique, fort haut, rempli de fluide, on le fait tourner uniformément autour de ſon axe, le fluide ſera peu-à-peu entraîné par le cylindre, & prendra bientôt un mouvement uniforme; dans cet état, la couche de fluide qui touche le cylindre, tourne avec la même vîteſſe que la ſurface du cylindre; mais la vîteſſe des couches ſuivantes va en diminuant juſqu'à celle qui touche la ſurface intérieure du vaſe, laquelle demeure en repos; ce qui doit néceſſairement arriver; parce que ſi l'adhérence des parties du fluide eſt cauſe que toutes les couches participent au mouvement du cylindre, cette même adhérence eſt cauſe que toutes éprouvent la réſiſtance du vaſe; & comme elles l'éprouvent d'autant plus qu'elles en ſont plus proches, le mouvement qu'elles reçoivent du cylindre diminue juſqu'à la derniere, où il s'éteint, parce qu'elle éprouve en totalité la réſiſtance du vaſe.

Si donc on conçoit la terre comme un noyau ſolide, couvert par les eaux de la mer, recouverte elle-même par l'atmoſphère, le fluide qui enveloppe l'atmoſphère & remplit l'eſpace, faiſant néceſſairement l'effet du vaſe cylindrique, on voit que les eaux, au fond de la mer, doivent ſuivre parfaitement le noyau ſolide dans ſon mouvement de rotation en vingt-quatre heures; que la vîteſſe doit aller en diminuant continuellement, des couches inférieures des eaux aux couches ſupérieures; que la couche d'air contiguë à la ſurface de la mer doit ſe mouvoir par ſon adhérence avec cette ſurface, avec la même vîteſſe qu'elle, & que la vîteſſe doit diminuer, dans l'atmoſphère, depuis cette couche juſqu'à la derniere qu'enveloppe le fluide qui remplit l'eſpace, où le mouvement s'éteint. Il doit donc réſulter du

mouvement de rotation de la terre autour de ſon axe, non ſeulement un courant d'Orient en Occident, dont la viteſſe commence au fond de la mer, & va en croiſſant juſqu'à la ſurface, où elle eſt la plus forte, mais encore un courant ſemblable dans l'atmoſphère.

L'identité ſuppoſée de l'effet que produit ſur le fluide environnant, le cylindre qui tourne uniformément, & de celui que doit produire le noyau ſolide de la terre ſur les eaux de la mer, quoiqu'il ne ſoit pas cylindrique, n'a rien de forcé: Car certainement la portion de la terre, compriſe entre les tropiques, ne differe pas aſſez de la figure cylindrique, pour ne pas produire à peu près le même effet que ſi elle avoit cette figure; & tout ce qui peut réſulter de la ſphéricité de la terre en dehors des tropiques, c'eſt que le courant diminue en s'éloignant des tropiques, & ceſſe enfin d'être ſenſible.

On a ſuppoſé la terre entierement inondée, parce que le fluide dans lequel on fait tourner le cylindre, dans l'expérience citée, l'environnant de toutes parts, il falloit mettre la terre exactement dans la même circonſtance, pour faire voir plus clairement que ſon mouvement de rotation doit produire le même effet ſur les eaux de la mer, que le cylindre ſur le fluide environnant. On ſent parfaitement que, quoique la mer ne couvre qu'une partie de la ſurface de la terre, & ſoit entrecoupée d'iſles, de bancs de ſable, &c., le mouvement de rotation de la terre n'en produit pas moins le même effet ſur les eaux; & même les continens, les iſles, les bancs de ſable, &c., loin d'empêcher cet effet, ne ſervent, en beaucoup d'endroits, qu'à le rendre plus ſenſible. Les eaux, obligées de couler par les détroits d'une mer à l'autre, ou de paſſer entre les iſles, y acquierent néceſſairement une augmentation de viteſſe, qui eſt toujours d'autant plus conſidérable que l'eſpace dans lequel elles ſe trouvent reſſerrées eſt moins large. C'eſt ſur-tout dans les détroits qui joignent l'Océan à l'Océan, que leur mouvement eſt le plus violent, ainſi qu'on l'obſerve dans le détroit de Magellan. Mais comme, en coulant le long des côtes des continens, & en paſſant par les détroits, par les canaux qui ſéparent les iſles, &c., les eaux ſont forcées d'en ſuivre la direction, leur direction naturelle ſouffre des changements de toute eſpèce. Il ſe peut même qu'elle ſoit détruite, & que les eaux ſoient obligées de couler en ſens contraire. Il eſt évident que ce n'eſt pas ſeulement en paſſant par les canaux des iſles, par les détroits, &c., que le mouvement dont il s'agit éprouve une augmentation de viteſſe & un changement de direction. Les collines, les montagnes cachées ſous l'eau, dont le fond de la mer eſt hériſſé, doivent produire des effets ſemblables. Les eaux, obligées de paſſer

entre les montagnes, ſuivent néceſſairement la direction de l'eſpace qui eſt entr'elles, & leur viteſſe s'y accroit d'autant plus qu'il eſt plus étroit.

Ce mouvement de la mer d'Orient en Occident, eſt très-ſenſible dans les mers de l'Inde, comme l'obſervent ſouvent les Navigateurs qui vont de l'Inde à Madagaſcar ou en Afrique; il eſt très-fort dans la mer Pacifique, & entre les Moluques & le Bréſil. Il ſe fait ſentir de même dans le détroit des Manilles & dans tous les canaux qui ſéparent les Maldives, comme auſſi dans le golphe du Mexique, entre Cuba & Jucatan. Dans le golphe de Paria, ce mouvement eſt ſi violent, qu'on appelle le détroit, *la gueule du Dragon*. Dans la mer du Canada, ce mouvement eſt auſſi très-violent, auſſi bien que dans la mer de Tartarie & dans le détroit de Waigats, par lequel l'Océan, en coulant avec rapidité d'Orient en Occident, charie des maſſes énormes de glace dans la mer de Tartarie, dans la mer du Nord de l'Europe. Il ſe fait ſentir auſſi dans les détroits du Japon, dans le détroit de Java & dans tous les détroits des autres Iſles de l'Inde [*Hiſtoire naturelle, tome 1^er^.*].

Comme dans le grand nombre de montagnes qui s'élevent du fond de la mer, il ne ſe peut pas qu'il n'y en ait qui forment une ou pluſieurs chaînes dont la direction approche d'être perpendiculaire au courant général, & qui par conſéquent arrêtent preſqu'entierement les eaux dans les vallées qui leur répondent, l'effet de la cauſe générale ne peut commencer qu'à la hauteur du ſommet de ces montagnes. C'eſt ce dont on ſera bientôt convaincu, ſi l'on conſidere qu'ayant appliqué à la ſurface du cylindre qu'on fait tourner uniformément dans un vaſe rempli de fluide, des plans ou ailes paralleles à l'axe, ces ailes font le même effet qu'un cylindre ſolide, qui s'étendroit juſqu'à leur extrémité.

M. Bernouilli conclut de cette conſidération, que les courans s'étendent rarement juſqu'au fond de la mer; que cela n'arrive au plus que dans les mers peu profondes; qu'en général le courant ceſſe d'être ſenſible à la profondeur de cinquante ou ſoixante toiſes, ou tout au plus de cent toiſes. Il appelle le fond du courant, la région horizontale où le courant commence à ſe former, les eaux qui ſont au-deſſous étant comme tout-à-fait calmes & ſans aucun mouvement commun avec celui du courant.

L'Amérique formant, par ſa diſpoſition, comme une digue qui s'oppoſe au courant général, les eaux doivent s'élever dans leur route juſqu'à la côte orientale de cette partie de la terre. Cet excès continuel de hauteur doit être employé, ſuivant M. Bernouilli, à former au-deſſous du courant général, un autre courant contraire en tout au premier, que M. Bernouilli appelle *contre-courant*. Ce

courant

courant doit être comme l'autre, modifié à l'infini par les grandes inégalités du fond de la mer & par la configuration des côtes; il peut même y avoir des endroits où il ſe faſſe appercevoir à la place du premier. Il paroît que cela arrive le long des côtes de la Guinée, depuis le Cap-Verd juſqu'à la Baie de Fernando-Poo, où les courans vont d'Occident en Orient.

M. Bernouilli ne ſe diſſimulant pas qu'il eſt aſſez difficile d'admettre cette circulation des eaux de la mer, eſſaie d'en faire voir la poſſibilité par l'expérience ſuivante.

Si l'on rempliſſoit d'eau un petit vaſe formant un parallélipipède long de 10 à 12 pouces, large & haut d'environ deux pouces, & qu'enſuite on y jete de petits brins de papier mâché ou d'autres petits corps ſuſceptibles de deſcendre doucement au fond; ſi l'on ſouffle ſur la ſurface de l'eau, d'un bout du vaſe à l'autre, on verra tous les petits corps qui ſont au fond du vaſe ſe mouvoir vers l'endroit d'où part le ſouffle, pendant que tout ce qui nage ſur l'eau s'en éloigne.

Cette expérience lui paroît ſeule éclaircir & prouver la théorie des courans & des contre-courans, & l'on ne peut diſconvenir qu'elle ne lui donne un grand degré de probabilité. Nous rapporterons plus bas des obſervations qui paroiſſent prouver qu'il y a en effet des contre-courans.

Nous diſions il n'y a qu'un moment, que la mer doit être plus haute à la côte orientale de l'Amérique qu'à la côte occidentale; c'eſt ce dont on peut s'aſſurer par les obſervations du Barometre, qui alors doit ſe tenir plus bas au bord de la mer du Nord, ou de l'Océan Atlantique, qu'au bord de la mer du Sud. On a déjà quelques obſervations de cet inſtrument, faites au bord des deux mers, dans leſquelles on a trouvé cette différence de hauteur, & qui prouvent par conſéquent la différence des hauteurs de ces mers. M. Richet trouva dans l'iſle de Cayenne, à 25 ou 30 pieds au-deſſus de la mer, la plus grande hauteur du Barometre, de vingt-ſept pouces une ligne, & M. Bouguer, long-tems après, trouva non ſa plus grande hauteur, mais ſa hauteur moyenne, à ce qu'il paroît, de vingt-huit pouces une ligne; il obſerva de plus que ſes plus grandes variations n'y ſont que de deux ou trois lignes. Si l'on ne ſavoit combien les obſervations doivent être répétées pour pouvoir tirer des concluſions certaines, la grande différence d'un pouce entre celles que nous venons de citer, les rendroit déciſives; car elle eſt trop conſidérable pour qu'on puiſſe raiſonnablement l'attribuer à celle des barometres. Il ſeroit donc à déſirer que ces obſervations fuſſent répétées par des obſervateurs bien exercés, & munis de barometres faits avec tout le ſoin qu'on apporte actuellement dans leur conſtruction.

Après avoir fait connoître la cauſe du courant général d'Orient

en Occident, voyons quelle eſt celle des courans qui changent de direction tous les ſix mois. Il eſt évident que leur état dépendant uniquement des ſaiſons & de la poſition du Soleil, ils ne peuvent être produits que par l'action de cet aſtre. Mais en quoi conſiſte cette action? Elle ne peut conſiſter dans celle qui conjointement avec celle de la Lune occaſionne le flux & le reflux; car la Lune agiſſant de ſon côté & plus fortement que lui, ces mouvemens ſuivroient à-peu-près ceux de la Lune, & ſe feroient de mois en mois. Il paroît donc que cette action n'eſt autre choſe que celle par laquelle il échauffe les eaux de la mer : reſte à ſavoir comment cet aſtre fait prendre aux eaux ces mouvemens périodiques, en les échauffant. Voici comment M. Bernouilli l'explique, en ſuppoſant d'abord la terre entièrement couverte par les eaux de la mer, & le Soleil conſtamment dans l'Équateur.

Le Soleil échauffant les eaux ſous l'Équateur beaucoup plus que vers les poles, elles y doivent être plus dilatées, & par conſéquent y avoir moins de peſanteur ſpécifique que vers les poles; ce qui eſt confirmé par les obſervations. Il faut donc, pour l'équilibre, que les eaux s'élevent un peu ſous l'Équateur & s'abaiſſent un peu vers les poles, d'où naîtra une légere pente depuis l'Équateur vers les poles, laquelle fera que les eaux coulent continuellement depuis l'Équateur vers ces points. Mais comme alors la mer deviendroit bientôt plus haute vers les poles, tandis que ce doit être le contraire, il s'établira ſous le courant qui ſe fait de l'Équateur au pole, un contre-courant des poles à l'Équateur, produit par l'excès du poids des colonnes d'eau, qui, en vertu du premier courant, ſeroient plus peſantes près des poles que ſous l'Équateur.

Mais par une propriété commune à tous les fluides, qui conſiſte en ce que les dilations des fluides, occaſionnées par la chaleur, ſont fort inégales; qu'elles ſont imperceptibles, quand ces fluides ſont peu éloignes de la congélation; tandis qu'elles augmentent ſenſiblement, & deviennent enfin preſque uniformes, lorſque la température de ces fluides eſt plus élevée; les eaux de la mer ne ſouffriront plus, ſelon M. Bernouilli, aucun changement ſenſible vers les équinoxes au-dela de 50 ou 60 degrés de latitude, pendant que la denſité de l'air augmentera juſqu'aux poles. Ainſi la circulation des eaux dont il vient d'être queſtion, ne s'étend pas au-delà du 50$^{e}$. ou 60$^{e}$. degré de latitude.

La grande liaiſon qu'il y a entre la queſtion des courans & celle des vents réguliers, conduit M. Bernouilli à examiner, chemin faiſant, ce qui doit réſulter de l'augmentation de denſité que l'air éprouve par le froid, en allant vers les poles. D'abord il prétend que cette augmentation n'a lieu que près de la ſurface de

la terre ; que passé une certaine hauteur qu'il estime de 300 toises environ, toute la masse d'air prend la même température. C'est-là la raison pour laquelle, suivant lui, le froid augmente dans la Zone torride, à mesure qu'on s'éleve au-dessus de la surface de la mer, tandis qu'en passant, dit-il, dans les saisons moyennes, les Alpes de la Suisse, on ne sent pas, à beaucoup près, ces grandes augmentations de froid ; & il ne doute pas que près des poles, on ne sentit un air d'autant plus chaud qu'on s'éleveroit davantage.

Delà il conclut que l'inégalité dans les pressions des colonnes d'air, produira une circulation perpétuelle de ce fluide ; que cette circulation se fera des poles vers l'Équateur, près de la surface de la mer, & de l'Équateur vers les poles, dans une plus haute région de l'atmosphere, la quantité d'air qui revient vers le pole étant d'ailleurs égale à celle qui s'est portée vers l'Équateur.

M Bernouilli craignant toujours qu'on ne fasse difficulté d'admettre ces circulations d'eau & d'air, cite, pour en établir la possibilité, des expériences dans lesquelles on est forcé de reconnoître une circulation réelle de l'air. Nous nous contenterons de rapporter la suivante.

Si de deux chambres contiguës, on en échauffe bien une au moyen d'un poêle, & qu'ayant ensuite ouvert la porte par laquelle elles se communiquent, on met une bougie allumée en bas & une autre en haut, la flamme de la premiere se dirigera vers la chambre chaude, & celle de la seconde vers la chambre froide ; & si on tient une bougie à la moitié de la hauteur de la porte, la flamme ne souffrira aucune agitation. Certainement on ne peut s'empêcher de reconnoître, dans cette expérience, une circulation de l'air des deux chambres, laquelle est très-facile à expliquer.

Le poids d'une colonne d'air de la chambre froide est plus grand que celui d'une colonne d'air égale de la chambre chaude. L'air qui est en bas doit donc couler de la premiere de ces chambres dans la seconde. Mais comme le ressort de l'air doit demeurer le même dans l'une & dans l'autre, il faut que la chambre chaude se vuide continuellement d'autant d'air qu'elle en reçoit ; ce qui ne peut arriver que par le haut de la porte, à cause de l'introduction continuelle de l'air par en bas.

Nous avons vu que M. Bernouilli pense que la circulation des eaux dont il a été question ci-dessus, ne s'etend pas au-delà du 50e. ou 60e. degré de latitude. Il regarde donc la vîtesse horizontale des eaux comme nulle à l'Équateur, où les eaux ne font que monter du fond de la mer à la surface, & dans ces mêmes latitudes où les eaux descendent de la surface vers le fond. Il présume aussi que le courant sera le plus sensible,

vers la latitude de 25 ou 30 degrés. Quant à ſa direction, elle ſera vers le Nord dans l'hémiſphère boréal, & vers le Sud dans l'hémiſphère auſtral, tandis que les contre-courans auront des directions contraires; & cette double circulation des eaux ſe feroit uniformément toute l'année, ſi le Soleil décrivoit conſtamment l'Équateur.

Ce cercle qui partage la double circulation des eaux lorſque le Soleil le décrit, ou des paralleles voiſins, ceſſe de la partager quand cet aſtre s'en écarte. C'eſt alors un parallele qui fait ce partage, & où la viteſſe horizontale eſt nulle. Quand cet aſtre décrit un des Tropiques, ce parallele ne peut en être fort éloigné. Ainſi, comme depuis le parallele où les eaux ſont ſans mouvement horizontal, le courant ſe fait d'un côté vers le Sud, & de l'autre vers le Nord, il s'enſuit que, depuis l'Équinoxe du Printems juſqu'à celui d'Automne, le courant ſous l'Équateur eſt dirigé vers le Sud, & que pendant les autres ſix mois, il eſt dirigé vers le Nord. Si le Soleil décrit tout autre parallele, il peut ſe faire que le courant dirigé vers le Sud ou vers le Nord, ne dure que deux ou trois mois d'Été ou d'Hiver, & que pendant le reſte de l'année on ſente un courant contraire. Il eſt facile de voir ce qui doit arriver ſous tous les paralleles, & pendant toute l'année, tant qu'on ſuppoſe la terre entièrement inondée. Il faut ſeulement remarquer que ces changemens ſe feront toujours un peu plus tard, parce que l'effet du Soleil eſt toujours poſtérieur à ſa poſition.

On peut croire que les choſes ſe paſſeroient comme on vient de le dire, ſi la terre étoit entièrement couverte par les eaux; mais comme elle n'en eſt couverte qu'en partie, M. Bernouilli convient tout le premier que les courans dont il s'agit ne peuvent avoir toute la régularité qu'il leur a ſuppoſée; qu'ils ne peuvent qu'éprouver des changemens conſidérables de la part des continens, du giſement & de la configuration des côtes, des inégalités du fond de la mer, des iſles, &c.; mais il eſt perſuadé qu'en combinant cette théorie avec celle du courant général d'Orient en Occident, on pourroit appercevoir, à l'inſpection d'une grande Mappemonde, l'origine de tous les courans réguliers, tels qu'on les obſerve.

On a dû remarquer que, ſuivant M. Bernouilli, tandis qu'à la ſurface de la mer & près de cette ſurface, les eaux ſe meuvent de l'Équateur vers les poles, l'air ſe meut en ſens contraire, c'eſt-à-dire des poles vers l'Équateur. On ne ſauroit douter qu'en vertu de l'adhérence des fluides, qui fait que tous les vents produiſent, pourvu qu'ils durent, des courans dans la direction ſuivant laquelle ils ſoufflent, le ſecond de ces mouvemens n'altere le premier; il ſe pourra même faire qu'il le rende inſenſible,

Digitized by Google

peut-être même qu'il lui faſſe prendre une direction contraire à ſa direction naturelle.

Nous avons rapporté des expériences qui prouvent la poſſibilité des courans doubles. L'obſervation prouve qu'il en exiſte en effet, même à de très-petites profondeurs. Dampier, dans ſon Voyage autour du monde, dit, tom. 2 : « ce n'eſt pas une choſe extraordinaire de voir deux courans oppoſés en même-tems & & en même lieu, la ſurface de l'eau courant d'un côté, & le reſte du côté contraire : j'ai vu moi-même, étant à l'ancre, le câble emporté par deux courans contraires, le bas du câble tors d'un côté & le haut d'un autre ». Il dit encore au même endroit, *que les courans repouſſent quelquefois le Navire, la poupe avant contre vent & marée*, effet qui certainement ne peut être produit par un courant ſimple.

M. Halley, qui avant M. Bernouilli avoit ſuppoſé des courans doubles, & qui s'étoit ſervi de cette ſuppoſition pour expliquer comment il peut ſe faire qu'au détroit de Gibraltar, dont la largeur n'eſt que d'environ ſept lieues, il paſſe continuellement une ſi grande quantité d'eau de la mer Atlantique dans la Méditerranée, par l'effet du courant, ſans cependant que l'eau s'éleve conſidérablement ſur la côte de Barbarie, ni qu'elle inonde les terres qui ſont fort baſſes le long de cette côte, rapporte l'expérience ſuivante, faite dans la mer Baltique, qu'il dit lui avoir été communiquée par un très-habile homme de mer, témoin oculaire, laquelle confirme ſon ſentiment & celui de M. Daniel Bernouilli. Cet homme étant dans une frégate de l'État, elle fut tout d'un coup portée au milieu d'un courant, & pouſſée par les eaux avec beaucoup de violence : auſſi-tôt on deſcendit dans la mer une corbeille où l'on mit un gros boulet de canon ; la corbeille étant deſcendue à une certaine profondeur, le mouvement du vaiſſeau fut arrêté ; mais quand elle fut deſcendue plus bas, le vaiſſeau fut porté contre le vent, & dans une direction contraire à celle du courant ſupérieur qui n'avoit qu'environ quatre ou cinq braſſes de profondeur. M. Halley ajoute qu'au rapport de ce marin, plus on deſcendoit la corbeille, plus on trouvoit que le courant inférieur étoit fort.

On a vu que le courant général d'Orient en Occident, & les courans qui changent de direction tous les ſix mois, ne peuvent être attribués au flux & au reflux de la mer. Il n'en eſt pas de même de la plupart des courans particuliers. Une grande preuve qu'ils ont pour cauſe le mouvement du flux & du reflux, c'eſt qu'ils ſuivent les marées, & qu'ils changent de direction à chaque flux & à chaque reflux, en ſorte qu'ils ont une eſpece de régularité. Tout ce qui peut changer ſoit la direction, ſoit la viteſſe du mouvement des eaux, comme le giſe-

ment des côtes, les montagnes du fond de la mer, les bancs de ſable, les iſles, &c., donne lieu à ces courans. Le mouvement des marées éprouvant, par la variété de ces obſtacles, des changemens de toute eſpece, quelquefois les eaux ſont portées du même côté pendant pluſieurs jours de ſuite. Peut-être y a-t-il des endroits où les eaux coulent conſtamment du même côté, & forment des courans ſujets à des inégalités périodiques, dépendantes des mouvemens de la Lune.

Quant aux courans variables, irréguliers, & en quelque ſorte accidentels, ils ſont produits en général par les vents qui impriment néceſſairement aux eaux du mouvement dans la direction dans laquelle ils ſouffient, ſur-tout lorſqu'ils ont régné aſſez long-temps de la même partie. Ces mouvements ſouffrent comme tous les autres, dans leur direction & dans leur viteſſe, des changemens à l'infini par le giſement & la configuration des côtes, par les inégalités du fond de la mer, par les iſles, &c. Comme les eaux pouſſées par les vents, doivent être remplacées, le remplacement pourra cauſer, par un ſecond effet, d'autres courans accidentels, leſquels ne doivent pas être conſidérés comme produits immédiatement par les vents, parceque ces ſeconds courans peuvent être hors des limites des vents. Si les eaux entraînées par les vents ne ſont pas remplacées librement, comme cela arrive aux bords de la mer du Sud, les eaux s'abaiſſeront aux endroits d'où elles ſont forcées de couler; cet abaiſſement eſt quelquefois aſſez conſidérable, & dure aſſez de temps pour détruire les effets du flux de la mer, en ſorte qu'il paroiſſe y avoir un reflux continuel de pluſieurs jours de ſuite.

Suivant M. Daniel Bernouilli, les grandes variations barométriques peuvent auſſi occaſionner des courans accidentels; cette cauſe accompagne ſouvent celle dont nous venons de parler; mais elle agit par un autre principe: ſi le baromètre vient tout-à-coup à baiſſer conſidérablement, il faut que la mer s'éleve au même endroit; & comme les variations barométriques s'étendent ordinairement fort loin, les eaux doivent couler du milieu de tout cet eſpace, dans l'étendue peut-être de 30 ou 40 degrés.

Parmi les courans qui ont le plus d'étendue & de rapidité, on compte ceux qu'on a obſervés dans la mer Atlantique, près de la Guinée, leſquels s'étendent depuis le Cap-Verd juſqu'à la baie de Fernando-Poo, & même plus loin: leur mouvement eſt d'Occident en Orient, & par conſéquent contraire au mouvement général de la mer, qui ſe fait d'Orient en Occident: ces courans ſont ſi violens, que les vaiſſeaux peuvent venir en deux jours de Moura à Rio de Benin, éloigné de 150 lieues, & qu'il leur faut ſix ou ſept ſemaines pour y retourner; encore ne peuvent-ils ſortir de ces parages qu'en profitant des vents orageux qui s'élevent

tout-à-coup dans ces climats ; ces courans ne s'étendent guère qu'à vingt lieues de diſtance des côtes : auprès de Sumatra, il y a des courans rapides qui coulent du Midi vers le Nord, & qui probablement, dit M. de Buffon, de qui nous empruntons ceci, ont formé le golphe qui eſt entre Malaye & l'Inde : on en trouve auſſi de ſemblables entre l'iſle de Java & la terre de Magellan : il y en a auſſi de très-grands entre le Cap de Bonne-Eſpérance & l'iſle de Madagaſcar, & ſur-tout ſur la côte d'Afrique, entre la terre de Natal & le Cap ; dans la mer Pacifique, ſur les côtes du Pérou & du reſte de l'Amérique, la mer ſe meut du Midi au Nord, mouvement qui paroît occaſionné par un vent de Midi qui y régne conſtamment. On obſerve le même mouvement du Midi au Nord ſur les côtes du Bréſil, depuis le Cap S. Auguſtin juſqu'aux Antilles, à l'embouchure du détroit des Manilles, aux Philippines & au Japon dans le port de Kibuxia.

Dans la mer voiſine des Maldives, & entre ces iſles, il y a des courans très-violents qui coulent conſtamment pendant ſix mois d'Orient en Occident, & qui vont en ſens contraire pendant les ſix autres mois ; ils ſuivent la direction des vents qui ſoufflent dans cette mer, ſix mois de l'Eſt à l'Oueſt, & ſix mois de l'Oueſt à l'Eſt, & probablement ſont produits par eux [ *Hiſtoire naturelle, tome 1^er* ].

Il y a auſſi un courant très-rapide dans le canal de Bahama, qui coule du Midi vers le Nord ; ſa viteſſe eſt d'environ une lieue par heure. Les courans ſont très-irréguliers & ſouvent très-forts dans la mer de Danemarc, & même entre les côtes de la Norwege & du Jutland ; il y en a beaucoup qu'on ne peut attribuer à l'action des vents [ *Voyage de la Flore* ]. Étant mouillés à Elſeneur, MM. Borda, Pingré & Verdun virent le courant changer de direction deux fois en 24 heures ; ils eſtimerent ſa viteſſe de deux tiers de lieue par heure : dans le détroit du Sund, la violence du courant leur parut être de plus d'une lieue. Au reſte, ce n'eſt que vers les côtes que ces courans ont cette rapidité ; car ils diſent qu'au large ils remarquerent bien peu de différence entre leurs latitudes & leurs longitudes obſervées & eſtimées.

Sur la côte d'Afrique, depuis le Cap-Spartel juſqu'au Cap-Verd, les courans portent dans la partie du Sud ; ils ſuivent d'abord la direction de la côte depuis le Cap-Spartel juſqu'à Salé, & peut-être bien au-delà ; & enſuite ils participent de l'Oueſt à proportion qu'ils ſe rapprochent du Cap-Verd, où ils portent à l'Oueſt : leur viteſſe, au moins en différents endroits, eſt très-grande ; elle eſt, ſuivant le voyage cité ci-deſſus, depuis le Cap-Spartel juſqu'à Salé, particulierement dans les nouvelles

& pleines lunes, quelquefois d'un tiers de lieue, ou même d'une demi-lieue par heure.

On a vu ci-deſſus, qu'il y a un courant très-rapide dans le détroit de Gibraltar, qui porte conſtamment à l'Eſt : on a toujours été dans l'opinion qu'il eſt unique ; c'eſt ce qui fit ſuppoſer à M. Halley un courant inférieur, dirigé en ſens contraire, qui rapporte les eaux de la Méditerranée dans l'Océan, à meſure que le courant dont il s'agit en fait entrer dans la Méditerranée ; certains faits paroiſſent peu favorables à cette opinion. En 1773, le Triton, vaiſſeau français de 64 canons, ayant à paſſer de la Méditerranée dans l'Océan, fut ſurpris le ſoir par le calme à l'entrée du détroit. Le Commandant ne douta nullement que dans la nuit le courant ne le fît retrograder dans la Méditerranée ; cette perſuaſion étoit une ſuite naturelle du préjugé établi : cependant le contraire arriva ; car le calme continuant toujours, il ſe trouva, vers minuit, vis-à-vis de Tanger. L'Armée combinée de France & d'Eſpagne, faiſant le même trajet en 1782, pluſieurs vaiſſeaux français furent entraînés avec une telle violence, les vents ſoufflant de la partie de l'Eſt à la vérité, qu'ils vinrent en travers, & furent obligés de mettre toutes les voiles d'avant pour revenir en route.

Il eſt bien difficile, ce ſemble, de ne pas conclure de ces faits, que, outre le courant qui porte à l'Eſt dans le détroit de Gibraltar, il en exiſte un autre qui porte à l'Oueſt ; & tout invite à croire qu'il occupe la partie du détroit qui touche à la côte d'Afrique ; car le Triton & les vaiſſeaux qui furent entraînés dans l'Océan, paſſerent plus près de cette côte que de celle d'Eſpagne ; &, en l'admettant dans cette partie du détroit, comme on y eſt autoriſé par ces faits, on explique très-heureuſement le courant qui porte dans le Sud depuis le Cap-Spartel juſqu'au delà de Sale, en ſuivant la direction de la côte, en diſant que c'eſt celui-ci qui continue de ſuivre la direction de la côte d'Afrique lorſqu'il eſt entré dans l'Océan, parce que ſes eaux refoulées par celles de l'Océan, ſont forcées de couler le long de cette côte.

Ce ſecond courant explique auſſi d'une maniere très-ſimple, pourquoi les eaux ne s'élevent pas ſenſiblement dans la Méditerranée : il n'eſt pas même néceſſaire de le ſuppoſer auſſi étendu, auſſi rapide que celui qui porte à l'Eſt ; car l'évaporation enleve plus d'eau à cette mer, qu'elle n'en reçoit par les fleuves & les rivieres qui y portent leurs eaux.

On ſent combien il ſeroit avantageux pour la Navigation d'avoir une connoiſſance exacte des courans ; mais c'eſt une connoiſſance qu'il eſt difficile d'acquérir, faute de méthode pour déterminer les courans avec exactitude : celles que l'on a ſe réduiſent à-peu-près aux ſuivantes.

Quand la mer a aſſez peu de profondeur pour qu'on puiſſe rendre fixe la poſition du vaiſſeau par le moyen de ſes ancres, on trouve aſſez bien la direction & la vîteſſe du courant, en jetant le loch : ſa direction & ſa vîteſſe donnent celles du courant.

Quand on ne peut pas jeter l'ancre, on met à la mer un canot ou une chaloupe qu'on rend fixe autant qu'il eſt poſſible, au moyen de quelque corps peſant qu'on fait deſcendre dans l'eau auſſi profondément qu'on peut, afin qu'il atteigne la région des eaux calmes. La chaloupe obéit ainſi le moins qu'il eſt poſſible au courant, & acquiert une ſorte de fixité ; alors on jete le loch, dont la vîteſſe & la direction donnent celles du courant.

Certainement cette méthode eſt bien éloignée d'être exacte ; mais du moins on eſt aſſuré que la vîteſſe du courant n'eſt pas moindre que celle qu'elle donne.

Il eſt preſque ſuperflu d'ajouter que ces méthodes exigent, comme toutes celles qu'on pourroit imaginer, que la mer ſoit calme & unie.

M. Daniel Bernouilli donne, dans ſa piece ſur les Courans, une méthode qu'il prétend ſuſceptible de fournir des déterminations exactes ; mais comme cela n'eſt pas très-certain, que d'ailleurs il eſt aſſez difficile de ſatisfaire aux conditions qu'elle exige pour être appliquée avec quelqu'eſpoir de ſuccès, qu'enfin ſon expoſition nous meneroit trop loin, nous nous contenterons de renvoyer à la piece citée.

## *Sur le paſſage par le Nord, de l'Océan Atlantique dans la Mer Pacifique.*

On a toujours penſé que l'eau de la mer ne gele point. On croit que la mer ne gele par de hautes latitudes, que près des côtes, juſqu'à 20 ou 30 lieues de terre au plus, où ſa ſalure eſt conſidérablement affoiblie par la grande quantité d'eau douce qu'elle reçoit des fleuves qui s'y jetent. On a même été juſqu'à dire que toutes les glaces qu'on trouve par ces latitudes, formant des eſpeces de montagnes ou des plaines plus ou moins vaſtes, ne ſont autre choſe que les glaces qui ſe forment dans ces fleuves, & que ces fleuves charient à la mer, leſquelles viennent à s'amonceler & à s'attacher les unes aux autres ; & l'on prétend qu'au-delà de ces glaces, qui s'étendent à 30 lieues au plus des côtes, on trouve une mer libre où l'on ne rencontre plus que quelques glaçons détachés & flottant au gré des vents & des marées.

C'eſt d'après ces préjugés qu'on a fait des tentatives pour

trouver un paſſage par le Nord, de l'Océan Atlantique dans la Mer Pacifique. Perſuadé que ſi la mer peut ſe geler, cela ne peut avoir lieu qu'auprès des côtes, on a toujours eſpéré trouver une mer libre au-delà des glaces qu'on pourroit rencontrer. Des Navigateurs prétendent même n'avoir point été trompés dans leurs eſpérances. Les Ruſſes ſoutiennent, dans des mémoires communiqués en Hollande & en Angleterre, qu'au Nord de la Sibérie, & au Nord & au Nord-Eſt de la nouvelle Zemble, il y a une grande mer ouverte & libre de glaces. Les Hollandais diſent que leurs vaiſſeaux ſont allés pluſieurs fois ſous le pole, & même quelques degrés au-delà, ſans y trouver de glaces.

Mais d'autres Navigateurs dont le témoignage eſt d'un tout autre poids, montrent, dans les relations de leurs voyages, un état de choſes bien oppoſées. Le Capitaine Wood, cherchant, en 1676, un paſſage par le Nord-Eſt, trouva toute la mer entre le Spitzberg & la nouvelle Zemble, formant une glace immenſe & fixe qui tenoit à ces deux terres.

Le Hollandais Zorgdrager, qui fréquenta pendant plus de 30 ans les mers du Groënland, du Spitzberg, de la nouvelle Zemble, &c., dit dans une relation qu'il a faite de la pêche de la Baleine, que pendant l'hiver, & ſur-tout dans les hivers rigoureux, la mer eſt entièrement glacée juſqu'à 23° du pole, qu'il a trouvé l'iſle de Jean-Mayen, Spitzbergen, Bear-Iſlandt, la nouvelle Zemble, &c. entièrement enfermées dans cette vaſte croûte de glace, lorſqu'il eſt arrivé dans ces mers plutôt que d'ordinaire. Ailleurs il dit que, dans les hivers rudes, toute la mer eſt ſolidement glacée juſqu'à la latitude de 75°; elle l'eſt de même ſur les côtes du vieux Groënland, juſqu'à 70° de latitude, & entre le Groënland & l'Iſlande, juſqu'à 68°; que la glace s'étend du côté de la nouvelle Zemble, au-delà du détroit de Waigatz, & ſelon toute apparence juſqu'à la Mer Blanche & au Cap-Nord.

A ces faits, qui doivent au moins faire ſoupçonner l'opinion où l'on eſt que l'eau de la mer n'eſt point ſuſceptible de ſe geler, de n'être pas exactement vraie, nous pourrons ajouter le ſuivant, qui paroît bien propre à changer ce ſoupçon en certitude. Le 22 Mai 1701, le même Navigateur étant à la pêche de la Baleine, à une très-grande diſtance de toutes terres, la mer ſe glaça autour de lui, à perte de vue, dans l'eſpace d'une nuit : cette glace ſe trouva aſſez forte pour que ſon équipage ſe promenât deſſus ſans danger.

Ce Navigateur, d'un ſens droit & d'une expérience conſommée, jugeoit du paſſage à la Mer Pacifique par le Nord-Eſt, comme on eût dû toujours le faire. « Ce paſſage, dit-il, n'eſt pas

praticable aux Navires une fois en 50 ans, parce que dans ces régions polaires il gele ſouvent juſqu'au mois de Juin, & que les gelées d'Automne commencent avant la fin d'Août: peut-être cependant un tel paſſage n'eſt-il pas abſolument impoſſible, après un hiver fort doux & pendant un été extrêmement chaud. Mais, dans la pratique, on n'aura jamais une route conſtante & réguliere par-là, à la Chine & au Japon. »

Le Capitaine Jacob Janſſen, dans un voyage qu'il fit dans le Nord en 1769, ſe trouva enfermé dans les glaces vers le 73ᵉ degré de latitude, depuis le 21 Juillet juſqu'au 21 Novembre de cette année. Pendant ce tems-là, la mer ſe gela & dégela pluſieurs fois autour de lui, dans les calmes. Emporté de côté & d'autre par le champ de glace qui le renfermoit, il ne vit jamais la terre qu'une fois, & cela à la diſtance de 15 lieues. Cette terre étoit Gail Hamkes landt, partie du Spitzberg.

Dans le voyage que les Capitaines Phipps & Lutwige ont fait, en 1773, par ordre du Gouvernement Anglais, pour déterminer juſqu'où la Navigation eſt praticable du côté du pole boréal, ils ont trouvé toute la mer entre le Groënland & le Spitzberg, fermée par une immenſe plaine fixe de glace, par la latitude de 80 à 81 degrés, & jamais ils n'ont pu aller au-delà de 80° 48′ de latitude.

Dans ſon ſecond voyage autour du monde, le Capitaine Cook rencontra des glaces dès le 50ᵉ degré de latitude auſtrale, & ne put s'élever au-delà de 67° 15′ de latitude, dans ſes premieres recherches du Continent auſtral qu'on croyoit devoir exiſter, & dans celles qu'il fit un an après, il ne put d'abord paſſer 67° 20′, & ne s'éleva enſuite que juſqu'à 71° 10′. Tantôt il étoit arrêté par des multitudes de glaces ſi ſerrées qu'elles lui fermoient entièrement le paſſage, tantôt par des plaines immenſes de glaces fixes & continues.

Ceux qui penſent que les glaces qu'on trouve en mer proviennent des eaux douces qui ſe mêlent avec l'eau de la mer, ne pourront prétendre que les glaces immenſes qui couvrent les mers auſtrales à de ſi grandes diſtances du pole, aient une ſemblable origine. Car le petit nombre d'iſles que ces mers renferment & les pointes méridionales de l'Amérique, de la nouvelle Zélande, de la nouvelle Hollande & de l'Afrique, qui ſont les terres qui s'avancent le plus dans ces mers, du côté du Sud, ne peuvent leur fournir que très-peu d'eau douce.

Voilà certainement des faits qui prouvent bien que les glaces ſe forment, en pleine mer, de l'eau même de la mer. Des expériences déciſives de M. Nairne & de Dom Mann viennent à l'appui de ces faits, & prouvent que l'eau de mer la plus chargée de ſel, ſe gele très-bien.

Au mois de Janvier 1776, Dom Mann (*Mém. de l'Acad. de Bruxelles, tom. 1^er^*), expoſa à la gelée, en plein air, de l'eau de mer & de l'eau douce dans deux vaſes qu'il plaça à côté l'un de l'autre, depuis le 9 juſqu'au 18 du mois; pendant cet intervalle de tems, le thermometre de Réaumur varia depuis le terme de la glace, juſqu'à deux degrés & demi au-deſſous. Il obſerva que l'eau douce geloit aſſez-bien, & que l'eau de mer ne faiſoit que s'épaiſſir par une multitude de petits glaçons qui s'y formoient, & la rempliſſoient entièrement ſans adhérer enſemble. Dans cet état elle ſoutenoit la neige qui y tomboit, ſans la fondre. Les petits glaçons étoient moins ſalés que l'eau de mer, & ne l'étoient pas à beaucoup près autant que la partie de l'eau de mer, qui étoit reſtée fluide entr'eux, laquelle étoit beaucoup plus ſalée que l'eau venant de la mer.

Le 19 & le 20 du même mois, le thermometre étant alors à 5 ou 6 degrés au-deſſous du terme de la glace, il expoſa de même à l'air libre, à l'entrée de la nuit, de l'eau douce & de l'eau de mer dans deux vaſes qu'il mit à côté l'un de l'autre. Les glaçons ſe formèrent à-peu-près auſſi-tôt dans le vaſe où étoit l'eau de mer, que dans celui où étoit l'eau douce; peu-à-peu ils ſe multiplièrent, & au bout de deux ou trois heures ils s'unirent & s'attachèrent enſemble, & ne formerent plus qu'une ſeule maſſe de glace, mais qui étoit beaucoup plus poreuſe que la glace d'eau douce, & peſoit un ſeptieme de moins. Cette glace étoit peu ſalée, & l'étoit beaucoup moins que les petits glaçons de l'expérience précédente, la gelée devenue plus forte ayant chaſſé une plus grande quantité de particules de ſel, des interſtices de l'eau; elle n'étoit point tranſparente, & étoit beaucoup moins ſolide & moins compacte vers le fond & les parois du vaſe, que vers la ſurface ſupérieure.

Il détacha cette glace du vaſe auquel il la trouva peu adhérente: elle laiſſa échaper par la partie de ſa ſurface qui touchoit aux parois du vaſe, & principalement par la partie inférieure, un ſeptieme environ de toute l'eau qui avoit été expoſée dans le vaſe; cette eau étoit parfaitement fluide & extrêmement ſalée.

Dom Mann répéta l'expérience pluſieurs fois, raſſembla l'eau très-ſalée qui n'avoit point gelé, & qu'il avoit recueillie après la congélation du reſte de l'eau miſe en expérience. Il l'expoſa à la gelée pendant les nuits du 25 & du 26 du même mois, par un froid de 9 & de 10 degrés, qui eut lieu pendant ces nuits-là. Le lendemain cette eau, qu'il jugeoit deux fois plus ſalée que celle de la mer du Nord, ſe trouva glacée juſqu'au fond du vaſe, à la réſerve d'un cinquieme environ qui, lorſque la glace fut retirée du vaſe auquel elle étoit encore moins adhérente que la glace de la premiere congélation, s'é-

chappa de la partie de la ſurface qui touchoit aux parois du vaſe & de la partie inférieure. Cette eau étoit exceſſivement ſalée; elle l'étoit preſqu'autant que de l'eau ſaturée de ſel. La partie glacée étoit plus poreuſe, moins compacte, & ſes parties avoient moins d'adhérence entr'elles que celles de la premiere glace; elle ſe caſſoit beaucoup plus facilement, & ſe fondoit en partie au Soleil, tandis que la premiere n'y éprouvoit aucun changement.

Le 26, le froid ayant augmenté, Dom Mann expoſa à l'air & au vent, pendant la nuit du 26 au 27, l'eau exceſſivement ſalée dont il vient d'être queſtion. Le 27 à 6 heures du matin, le mercure étant à 12° au-deſſous du terme de la glace, il trouva cette eau gelée, fixe & adhérente juſqu'au fond du vaſe; à 8 heures, le mercure étant deſcendu à 13 degrés & demi, la glace ſe trouva plus dure; elle ne l'étoit cependant pas beaucoup, car cet habile Phyſicien dit qu'il pouvoit y enfoncer facilement le doigt & le tourner de côté & d'autre, en ſéparant les petits glaçons, qui tous étoient unis. Il ajoute que par cette manœuvre, il demeura un peu d'eau au fond du vaſe, & qu'en la comparant au goût avec les glaçons, on ne pouvoit diſtinguer ſi elle étoit plus ſalée.

Maintenant, puiſque l'eau de la mer la plus ſalée eſt ſuſceptible de ſe geler, & cela par un froid bien moindre que celui qui regne, en hiver, aux environs & juſqu'à une diſtance conſidérable des poles, on ne peut que conclure avec Dom Mann, que ces glaçons énormes, ces montagnes, ces plaines immenſes de glace, qu'on rencontre dans les hautes latitudes, proviennent de la mer même, que la rigueur du froid fait geler. Cette concluſion paroîtra d'autant plus fondée, que l'on ſait que plus l'eau eſt pure, plus elle ſe glace facilement, & que dans les Zones glaciales, l'eau de la mer eſt bien moins chargée de ſel que par-tout ailleurs. Si à cette circonſtance on joint celle des froids preſqu'incroyables qui s'y font ſentir, certainement on ne devra pas être ſurpris que la mer éprouvant pendant ſix mois de l'année des froids auſſi rigoureux, elle ſe gele, tranquille ou agitée, même juſqu'à une grande profondeur.

Quoique ces glaces ſoient formées de l'eau de la mer même, on ne ſera point ſurpris que M. Cook & d'autres Navigateurs qui en ont fait fondre des morceaux, aient obtenu une eau parfaitement douce & bonne à boire, ſi l'on conſidere que la gelée venant à rapprocher les parties de l'eau, force les particules ſalines à ſortir de ſes interſtices; que la congélation commençant par la ſurface, ces particules ſont chaſſées vers le fond de l'eau; qu'enfin l'expulſion de ces particules d'entre celles de l'eau, ſe faiſant d'autant plus parfaitement que le froid eſt plus vif, il

doit arriver que la partie supérieure de ces glaces, dont on a détaché des morceaux, ne contienne abſolument point de ſel, vu le froid exceſſif qui fait naître la congélation.

On peut encore conclure des mêmes expériences, que des glaces éternelles couvrent la mer aux poles & aux environs, juſqu'à une diſtance conſidérable. On imagine bien que ces glaces ſont ſujettes à des changemens innnis, qu'il leur arrive de ſe rompre, de ſe diſperſer, & quelquefois de laiſſer libre une certaine étendue de mer, étant chaſſées par les vents. Auſſi des Navigateurs ont-ils trouvé plus ou moins libres des mers qui avoient été trouvées ou qui furent trouvées enſuite entièrement couvertes de glaces; & d'autres, enfermés de toutes parts par une glace continue, s'en ſont trouvé délivrés au moment où ils s'y attendoient le moins. En 1596, Barents & Heemskerke trouverent ouverte la mer entre le Spitzberg & la nouvelle Zemble, tandis que Wood la trouva entièrement fermée en 1676, par une glace continue de 60 ou 80 braſſes d'épaiſſeur. Les glaces ayant enfermé les Capitaines Phipps & Lutwige depuis le 30 Juillet 1773 juſqu'au 9 Août, ſe rompirent ce jour-là, les vaiſſeaux parvinrent à ſe frayer un paſſage au travers, & le 10 un vent de Nord-Eſt s'étant élevé, la mer devint libre vers midi.

Les mers glaciales étant donc très-rarement navigables, & ne pouvant aſſigner ni l'année ni le tems de l'année où elles peuvent le devenir, on ne peut raiſonnablement eſpérer de découvrir un paſſage dans la mer Pacifique, par le Nord de l'Aſie, ni par le Nord de l'Amérique : forcé de combattre la Nature opiniâtre à préſenter des obſtacles ſans nombre, qui, s'ils ne ſont pas inſurmontables dans un endroit, le ſeront infailliblement dans d'autres, on doit ſe dégoûter à jamais d'une recherche qui ne pourroit réuſſir que par un concours de circonſtances qui tiendroit en quelque ſorte du prodige, & dont le ſuccès même prouveroit l'entiere inutilité.

Une expoſition abregée des tentatives qu'on a faites pour découvrir ce paſſage, contribuera peut-être, aux yeux de quelques-uns, à mettre en évidence l'opinion que nous adoptons. Commençons par celles qu'on a faites pour trouver le paſſage par le Nord-Eſt, & pour ne point trop nous étendre, bornons-nous à celles des Ruſſes, qui ſont les principales & les plus nombreuſes, dont M. Coxe a publié l'hiſtoire ( *Nouvelles découvertes des Ruſſes entre l'Aſie & l'Amérique, chap. XXII* ).

Suivant M. Coxe, ceux qui ſoutiennent la poſſibilité d'un paſſage par le Nord-Eſt, diviſent toute cette navigation en trois parties principales, ſavoir : d'Archangel à la Léna, de la Léna au Kamtchatka, du Kamtchatka au Japon; & après avoir tâché de prouver ces trois traverſées, ils en concluent que le paſſage entier eſt praticable.

La poſſibilité d'aller du Kamchatka au Japon eſt démontrée; car les Ruſſes en ont fait le voyage pluſieurs fois. Voyons ſi on peut en dire autant des deux autres Navigations.

Il faut d'abord bien obſerver que le paſſage d'Archangel à la Léna ne s'eſt jamais fait en une ſeule fois.

Le Lieutenant Merovieff, qui partit d'Archangel, en 1734, pour ſe rendre au fleuve d'Oby, ne dépaſſa point, la premiere année, l'embouchure du Petchora; l'été ſuivant, il traverſale détroit de Waigatz & entra dans la mer de Kara; mais il ne doubla point le promontoire qui ſépare cette mer de la baie d'Oby.

En 1738, les Lieutenans Melgyin & Skurakoff doublèrent ce promontoire avec beaucoup de peine, & entrèrent dans la baie d'Oby. Les glaces mirent ſouvent en danger tous ces Navigateurs & leur préſentèrent les plus grands obſtacles.

On eſſaya vainement pluſieurs fois de paſſer de la baie d'Oby à l'Yeniſſei; deux vaiſſeaux commandés par les Lieutenans Oſizin & Koskéleff y réuſſirent enfin en 1738.

La même année, le Pilote Féodor Menin tenta de paſſer de l'Yeniſſei à la Léna. Il porta le Cap au Nord juſqu'au 73° 15′ de latitude; arrivé à l'embouchure du Piaſida, il fut arrêté par les glaces & forcé de retourner à l'Yeniſſei.

Des obſtacles ſemblables empêchèrent le Lieutenant Prontshiſtsheff de ſe rendre de la Léna à l'Yeniſſei. Parti d'Yakutsk, au mois de Juillet 1735, il remonta la Léna juſqu'à ſon embouchure, ne put débouquer que par la bouche la plus orientale de ce fleuve, à cauſe que les autres étoient trop remplies de glaces; & contrarié par les vents, il ne put gagner la haute mer que le 13 Août: les glaces qu'il rencontra bientôt ayant occaſionné des avaries conſidérables à ſon vaiſſeau, il remonta, le premier Septembre, l'embouchure de l'Olenek, qui, ſuivant ſon eſtime, eſt par 72° 30′ de latitude, & alla paſſer l'hiver à peu de diſtance delà.

Au commencement d'Août de l'année ſuivante, il débouqua l'Olenek, fut enfermé au milieu des glaces avant que d'atteindre l'embouchure du Chatanga, & ne s'en débarraſſa qu'avec peine, après avoir manqué de périr. Suivant Muller, il ne put atteindre tout-à-fait à l'embouchure du Taimura, parce qu'il trouva une chaîne d'iſles, qui ſe prolonge du continent dans la mer, dont les canaux qui les ſéparent étoient tellement embarraſſés par les glaces, qu'il ne put y paſſer, & que forcé de s'élever juſqu'à 77° 25′ de latitude, il fut arrêté par une immenſe plaine de glace fixe. Le Profeſſeur Gmélin prétend qu'il atteignit l'embouchure du Taimura, la dépaſſa, ſuivit la côte vers le Piaſida, rencontra des iſles qui l'obligerent de s'elever juſqu'à la latitude de 77° 25′, & que la crainte de ſe trouver renfermé par les glaces, le força de retourner au Taimura. Delà il ſe rendit à travers une in-

finité de dangers & d'obſtacles à l'Olenek ; qu'il atteignit le 29 d'Août.

Chariton Laptieff, qui eſſaya en 1739 de paſſer de la Léna à l'Yeniſſei, ne réuſſit pas davantage. Il dit qu'il y a entre les rivieres de Piaſida & de Taimura, un promontoire qu'il ne put pas doubler, parce que la mer ſe trouva entièrement priſe dans les environs.

Delà M. Coxe conclut avec raiſon que l'eſpace qui eſt entre Archangel & la Léna, n'a pas encore été traverſé. Car en allant à l'Eſt de l'Yeniſſei, les Ruſſes n'ont pu dépaſſer l'embouchure du Piaſida, & en venant à l'Oueſt de la Léna, ils ont été arrêtés, ſuivant Muller, à l'Eſt du Taimura, & ſuivant Gmelin, au Nord du Piaſida.

On peut ajouter que des vaiſſeaux Anglais & Hollandais, qui ont paſſé par le détroit de Waigatz dans la mer de Kara, ont tous rencontré beaucoup de glaces, & qu'ils ont eu des peines infinies à effectuer leur paſſage.

Les Ruſſes prétendent avoir été plus heureux dans leur navigation de la Léna au Kamtchatka. Tout ce qu'il y a de certain cependant, c'eſt qu'ils ont fait des expéditions fréquentes de la Léna à la Kovyma, & qu'ils n'ont pu paſſer qu'une fois de la Kovyma dans l'Océan oriental, en doublant les Caps Shelatſkoi & Tſchukotskoi. Suivant des Mémoires de Deshneff, recueillis à Yakutsk en 1736, par Muller, ce Navigateur étant parti, le 20 Juin 1648, de l'embouchure de la Kovyma, pour eſſayer de pénétrer dans l'Océan oriental, fut d'abord forcé par les glaces de retourner à l'endroit d'où il étoit parti : mais ayant remis à la voile l'année ſuivante, il fut plus heureux ; il doubla les Caps Shelatskoi & Tſchukotskoi, & parvint juſqu'à l'embouchure de l'Anadir, après beaucoup de dangers, d'accidens & la perte d'une partie de ſon équipage.

On ne peut citer aucun Navigateur qui depuis Deshnef ait doublé ces Caps, ſoit en partant de la Mer Glaciale, ſoit en partant du Kamtchatka.

Shalauroff, qui en forma l'entreprife en 1761, parti de la Léna au mois de Juillet, ne put parvenir, à cauſe de l'hiver, qu'à la Kovyma, après avoir été enfermé pluſieurs fois, dans ſa route, par les glaces. Ayant hiverné ſur les bords d'une des bouches de cette riviere, les glaces ne lui permirent de remettre à la voile que le 21 Juillet 1762. Retardé dans ſa route par des vents contraires, par des courans, par les glaces ſur-tout qu'il rencontra fréquemment, la ſaiſon ſe trouva ſi avancée quand il voulut doubler le Cap Shelatskoi, qu'il ſe vit obligé de chercher un endroit où il pût hiverner. Différens accidens le mirent dans la néceſſité de retourner à l'endroit de la Kovyma où il avoit

paſſé

paſſé ſon premier hiver. Delà il fut contraint de retourner à la Léna, par le défaut de vivres & la révolte de ſon équipage. Il eſt bon d'obſerver que, pendant tout ſon voyage, il trouva les courans venant preſqu'uniformément de l'Eſt.

Schalauroff, tenta en 1764, la même expédition. Mais il paroît qu'elle lui coûta la vie, ainſi qu'à tout ſon équipage; car on n'a jamais revu ni lui ni aucun de ceux qui l'accompagnoient.

Le Capitaine Cook, & après lui le Capitaine Clerke, ont trouvé une mer très-libre entre le Cap Tſchukotskoi, qui eſt le plus oriental de l'Aſie, & le Cap du Prince de Galles, qui eſt le plus occidental de l'Amérique, dont le premier eſt ſitué, ſuivant M. Cook, par 66°. 6′ de latitude, & le ſecond par 65°. 46′. Ainſi Deshneff ne dut trouver aucune difficulté à doubler le premier de ces Caps pour ſe rendre à l'Anadir. La vraie difficulté fut de doubler le Cap Shelatskoi, que les Ruſſes ſuppoſent par la latitude de 73 degrés & demi, mais que le Capitaine King ſoupçonne trois ou quatre degrés plus Sud: car le Capitaine Cook, après avoir doublé le Cap Tſchukotskoi & celui du Prince de Galles, ſans rencontrer d'obſtacles, ſe trouva arrêté par les glaces le 18 Août 1778, conſéquemment dans le tems le plus chaud de l'Été, par la latitude de 70° 44′, & le Capitaine Clerke les rencontra, le 6 Juillet de l'année ſuivante, dès la latitude de 67°, & depuis ce tems juſqu'au 27, qu'il fut réſolu de retourner vers le Sud, ſes deux vaiſſeaux furent conſtamment enveloppés par les glaces qui ne leur permirent jamais de s'élever au-delà de 70° 33′ de latitude. Puis donc que les glaces empêchent, deux années de ſuite, ces vaiſſeaux de s'avancer dans le Nord au-delà de 70 à 71 degrés de latitude, on ne peut douter que le Cap Shelatskoi, ſoit qu'il ſoit par la latitude de 73 degrés & demi, ſoit qu'il ſoit plus Sud de 3 ou 4 degrés, n'en ſoit conſtamment environné, & qu'il doit être extrêmement rare que la mer, autour de ce Cap & entre les côtes de l'Aſie & de l'Amérique, qui, depuis les Caps Tſchukotskoi & du prince de Galles, vont en s'écartant l'une de l'autre, ſoit aſſez débarraſſée pour laiſſer un paſſage un peu libre aux vaiſſeaux qui ſe propoſent d'aller, ſoit de la Mer Glaciale au Kamtchatka, ſoit du Kamtchatka dans la Mer Glaciale.

Maintenant ſi on conſidere que le Cap Shelatskoi n'eſt pas le ſeul qu'on ait à doubler, lorſqu'on veut pénétrer dans la Mer Pacifique par le Nord-Eſt, que l'on eſt encore forcé de doubler le Cap Taimura, qui eſt par 78 degrés de latitude, que l'on n'a jamais pu doubler, ſuivant Muller; ſi l'on ſe rappelle les obſtacles que les Ruſſes ont rencontrés, les dangers auxquels ils ont été expoſés dans les parages de la Mer Glaciale, qu'ils ont réellement parcourus, le tems conſidérable qu'ils ont mis à faire peu de chemin, le nombre de leurs tentatives infructueuſes; ſi enfin on fait attention qu'on ne peut voyager dans cette mer,

qu'au milieu d'un Été très-court, & ſeulement quand les glaces viennent à ſe rompre & à ſe diſperſer, que par conſéquent on ſeroit forcé non-ſeulement d'hiverner nombre de fois dans le cours de la navigation, mais encore de retourner hiverner dans le même lieu, quand on auroit été arrêté par les glaces avant d'avoir pu faire de progrès ſenſible ; il paroît bien difficile de croire encore à la poſſibilité du paſſage dont il s'agit. Nous ne penſons pas qu'on oſe prétendre, après les obſervations que nous avons rapportées & les expériences déciſives de Dom Mann, que l'on ne ſeroit pas ſans eſpoir de réuſſir, ſi l'on s'élevoit par de très-hautes latitudes, puiſque ces obſervations & ces expériences prouvent invinciblement que plus la latitude eſt grande, plus la mer eſt impraticable.

Il ne faut pas davantage ſe flatter de pénétrer dans la Mer Pacifique par le Nord-Oueſt. On a vu que le Capitaine Cook, qui avoit pour principal objet de ſon dernier voyage, de découvrir ce paſſage, & qui en conſéquence avoit ordre de tâcher de découvrir quelque communication de la Mer Pacifique avec la baie d'Hudſon ou avec celle de Baffin, a été arrêté ainſi que ſon ſucceſſeur, vers le 71° de la latitude. Delà il ſuit que n'ayant point trouvé la communication cherchée, ni aucune autre avec l'Océan Atlantique ou la mer du Nord, malgré les recherches les plus exactes juſqu'à cette latitude, on ne peut raiſonnablement eſpérer de pouvoir paſſer d'une mer dans l'autre, puiſqu'il faudroit pour cela s'élever par une latitude plus grande que celle où ces intrépides Navigateurs ont été arrêtés par les glaces.

L'embouchure de la riviere de Cuivre, trouvée par M. Héarne, à 72° de latitude, prouve qu'il faudroit s'élever au moins par cette latitude. Or, quand on ſuppoſeroit que depuis le Cap Glacé juſqu'à la côte la plus prochaine de la baie de Baffin, la côte de l'Amérique s'étendroit ſans de grands détours, & qu'il ſe préſenteroit une année dont l'hiver auroit été aſſez doux, & dont l'été ſeroit aſſez chaud pour que les glaces permiſſent de doubler le Cap Glacé, dont la latitude n'eſt que de 70 degrés & demi, comment pouvoir ſe flatter que dans une eſpace de quatre ou cinq cens lieues qu'on auroit à parcourir en tout ou en partie, par la latitude d'au moins 72°, les glaces ne formeroient pas tôt ou tard des barrieres impénétrables ? Qu'on faſſe d'ailleurs attention que, comme ce ne ſeroit qu'après des dégels très-long-tems continués, que l'on pourroit avoir quelqu'eſpoir de ne pas trouver des obſtacles invincibles de la part des glaces, ce ne ſeroit que dans le mois d'Août, & peut-être fort avant dans ce mois, que l'on pourroit tenter la longue traverſée dont il s'agit, & qu'il ne reſteroit jamais aſſez de tems pour l'effectuer avant la ceſſation du dégel & la repriſe de la gelée.

## *Formules trigonométriques.*

Soit $\zeta$ un arc de cercle dont le rayon $= 1$, & repréſentons par $\varphi$ l'arc de 180°; on aura d'abord, ſin. $0\varphi = 0$, cof. $0\varphi = 1$; ſin. $\frac{1}{2}\varphi = 1$, cof. $\frac{1}{2}\varphi = 0$; ſin. $\varphi = 0$, cof. $\varphi = -1$; ſin. $\frac{3}{2}\varphi = -1$, cof. $\frac{3}{2}\varphi = 0$; ſin. $2\varphi = 0$, & cof. $2\varphi = 1$. Enſuite on aura ſin. $(-\zeta) = -$ ſin. $\zeta$, cof. $(-\zeta) =$ cof. $\zeta$; ſin. $\zeta =$ cof. $(\frac{1}{2}\varphi - \zeta)$, & cof. $\zeta =$ ſin. $(\frac{1}{2}\varphi - \zeta)$; ſin. $\zeta^2 +$ cof. $\zeta^2 = 1$; enfin tang. $\zeta = \frac{\text{ſin. } \zeta}{\text{cof. } \zeta}$, cot. $\zeta = \frac{\text{cof. } \zeta}{\text{ſin. } \zeta} = \frac{1}{\text{tang. } \zeta}$.

Soient deux arcs $x$ & $y$, on a

$$\begin{aligned}
&\text{ſin.}(x+y) = \text{ſin. } x \text{ cof. } y + \text{cof. } x \text{ ſin. } y \quad (A)\\
&\text{cof.}(x+y) = \text{cof. } x \text{ cof. } y - \text{ſin. } x \text{ ſin. } y \quad (B)\\
&\text{ſin.}(x-y) = \text{ſin. } x \text{ cof. } y - \text{cof. } x \text{ ſin. } y \quad (C)\\
&\text{cof.}(x-y) = \text{cof. } x \text{ cof. } y + \text{ſin. } x \text{ ſin. } y \quad (D)
\end{aligned}$$

A la place de $x$, ſubſtituons les arcs $\frac{1}{2}\varphi$, $\varphi$, $\frac{3}{2}\varphi$, $2\varphi$, on aura

| | |
|---|---|
| ſin. $(\frac{1}{2}\varphi + y) = +$ cof. $y$ | ſin. $(\frac{1}{2}\varphi - y) = +$ cof. $y$ |
| cof. $(\frac{1}{2}\varphi + y) = -$ ſin. $y$ | cof. $(\frac{1}{2}\varphi - y) = +$ ſin. $y$ |
| ſin. $(\varphi + y) = -$ ſin. $y$ | ſin. $(\varphi - y) = +$ ſin. $y$ |
| cof. $(\varphi + y) = -$ cof. $y$ | cof. $(\varphi - y) = -$ cof. $y$ |
| ſin. $(\frac{3}{2}\varphi + y) = -$ cof. $y$ | ſin. $(\frac{3}{2}\varphi - y) = -$ cof. $y$ |
| cof. $(\frac{3}{2}\varphi + y) = +$ ſin. $y$ | cof. $(\frac{3}{2}\varphi - y) = -$ ſin. $y$ |
| ſin. $(2\varphi + y) = +$ ſin. $y$ | ſin. $(2\varphi - y) = -$ ſin. $y$ |
| cof. $(2\varphi + y) = +$ cof. $y$ | cof. $(2\varphi - y) = +$ cof. $y$. |

Si l'on fait $y = x$, dans les équations A & B, on aura

$$\text{ſin. } 2x = 2 \text{ ſin. } x \text{ cof. } x$$
$$\text{cof. } 2x = \text{cof. } x^2 - \text{ſin. } x^2.$$

Ajoutant l'équation A & l'équation C, & retranchant la ſeconde de la premiere; puis ajoutant l'équation B avec l'équation D, & retranchant la premiere de la ſeconde, on aura

$$\begin{aligned}
2 \text{ ſin. } x \text{ cof. } y &= \text{ſin. } (x+y) + \text{ſin. } (x-y)\\
2 \text{ cof. } x \text{ ſin. } y &= \text{ſin. } (x+y) - \text{ſin. } (x-y)\\
2 \text{ cof. } x \text{ cof. } y &= \text{cof. } (x+y) + \text{cof. } (x-y)\\
2 \text{ ſin. } x \text{ ſin. } y &= \text{cof. } (x-y) - \text{cof. } (x+y)
\end{aligned}$$

Si l'on fait $y = x$, les deux premieres de ces équations, la troiſieme & la quatrieme donneront reſpectivement,

$$2 \text{ ſin. } x \text{ cof. } x = \text{ſin. } 2x,$$
$$2 \text{ cof. } x^2 = 1 + \text{cof. } 2x,$$
$$2 \text{ ſin. } x^2 = 1 - \text{cof. } 2x.$$

Soit $x + y = a$, & $x - y = b$, on aura $x = \frac{1}{2}(a+b)$, & $y = \frac{1}{2}(a-b)$. Subſtituant dans les quatre dernieres équations, on aura les quatre ſuivantes :

$$\text{ſin. } a + \text{ſin. } b = 2 \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}(a+b) \text{ cof. } \tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\text{ſin. } a - \text{ſin. } b = 2 \text{ cof. } \tfrac{1}{2}(a+b) \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\text{cof. } a + \text{cof. } b = 2 \text{ cof. } \tfrac{1}{2}(a+b) \text{ cof. } \tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\text{cof. } b - \text{cof. } a = 2 \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}(a+b) \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}(a-b)$$

Ces équations donnent

$$\frac{\text{ſin. } a + \text{ſin. } b}{\text{ſin. } a - \text{ſin. } b} = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}(a+b)}{\text{tang. } \frac{1}{2}(a-b)}$$
$$\frac{\text{cof. } a + \text{cof. } b}{\text{cof. } b - \text{cof. } a} = \frac{\text{cot. } \frac{1}{2}(a+b)}{\text{tang. } \frac{1}{2}(a-b)}$$
$$\frac{\text{ſin. } a + \text{ſin. } b}{\text{cof. } a + \text{cof. } b} = \text{tang. } \tfrac{1}{2}(a+b)$$
$$\frac{\text{ſin. } a - \text{ſin. } b}{\text{cof. } a + \text{cof. } b} = \text{tang. } \tfrac{1}{2}(a-b).$$

On a $2 \text{ ſin. } x^2 = 2 \text{ ſin. } x . \text{ ſin. } x = 2 \text{ ſin. } x \text{ cof. } x \text{ tang. } x = \text{ſin. } 2x . \text{ tang. } x$, à cauſe que $\text{ſin. } 2x = 2 \text{ ſin. } x . \text{ cof. } x$.

On aura donc,

$$\text{ſin. } 2x \text{ tang. } x = 1 - \text{cof. } 2x;$$

& partant,

$$\text{tang. } x = \frac{1 - \text{cof. } 2x}{\text{ſin. } 2x};$$

$$\text{cot. } x = \frac{\text{ſin. } 2x}{1 - \text{cof. } 2x}.$$

Si, ayant diviſé l'équation A par l'équation B, on diviſe les termes du numérateur & du dénominateur du ſecond membre par $\text{cof. } x \text{ cof. } y$, & qu'on traite de même les équations C & D, on aura

$$\text{tang. } (x+y) = \frac{\text{tang. } x + \text{tang. } y}{1 - \text{tang. } x \text{ tang. } y},$$

$$\text{tang. } (x-y) = \frac{\text{tang. } x - \text{tang. } y}{1 + \text{tang. } x \text{ tang. } y}.$$

Si l'on fait $y = x$, on aura

$$\text{tang. } 2x = \frac{2 \text{ tang. } x}{1 - \text{tang. } x^2}.$$

Dans un triangle ſphérique ABC (*fig. 76*) rectangle en A, on a

$$\text{ſin. B} = \frac{\text{cof. C}}{\text{cof. AB}} = \frac{\text{ſin. AC}}{\text{ſin. BC}}.$$

$$\text{tang. B} = \frac{\text{cot. C}}{\text{cof. BC}} = \frac{\text{tang. AC}}{\text{ſin. AB}}.$$

Cof. B = cot. BC. tang. AB = ſin. C. cof. AC.
Cot. B = tang. C. cof. BC = cot. AC. ſin. AB.
Sin AB = cot. B. tang. AC = ſin. C. ſin. BC.
tang. AB = cof. B. tang. BC = tang. C. ſin. AC.

$$\text{cof. AB} = \frac{\text{cof. BC}}{\text{cof. AC}} = \frac{\text{cof. C}}{\text{ſin. B}},$$

$$\text{cot. AB} = \frac{\text{cot. BC}}{\text{cof. B}} = \frac{\text{cot. C}}{\text{ſin. AC}},$$

$$\text{ſin. BC} = \frac{\text{ſin. AB}}{\text{ſin. C}} = \frac{\text{ſin. AC}}{\text{ſin. B}},$$

$$\text{tang. BC} = \frac{\text{tang. AC}}{\text{cof. C}} = \frac{\text{tang. AB}}{\text{cof. B}},$$

cof. BC = cof. AC. cof. AB = cot. C. cot. B.
cot. BC = cof. C. cot. AC = cof. B. cot. AB.

Soit un triangle ſphérique quelconque ABC [*fig. 77*], on aura

ſin. AC. ſin. A = ſin. BC. ſin. B.
ſin. AC. ſin. C = ſin. AB. ſin. B.
ſin. A. ſin. AB = ſin. BC. ſin. C.

Si du ſommet de l'angle C [*fig. 77*], on abaiſſe un arc de grand CD ſur le côté oppoſé AB, cet arc tombera en dedans ou en dehors du triangle, ſuivant que les angles A & B ſeront de même ou de différente eſpece. Cet arc tombera encore en dedans du triangle, ſi les côtés AC & CB étant les côtés les plus petits du triangle, ſont de même eſpéce.

Et l'on aura

cof. AD. cof. BC = cof. BD. cof. AC.
ſin. AD. tang. A = ſin. BD. tang. B.
ou ſin. AD. cot. B = ſin. BD. cot. A.
ſin. ACD. cof. B = ſin. BCD. cof. A.
cof. ACD. cot. BC = cof. BCD. cot. AC.
ou cof. ACD. tang. AC = cof. BCD. tang. BC.

On trouve par-tout la démonſtration de ces formules, à l'exception des deux dernieres qui ne ſervent guere que pour en démontrer d'autres. Pour les démontrer on n'a qu'à faire attention que les triangles rectangles ADC, BDC donnent pour la premiere, les deux proportions, 1 : cof. DC :: ſin. DCA : cof. A, 1 : cof. DC :: ſin. BCD : cof. B; & pour la ſeconde, les proportions, 1 : cot. DC :: cof. ACD : cot. AC, 1 : cot. DC :: cof. BCD : cot. BC.

Dans le même triangle ABC, on a

$$\text{cof. A} = \frac{\text{cof. BC} - \text{cof. AB cof. AC}}{\text{ſin. AB ſin. AC}}.$$

Car on a cof. BD = cof. [AB − AD] = cof. AB cof. AD + ſin. AB ſin. AD; & par conſéquent $\frac{\text{cof. BD}}{\text{cof. AD}}$ = cof. AB + ſin. AB tang. AD.

Mais tang. AD = tang. AC cof. A, & $\frac{\text{cof. BC}}{\text{cof. AC}} = \frac{\text{cof. FD}}{\text{cof. AD}}$; donc $\frac{\text{cof. BC}}{\text{cof. AC}}$ = cof. AB + ſin. AB tang. AC cof. A; donc cof. BC = cof. AB cof. AC + ſin. AB ſin. AC cof. A; donc enfin

$$\text{cof. A} = \frac{\text{cof. BC} - \text{cof. AB cof. AC}}{\text{ſin. AB ſin. AC}}.$$

On a auſſi

cof. A = cof. BC ſin. B ſin. C − cof. B. cof. C.

Car on a ſin. ACD = ſin. [C − BCD] = ſin. C cof. BCD − cof. C ſin. BCD, & par conſéquent $\frac{\text{ſin. ACD}}{\text{ſin. BCD}} = \frac{\text{cof. A}}{\text{cof. B}}$ = ſin. C cot. BCD − cof. C.

Mais cot. BCD = $\frac{\text{cof. BC}}{\text{cot. B}}$; donc $\frac{\text{cof. A}}{\text{cof. B}} = \frac{\text{ſin. C cof. BC}}{\text{cot. B}}$ − cof. C; donc

cof. A = cof. BC ſin. B ſin. C − cof. B cof. C.

On a auſſi

$$\text{tang. A} = \frac{\text{ſin. B}}{\text{ſin. AB cot. BC} - \text{cof. AB cof. B}}.$$

Car ſin. AD = ſin. [AB − BD] = ſin. AB cof. BD − cof. AB ſin. BD, & par conſéquent $\frac{\text{ſin. AD}}{\text{ſin. BD}}$ = ſin. AB cot. BD − cof. AB.

Mais cot. $BD = \frac{\text{cot. } BC}{\text{cof. } B}$ & $\frac{\text{ſin. } AD}{\text{ſin. } BD} = \frac{\text{cot. } A}{\text{cot. } B}$. Donc $\frac{\text{cot. } A}{\text{cot. } B} = \frac{\text{ſin. } AB \text{ cot. } BC}{\text{cof. } B} - \text{cof. } AB$; donc cot. $A = \frac{\text{ſin. } AB \text{ cot. } BC - \text{cof. } AB \text{ cof. } B}{\text{ſin. } B}$; donc enfin

$$\text{tang. } A = \frac{\text{ſin. } B}{\text{cot. } BC \text{ ſin. } AB - \text{cof. } AB \text{ cof. } B}.$$

On a auſſi

$$\text{tang. } BC = \frac{\text{ſin. } AB}{\text{cot. } A \text{ ſin. } B + \text{cof. } AB \text{ cof. } B}.$$

Car on vient de voir qu'on a $\frac{\text{ſin. } AB}{\text{tang. } BC} =$ cot. A ſin. B + cof. AB cof. B; donc &c.

Il eſt facile de transformer la premiere de ces dernieres formules en une autre ſuſceptible d'être calculée par logarithmes.

Car on a 2 ſin. $\frac{1}{2} A^2 = 1 - \text{cof. } A =$

$$1 - \frac{\text{cof. } BC - \text{cof. } AB \text{ cof. } AC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC} =$$

$$\frac{\text{cof. } AB \text{ cof. } AC + \text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC - \text{cof. } BC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}$$

$$= \frac{\text{cof. } [AB - AC] - \text{cof. } BC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}; \text{ mais cof. } [AB - AC] -$$

cof. $BC = 2$ ſin. $\frac{1}{2} [AB + BC - AC]$ ſin. $\frac{1}{2} [AC + BC - AB]$ $= 2$ ſin. $[\frac{1}{2} [AB + BC + AC] - AC]$ ſin. $[\frac{1}{2} [AB + BC + AC] - AB]$.

Donc on aura

$$\text{ſin. } \tfrac{1}{2} A^2 =$$

$$\frac{\text{ſin. } [\frac{1}{2} [AB + BC + AC] - AC] \text{ ſin. } [\frac{1}{2} [AB + BC + AC] - AB]}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}.$$

On a auſſi 2 cof. $\frac{1}{2} A^2 = 1 + \text{cof. } A =$

$$1 + \frac{\text{cof. } BC - \text{cof. } AB \text{ cof. } AC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC} =$$

$$\frac{\text{cof. } BC + \text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC - \text{cof. } AB \text{ cof. } AC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}$$

$$= \frac{\text{cof. } BC - \text{cof. } [AB + AC]}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}.$$ Donc on aura

$$\text{cof. } \tfrac{1}{2} A^2 = \frac{\text{ſin. } \frac{1}{2} [AB + AC + BC] \text{ ſin. } \frac{1}{2} [AB + AC - BC]}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}.$$

La ſeconde formule donne $\text{cof. } BC = \frac{\text{cof. } A + \text{cof. } B \text{ cof. } C}{\text{ſin. } B \text{ ſin. } C}$,

on aura donc $2 \text{ cof. } \frac{1}{2} BC^2 = 1 + \text{cof. } BC =$

$$\frac{\text{cof. } A + \text{cof. } B \text{ cof. } C + \text{ſin. } B \text{ ſin. } C}{\text{ſin. } B \text{ ſin. } C} = \frac{\text{cof. } A + \text{cof. } [B - C]}{\text{ſin. } B \text{ ſin. } C},$$

mais $\text{cof. } A + \text{cof. } [B - C] = 2 \text{ cof. } \frac{1}{2} [A + B - C] \text{ cof. } \frac{1}{2} [A + C - B] = 2 \text{ cof. } [\frac{1}{2} [A + B + C] - C] \text{ cof. } \frac{1}{2} [A + B + C] - B]$, donc on aura

$$\text{cof. } \tfrac{1}{2} BC^2 =$$

$$\frac{\text{cof. } [\frac{1}{2} [A + B + C] - C] \text{ cof. } [\frac{1}{2} [A + B + C] - B]}{\text{ſin. } B \text{ ſin. } C}.$$

Nous terminerons ces formules par les analogies de Neper, dont le Citoyen le Gendre démontre les deux premieres de la maniere ſuivante : on a

$$\text{cof. } A = \frac{\text{cof. } BC - \text{cof. } AB \text{ cof. } AC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } AC}$$

$$\text{cof. } B = \frac{\text{cof. } AC - \text{cof. } AB \text{ cof. } BC}{\text{ſin. } AB \text{ ſin. } BC}$$

$$\text{cof. } C = \frac{\text{cof. } AB - \text{cof. } AC \text{ cof. } BC}{\text{ſin. } AC \text{ ſin. } BC}$$

Prenant la valeur de cof. AB dans la premiere & la troiſieme de ces formules, on aura

cof. A ſin. AB = cof. BC ſin. AC — cof. C ſin. BC cof. AC.

Comparant de même les deux valeurs de cof. AB, tirées de la ſeconde & de la troiſieme, on aura

cof. B ſin. AB = ſin. BC cof. AC — cof. C cof. BC ſin. AC.

On aura donc

ſin. AB [ cof. A + cof. B ] = [ 1 — cof. C ] ſin. [ BC + AC ].

Mais on a, ſin. AB : ſin. C :: ſin. BC : ſin. A :: ſin. AC : ſin. B, & par conſéquent

ſin. AB [ ſin. A + ſin. B ] = ſin. C [ ſin. [ BC + ſin. AC ]

ſin. AB [ ſin. A — ſin. B ] = ſin. C [ ſin. BC — ſin. AC ].

Donc on aura

$$\frac{\text{ſin. } A + \text{ſin. } B}{\text{cof. } A + \text{cof. } B} = \frac{\text{ſin. } C}{1 - \text{cof. } C} \cdot \frac{\text{ſin. } BC + \text{ſin. } AC}{\text{ſin. } [BC + AC]},$$

$$\frac{\text{ſin. } A - \text{ſin. } B}{\text{cof. } A + \text{cof. } B} = \frac{\text{ſin. } C}{1 - \text{cof. } C} \cdot \frac{\text{ſin. } BC - \text{ſin. } AC}{\text{ſin. } [BC + AC]}.$$

Donc, à cauſe que l'on a

$$\text{ſin } BC + \text{ſin. } AC = 2 \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}[BC+AC] \text{ cof. } \tfrac{1}{2}[BC-AC]$$
$$\text{ſin. } BC - \text{ſin. } AC = 2 \text{ cof. } \tfrac{1}{2}[BC+AC] \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}[BC-AC]$$
$$\text{ſin. } [BC+AC] = 2 \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}[BC+AC] \text{ cof. } \tfrac{1}{2}[BC+AC]$$

on aura

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}[A+B] = \text{cot. } \tfrac{1}{2} C. \frac{\text{cof. } \frac{1}{2}[BC-AC]}{\text{cof. } \frac{1}{2}[BC+AC]},$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}[A-B] = \text{cot. } \tfrac{1}{2} C. \frac{\text{ſin. } \frac{1}{2}[BC-AC]}{\text{ſin. } \frac{1}{2}[BC+AC]}.$$

En mettant $180° - A$, $180° - B$, $180° - BC$, $180° - AC$, $180° - AB$ à la place de BC, de AC, de A, de B, de C, reſpectivement, nous trouvons

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}[A+B] = -\text{ tang. } \tfrac{1}{2}[BC+AC],$$
$$\text{cot. } \tfrac{1}{2} C = \text{tang. } \tfrac{1}{2} AB$$
$$\text{cof. } \tfrac{1}{2}[BC-AC] = \text{cof. } \tfrac{1}{2}[B-A] = \text{cof. } \tfrac{1}{2}[A-B]$$
$$\text{cof. } \tfrac{1}{2}[BC+AC] = -\text{ cof. } \tfrac{1}{2}[A+B],$$
$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}[A-B] = -\text{ tang. } \tfrac{1}{2}[BC-AC],$$
$$\text{ſin. } \tfrac{1}{2}[BC-AC] = \text{ſin. } \tfrac{1}{2}[B-A] = -\text{ſin. } \tfrac{1}{2}[A-B],$$
$$\text{ſin. } \tfrac{1}{2}[BC+AC] = \text{ſin. } \tfrac{1}{2}[A+B].$$

On aura donc

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}[BC+AC] = \text{tang. } \tfrac{1}{2} AB. \frac{\text{cof. } \frac{1}{2}[A-B]}{\text{cof. } \frac{1}{2}[A+B]}.$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}[BC-AC] = \text{tang. } \tfrac{1}{2} AB. \frac{\text{ſin. } \frac{1}{2}[A-B]}{\text{ſin } \frac{1}{2}[A+B]}.$$

On a vu que dans l'uſage des tables aſtronomiques, on eſt preſque toujours obligé de chercher des parties proportionnelles, que l'on trouve par des regles de Trois, ce qui ſuppoſe que les nombres croiſſent uniformément. Cependant il y a ſouvent des cas où cette ſuppoſition n'eſt pas permiſe Alors il faut avoir recours à la méthode des interpolations, laquelle conſiſte à trouver des termes intermédiaires dans une ſuite de grandeurs qui ſuivent une loi quelconque, diſpoſées à des intervalles égaux ou inégaux. Comme il y a des cas où les Navigateurs peuvent être obligés de faire cette recherche, nous croyons devoir leur en fournir les moyens.

La recherche dont il s'agit revient à celle du terme général de la ſuite, ou qui répond à une diſtance quelconque du premier ou de tout autre point fixe.

Soient les quantités $a$, $a1$, $a2$, $a3$, $a4$, $a5$, &c., diſpoſées à intervalles égaux, dont chacun ſoit déſigné par $h$, il s'agit de trouver le terme général de cette ſuite, c'eſt-à-dire, dont la diſtance au premier $a$, ſoit $x$.

Repréſentons ce terme général par $y$; il eſt évident que ce

terme, qui ne peut être exprimé que par une ſuite, doit être tel que la ſuite qui l'exprime, ſe rompe lorſque $x$ eſt égal à $h$, ou à un multiple de $h$, & devienne le terme correſpondant de la ſuite propoſée. Ainſi ſi $x = 0$, $y$ doit être $= a$; ſi $x = h$, $y$ doit être $= a1$; ſi $x = 2h$, $y$ doit être $= a2$, &c. De-là il eſt facile de voir que $y$ doit être exprimé par une ſuite de la forme,

$$A + A1x + A2x[x-h] + A3x[x-h][x-2h] + A4x[x-h](x-2h)(x-3h) + A5x(x-h)(x-2h)(x-3h)(x-4h) + \&c.$$

Pour déterminer ſucceſſivement les coefficient $A1$, $A2$, $A3$, $A4$, &c., on n'a qu'à faire ſucceſſivement $x = 0$, $x = h$, $x = 2h$, $x = 3h$, &c. & égaler ce que devient alors $y$, ſucceſſivement à $a$, $a1$, $a2$, $a3$, &c. Ainſi faiſant $x = 0$, on aura $y = A = a$. Faiſant $x = h$, on aura $y = A + A1h = a1$; ayant donc $A = a$, on aura $A1 = \frac{a1 - a}{h}$.

Faiſant $x = 2h$, on aura $y = A + 2A1h + 2A2hh = a2$; mettant à la place de A & de A 1 leurs valeurs, on aura

$$A2 = \frac{a2 - 2a1 + a}{h.\,2h}.$$

Faiſant $x = 3h$, on aura $y = A + 3A1h^2 + 6A2hh + 6A3h^3 = a3$. Subſtituant les valeurs de A, A 1, A 2, on aura

$$A3 = \frac{a3 - 3a2 + 3a1 - a}{h.\,2h.\,3h}.$$

Faiſant $x = 4h$, on aura $y = A + 4A1h + 12A2hh + 24A3h^3 + 24A4h^4 = a4$, d'où l'on tirera

$$A4 = \frac{a4 - 4a3 + 6a2 - 4a1 + a}{h.\,2h.\,3h.\,4h}.$$

En faiſant $x = 5h$, on trouvera de même

$$A5 = \frac{a5 - 5a4 + 10a3 - 10a2 + 5a1 - a}{h.\,2h.\,3h.\,4h.\,5h}.$$

Et ainſi des autres; on aura donc

$$y = a + \frac{a1 - a}{h}x + \frac{a2 - 2a1 + a}{h.\,2h}x(x-h) + \frac{a3 - 3a2 + 3a1 - a}{h.\,2h.\,3h}x(x-h)(x-2h)$$

$$+\frac{a4-4a3+6a2-4a1+a}{h.\,2h.\,3h.\,4h}x(x-h)(x-2h)(x-3h)$$

$$+\frac{a5-5a4+10a3-10a2+5a1-a}{h.\,2h.\,3h.\,4h.\,5h}$$

$$x(x-h)(x-2h)(x-3h)(x-4h)$$

+ &c.

Mais $a1-a$ eſt la premiere des premieres différences des quantités $a$, $a1$, $a2$, $a3$, $a4$, &c., $a2-2a1+a$ eſt la premiere des ſecondes différences; $a3-3a2+3a1-a$ eſt la premiere des troiſiemes différences, &c. (c). Si donc on fait, pour abréger, $a1-a=\Phi'$, $a2-2a1+a=\Phi''$, $a3-3a2+3a1-a=\Phi'''$, &c. on aura

$$y=a+\frac{x}{h}\Phi'+\frac{x(x-h)}{h.\,2h}\Phi''+\frac{x(x-h)(x-2h)}{h.\,2h.\,3h}\Phi'''+$$

$$\frac{x(x-h)(x-2h)(x-3h)}{h.\,2h.\,3h.\,4h}\Phi^{IV}+$$

$$\frac{x(x-h)(x-2h)(x-3h)(x-4h)}{h.\,2h.\,3h.\,4h.\,5h}\Phi^{V}$$

+ &c.

Si $h$ étoit $=1$, on auroit

$$y=a+\frac{x}{1}\Phi'+\frac{x(x-1)}{1.\,2}\Phi''+\frac{x(x-1)(x-2)}{1.\,2.\,3}\Phi'''+$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.\,2.\,3.\,4.}\Phi^{IV}+\text{ &c.}$$

Suppoſons que les quantités $a$, $a1$, $a2$, $a3$, &c. ſoient à des intervalles inégaux l'une de l'autre, & ſoient leurs diſtances à un point fixe quelconque, $b$, $b1$, $b2$, $b3$, &c., il s'agit de trouver le terme $y$ qui répond à une diſtance quelconque $x$ de ce point fixe.

---

(c) Les premieres différences ſont, $a1-a$, $a2-a1$, $a3-a2$, $a4-a3$, $a5-a4$, &c.
Les ſecondes différences ſont, $a2-2a1+a$, $a3-2a2+a1$, $a4-2a3+a2$, $a5-2a4+a3$, &c.
Les troiſiemes différences ſont, $a3-3a2+3a1-a$, $a4-3a3+3a2-a1$, $a5-3a4+3a3-a2$, &c.
Les quatriemes, $a4-4a3+6a2-4a1+a$, $a5-4a4+6a3-4a2+a1$, &c.
Les cinquiemes, $a5-5a4+10a3-10a2+5a1-a$, &c.
Et ainſi des autres.

La forme de $y$ sera

$$A+A1(x-b)+A2(x-b)(x-b1)+A3(x-b)(x-b1)(x-b2)+A4(x-b)(x-b1)(x-b2)(x-b3)+\&c.$$

Si $x=b$, on doit avoir $y=a$, si $x=b1$, $y$ doit être $=a1$, si $x=b2$, $y$ doit être $=a2$, &c.

Soit $x=b$; on aura donc $y=A=a$.

Soit $x=b1$, on aura $y=A+A1(b1-b)=a1$, d'où l'on aura

$$A1=\frac{a1-A}{b1-b}.$$

Soit $x=b2$, on aura $y=A+A1[b2-b]+A2[b2-b][b2-b1]=a2$, d'où l'on tire

$$A2=\frac{a2-A-A1[b2-b]}{[b2-b][b2-b1]}.$$

Soit $x=b3$, on aura $y=A+A1[b3-b]+A2[b3-b](b3-b1)+A3(b3-b)(b3-b1)(b3-b2)=a3$, ce qui donne

$$A3=\frac{a3-A-A1(b3-b)-A2(b3-b)(b3-b1)}{[b3-b][b3-b1](b3-b2)}.$$

On trouvera de même les autres coefficiens $A4$, $A5$, &c. & on aura l'expreſſion de $y$.

Si l'on ſuppoſoit $0$, $h$, $2h$, $3h$, &c. à la place de $b$, $b1$, $b2$, $b3$, &c, on auroit préciſément l'expreſſion trouvée ci-deſſus.

Un des cas où l'on eſt obligé d'employer l'interpolation, c'eſt quand on veut trouver la longitude de la Lune, au moyen de la Connoiſſance des temps, qui la donne de 12 en 12 heures; car on ne peut la trouver par les parties proportionnelles, à cauſe que le mouvement de la Lune ne peut être conſidéré comme uniforme pendant l'eſpace de 12 heures. On prend quatre longitudes de la Lune, dont deux répondent au midi & au minuit qui précédent immédiatement l'inſtant pour lequel on veut avoir la longitude de ce ſatellite, & les deux autres répondent au midi & au minuit ſuivans, puis on prend les différences premieres, ſecondes & troiſiemes.

Suppoſons qu'on demande la longitude de la Lune pour le 13 Septembre 1770, à 16 heures. Je prends les longitudes de

la Lune pour le 13, à midi & à minuit, & pour le 14, auſſi à midi & à minuit, & l'on aura avec les différences;

| | | | | Différences 1eres. | | | Diff. 2es. | | Diff. 3es. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3ˢ | 1° | 45′ | 51″ | | | | | | |
| | | | | 7° | 6′ | 18″ | | | |
| 3 | 8 | 52 | 9 | | | | 3′ | 5″ | |
| | | | | 7 | 9 | 23 | | | 36″ |
| 3 | 16 | 1 | 32 | | | | 3 | 41 | |
| | | | | 7 | 13 | 4 | | | |
| 3 | 23 | 14 | 38 | | | | | | |

On a $a = 3^s\ 1^\circ\ 45'\ 51''$, $\Phi' = 7^\circ\ 6'\ 18''$, $\Phi'' = 3'\ 5''$, $\Phi''' = 36''$.

Ici les intervalles ſont égaux & peuvent être repréſentés par l'unité, en ſorte que $x = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. On aura donc la longitude cherchée de la Lune, $= 3^s\ 1^\circ\ 45'\ 51'' + \frac{4}{3}.7^\circ\ 6'\ 18'' + \frac{\frac{4}{3}.\frac{1}{3}}{1.2}.3'\ 5'' + \frac{\frac{4}{3}.\frac{1}{3}.-\frac{2}{3}}{1.2.3}36''$.

Or on trouve $\frac{4}{3}\ 7^\circ\ 6'\ 18'' = 9^\circ\ 28'\ 24''$; $\frac{\frac{4}{3}.\frac{1}{3}}{1.2}3'\ 5'' = 41'',11$; & le dernier terme $= -1'',77$.

Ainſi la longitude de la Lune, pour le 13 Septembre 1770, à 16 heures, eſt de $3^s\ 11^\circ\ 14'\ 54'',34$.

---

*Nous terminerons par quelques Queſtions qui peuvent intéreſſer les Navigateurs, que nous avons extraites du* Guide du Navigateur, *par le Citoyen L'Evêque.*

*Queſtion Ire.* En naviguant le long d'une côte, on a relevé un Cap dans le Nord-Eſt quart Nord; après avoir fait 15 milles à l'Eſt quart Nord-Eſt, ce cap reſtoit dans l'ONO; on demande la diſtance de ce Cap à chacune des deux ſtations.

On trouve qu'il eſt éloigné de 8,496 milles de la premiere, & de 10,81 milles de la ſeconde.

*Queſtion IIe.* Un Vaiſſeau partant d'un port ſitué par 29° 16′ de latitude boréale, rencontre, après avoir fait 62 lieues au Sud-Eſt quart Sud, un autre vaiſſeau qui avoit parcouru 124 lieues depuis ſon depart d'un autre port qui répond à l'Oueſt quart Nord-Oueſt de celui dont le premier vaiſſeau étoit parti; on demande quelle eſt la route du ſecond vaiſſeau, & la diſtance des deux ports.

On trouve que la route de ce ſecond vaiſſeau eſt le Sud-Eſt quart Eſt un degré quarante-huit minutes Eſt, & que la diſtance des deux ports eſt de 72,08 lieues.

*Queſtion IIIe.* Deux vaiſſeaux ſortent d'un même port; le premier fait 50 milles dans le SSE, & le ſecond 40 milles au Sud-Oueſt quart Sud; on demande leur giſement & leur diſtance; & de combien le premier eſt au Sud & à l'Eſt du ſecond.

On trouve que le premier vaiſſeau eſt à l'ESE 5° 8′ E du ſecond, à la diſtance de 43,33 milles; il eſt par conſéquent au Sud de 12,93 milles, & à l'Eſt de 41,36 milles.

*Queſtion IVe.* Un navire Américain rencontre un vaiſſeau de guerre de ſa nation qui a fait 39 lieues au Sud-Eſt quart Eſt depuis la latitude de 45° 30′ Nord; il lui apprend qu'il a été attaqué par un Corſaire anglais, dans la même latitude, que depuis il a fait 67 lieues ſur une route directe entre le Sud & l'Oueſt,

& que ce corſaire croiſoit toujours aux environs du lieu où il a été attaqué ; on demande la route que doit tenir le vaiſſeau de guerre pour rencontrer le corſaire anglais.

On trouve qu'il doit gouverner à l'ENE 3° 38' E.

*Queſtion V^e.* Un Américain étant en panne avec les vents au NNE, apperçoit un ſloop Anglais, les amures à tribord, qui doubloit alors une pointe reſtante de 18 milles dans l'Oueſt quart Nord-Oueſt : le ſloop cingloit à 6 airs de vent pour atteindre le mouillage ; l'Américain lui donne la chaſſe en filant 8 nœuds par heure, & au bout de 4 heures il l'atteint ; on demande combien le ſloop faiſoit de chemin par heure, & la route des deux vaiſſeaux.

On trouve que le ſloop cingloit au NO, faiſant 3,86 milles par heure, & que l'Américain cingloit au N 63° 12' O.

*Queſtion VI^e.* Une eſcadre gouverne au Sud-Oueſt quart Sud, faiſant 4 milles par heure ; le Commandant appercevant un bâtiment dans le SE, détache une frégate pour lui donner la chaſſe ; après 5 heures de marche, avec une viteſſe de 7 milles par heure, la frégate atteint le bâtiment chaſſé, qui ſe trouve être un corſaire ennemi, & elle l'amarine. Après avoir paſſé une heure à diſpoſer toutes choſes à bord de la priſe, elle va rejoindre l'eſcadre, qui avoit toujours conſervé la même route & la même viteſſe ; on demande la route que la frégate doit tenir & le chemin qu'elle doit faire, à raiſon de 7 milles par heure, pour joindre l'eſcadre.

On trouve qu'elle doit cingler au S 66° 26' O, & faire 63,58 milles.

*Queſtion VII^e.* Un Américain apperçoit, à 6 heures du ſoir, un bâtiment qu'il ſuupçonne être Anglais, lequel lui reſte à la diſtance d'environ 3 lieues, directement au vent qui ſouffloit alors du NE ; tous les deux tiennent le plus près, les amures à tribord, & gouvernent à 6 airs de vent : l'Américain s'appercevant de la ſupériorité de ſa marche, & s'étant aſſuré que le bâtiment eſt vraiment Anglais, fait 18 milles juſqu'à 9 heures, tems où l'Anglais lui reſtoit à l'Eſt & l'Eſt quart Nord-Eſt, & ſe propoſe de joindre ce vaiſſeau à 2 heures du matin ; on demande le chemin qu'il doit faire alors par heure, & à quelle heure il doit virer de bord, en ſuppoſant que l'Anglais conſerve ſa route & ſa viteſſe.

On trouve que l'Américain doit changer ſes amures à 12 heures 37' 48", & doit faire 7,12 milles par heure.

*Queſtion VIII^e.* On a trouvé par le loch avoir parcouru, en 24^h, 100 milles au NE dans un courant, qui parcourt un mille trois quarts par heure à l'Eſt quart Sud-Eſt ; on demande la route & le chemin directs.

On trouve que la route eſt le N 60° 49' E, & le chemin de 128,2 milles.

*Queſtion IX^e.* Étant parti de 37° 4' de latitude Nord, on a fait, en 10 heures, 48 milles au SSO, & en 14 heures, 72 milles à l'ESE. On a fait ces routes dans un courant dirigé au SSO, avec une viteſſe d'un mille & demi par heure ; on demande la latitude d'arrivée, le chemin fait en longitude, le rumb de vent & le chemin directs.

On trouve que la latitude eſt de 35° 55' N. ; le chemin fait en longitude eſt de 34,3 milles, la route directe le S 18° 3' E, & le chemin de 110,7 milles.

*Queſtion X^e.* A ſix heures du matin, on a doublé un Cap ſitué par 46° 32' de latitude Nord ; ayant pris hauteur à midi, on s'eſt trouvé par 40° 17' de latitude auſſi Nord, le Cap reſtant alors à l'ONO ; l'eſtime fournie par le loch & la bouſſole étoit de 24 milles au Sud-Eſt quart Sud ; on demande la direction du courant & le chemin qu'il fait par heure.

On trouve que le courant eſt dirigé au N 77° 47' E, & fait 3,9 milles par heure.

*Queſtion XI^e.* On étoit hier à midi, par 42° 20' de latitude Nord, & aujourd'hui on ſe trouve, d'après une hauteur, par 41° 10' auſſi Nord. On a fait par l'eſtime, 189 milles au Sud-Oueſt quart Sud ; on s'eſt trouvé pendant tout le tems dans un courant dirigé vers le NO ; on demande la route directe du vaiſſeau, le chemin qu'il a fait, & la viteſſe du courant par heure.

On trouve que la route eſt le S 69° 58' O, le chemin réel, de 204,4 milles, & la viteſſe du courant par heure, de 5,13 milles.

FIN.

# TABLES

*A L'USAGE*

# DE LA NAVIGATION.

# TABLE I.

*De l'aſcenſion droite & de la déclinaiſon des principales Étoiles, pour le 11 Nivôſe an 8.*

Par le Citoyen MICHEL LEFRANÇAIS LALANDE.

| NOMS & GRANDEURS des Étoiles. | ASCENS. DROITE moyenne. D. M. S. | VARIATION annuelle. | DÉCLINAISON moyenne. D. M. S. | VARIATION annuelle. |
|---|---|---|---|---|
| γ de Pégaſe ou Al. 2. | 0. 44. 12 | 46,0 | 14. 4. 23. B | + 20,3 |
| α de Caſſiopée . . 3 | 7. 18. 36 | 49,7 | 55. 26. 18. B | + 19,9 |
| ζ de la Baleine . . 2 | 8. 23. 6 | 45,1 | 19. 5. 7. A | — 20,1 |
| α Polaire . . . 2. 3 | 13. 5. 15 | 193,3 | 88. 14. 26. B | + 19,5 |
| ζ d'Andromede. . 2 | 14. 38. 41 | 49,6 | 34. 33. 30. B | + 19,6 |
| γ d'Andromede. . 2 | 27. 55. 15 | 54,3 | 41. 21. 46. B | + 17,7 |
| ζ du Bélier . . . . 3 | 25. 54. 11 | 49,1 | 19. 49. 35. B | + 18,1 |
| α du Bélier. . . . 3 | 28. 58. 51 | 50,1 | 22. 30. 46. B | + 17,5 |
| α de la Baleine. . 2 | 42. 57. 29 | 46,6 | 3. 18. 5. B | + 15,1 |
| α de Perſée . . . 2 | 47. 31. 42 | 62,8 | 49. 8. 21. B | + 13,8 |
| Aldebaran . . . . 1 | 66. 6. 49 | 51,3 | 16. 5. 50. B | + 8,2 |
| la Chevre . . . . 1 | 75. 29. 2 | 66,1 | 45. 46. 41. B | + 4,7 |
| Rigel. . . . . 1 | 76. 13. 53 | 43,1 | 8. 26. 26. A | — 5,1 |
| ζ du Taureau . . 2 | 78. 24. 51 | 56,6 | 28. 25. 34. B | + 4,2 |
| γ d'Orion . . . . 2 | 78. 36. 5 | 47,9 | 6. 9. 26. B | + 4,1 |
| δ d'Orion . . . . 2 | 80. 26. 51 | 45,7 | 0. 27. 29. A | — 3,3 |
| ζ d'Orion . . . . 2 | 82. 40. 5 | 45,4 | 2. 3. 34. A | — 2,6 |
| α de la Colombe. 2 | 83. 6. 16 | 32,5 | 34. 11. 12. A | — 2,4 |
| α d'Orion . . . . 1 | 86. 5. 10 | 49,0 | 7. 21. 33. B | + 1,5 |
| Sirius . . . . . 1 | 99. 4. 59 | 39,7 | 16. 27. 5. A | + 4,5 |
| γ du gran. Chien. 2 | 103. 40. 36 | 40,8 | 15. 20. 48. A | + 4,7 |
| δ du gran. Chien. 2 | 105. 3. 52 | 36,5 | 26. 5. 0. A | + 5,2 |
| n du gran. Chien. 2 | 109. 2. 45 | 35,6 | 28. 55. 15. A | + 6,5 |
| α Caſtor. . . . 1. 2 | 110. 27. 12 | 57,8 | 32. 18. 54. B | — 6,7 |

Procyon

## *Suite de la* TABLE I.

| NOMS & GRANDEURS des Étoiles. | ASCENS. DROITE moyenne. D. M. S. | VARIATION annuelle. | DÉCLINAISON moyenne. D. M. S. | VARIATION annuelle. |
|---|---|---|---|---|
| Procyon . . . . 1. 2 | 112. 12. 17 | 47,2 | 5. 43. 39. B | — 8,7 |
| α de l'Hydre . . 2 | 139. 26. 15 | 44,0 | 7. 47. 47. A | +15,0 |
| Regulus . . . . . 1 | 149. 25. 30 | 48,3 | 12. 56. 24. B | —16,9 |
| ζ de la gr. Ourſe. 2 | 162. 24. 55 | 55,3 | 57. 27. 5. B | —19,1 |
| α de la gr. Ourſe. 2 | 162. 48. 46 | 57,8 | 62. 49. 40. B | —19,1 |
| δ du Lion . . 2. 3 | 165. 51. 41 | 48,0 | 21. 37. 8. B | —19,4 |
| β du Lion . . . . 2 | 174. 42. 37 | 45,9 | 15. 41. 26. B | —20,0 |
| γ de la gr. Ourſe . 2 | 175. 48. 31 | 48,1 | 54. 48. 25. B | —20,0 |
| ε de la gr. Ourſe. 2 | 191. 17. 45 | 41,0 | 57. 2. 53. B | —19,7 |
| α l'épi de la Vierg. 1 | 198. 40. 2 | 47,0 | 10. 6. 43. A | +18,9 |
| ζ de la gr. Ourſe . 2 | 198. 57. 35 | 37,0 | 55. 58. 26. B | —19,0 |
| η de la gr. Ourſe. 2 | 204. 54. 40 | 36,0 | 50. 19. 1. B | —18,3 |
| Arcturus . . . . . 1 | 211. 38. 3 | 40,8 | 20. 13. 55. B | —18,9 |
| α de la Balance 2. 3 | 219. 57. 30 | 49,5 | 15. 11. 58. A | +15,1 |
| β de la Balance. 2. 3 | 226. 33. 53 | 47,4 | 8. 37. 59. A | +13,8 |
| α de la Couronn. 2. 3 | 231. 33. 19 | 38,1 | 27. 23. 54. B | —12,3 |
| α du Serpent. 2. 3 | 233. 36. 18 | 44,0 | 7. 3. 58. B | —11,5 |
| ζ du Scorpion . . 2 | 238. 27. 18 | 51,9 | 19. 14. 37. A | +10,5 |
| Antares . . . . . 1 | 244. 17. 25 | 54,7 | 25. 58. 23. A | + 8,6 |
| ζ d'Ophiucus. 2. 3 | 246. 32. 19 | 49,4 | 10. 8. 51. A | + 8,0 |
| 22 ζ du Dragon. . 2 | 257. 3. 24 | + 2,2 | 66. 57. 40. B | — 4,5 |
| α d'Ophiucus . . 2 | 261. 24. 45 | 41,5 | 12. 43. 10. B | — 3,0 |
| 20 ε du Sagittaire 2. 3 | 272. 43. 21 | 59,7 | 34. 27. 36. A | — 0,9 |
| α de la Lyre. . . 1 | 277. 32. 28 | 30,4 | 38. 36. 25. B | + 3,1 |
| ζ de la Lyre. . 2. 3 | 280. 40. 24 | 33,0 | 33. 8. 25. B | + 3,7 |
| σ du Sagittaire. 2. 3 | 280. 42. 44 | 55,8 | 26. 31. 43. A | — 3,7 |
| α de l'Aigle . . 1.2 | 295. 15. 15 | 43,8 | 8. 21. 13. B | + 9,2 |
| α du Cygne . . . 2 | 308. 39. 10 | 30,5 | 44. 34. 21. B | +12,6 |
| Fomalhaut. . . . 1 | 341. 38. 24 | 50,2 | 30. 40. 39. A | —18,8 |

# TABLE II.

## *Équation du Temps.*

| Degrés. | Argument. Longitude du Soleil. | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ♈ | ♉ | ♊ | ♋ | ♌ | ♍ | ♎ | ♏ | ♐ | ♑ | ♒ | ♓ |
| | *ajou.* | *souſt.* | *souſt.* | *ajou.* | *ajou.* | *ajou.* | *souſt.* | *souſt.* | *souſt.* | *souſt.* | *ajou.* | *ajout.* |
| | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ | ′ ″ |
| 0 | 7 35 | 1 10 | 3 53 | 1 10 | 5 54 | 2 19 | 7 37 | 15 29 | 13 29 | 1 9 | 11 29 | 14 19 |
| 1 | 7 16 | 1 24 | 3 49 | 1 24 | 5 55 | 2 3 | 7 57 | 15 36 | 13 12 | 0 39 | 11 46 | 14 13 |
| 2 | 6 57 | 1 37 | 3 45 | 1 37 | 5 57 | 1 46 | 8 18 | 15 43 | 12 55 | 0 10 | 12 3 | 14 6 |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | *ajout.* | ... | ... |
| 3 | 6 39 | 1 49 | 3 40 | 1 50 | 5 57 | 1 29 | 8 39 | 15 49 | 12 37 | 0 20 | 12 18 | 13 59 |
| 4 | 6 20 | 2 1 | 3 34 | 2 4 | 5 57 | 1 12 | 8 59 | 15 54 | 12 18 | 0 49 | 12 33 | 13 51 |
| 5 | 6 1 | 2 12 | 3 28 | 2 17 | 5 57 | 0 54 | 9 19 | 15 58 | 11 59 | 1 18 | 12 46 | 13 42 |
| 6 | 5 42 | 2 23 | 3 21 | 2 30 | 5 56 | 0 36 | 9 39 | 16 2 | 11 39 | 1 47 | 12 59 | 13 33 |
| 7 | 5 23 | 2 34 | 3 14 | 2 43 | 5 54 | 0 18 | 9 58 | 16 5 | 11 18 | 2 16 | 13 12 | 13 23 |
| | ... | ... | ... | ... | ... | *souſt.* | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 8 | 5 4 | 2 44 | 3 7 | 2 55 | 5 51 | 0 1 | 10 17 | 16 7 | 10 57 | 2 45 | 13 24 | 13 13 |
| 9 | 4 45 | 2 53 | 2 59 | 3 8 | 5 48 | 0 20 | 10 38 | 16 8 | 10 34 | 3 13 | 13 34 | 13 2 |
| 10 | 4 26 | 3 2 | 2 50 | 3 20 | 5 44 | 0 39 | 10 55 | 16 9 | 10 12 | 3 42 | 13 44 | 12 50 |
| 11 | 4 7 | 3 10 | 2 41 | 3 32 | 5 40 | 0 58 | 11 13 | 16 9 | 9 47 | 4 10 | 13 53 | 12 38 |
| 12 | 3 49 | 3 18 | 2 31 | 3 43 | 5 35 | 1 18 | 11 31 | 16 8 | 9 25 | 4 37 | 14 2 | 12 26 |
| 13 | 3 30 | 3 25 | 2 21 | 3 54 | 5 29 | 1 38 | 11 49 | 16 6 | 9 0 | 5 4 | 14 9 | 12 13 |
| 14 | 3 12 | 3 32 | 2 11 | 4 5 | 5 22 | 1 59 | 12 6 | 16 3 | 8 35 | 5 31 | 14 16 | 11 59 |
| 15 | 2 54 | 3 38 | 2 0 | 4 16 | 5 16 | 2 19 | 12 23 | 16 0 | 8 10 | 5 58 | 14 22 | 11 45 |
| 16 | 2 35 | 3 43 | 1 49 | 4 26 | 5 8 | 2 40 | 12 39 | 15 55 | 7 44 | 6 24 | 14 27 | 11 31 |
| 17 | 2 17 | 3 48 | 1 38 | 4 35 | 4 59 | 3 1 | 12 55 | 15 50 | 7 18 | 6 49 | 14 31 | 11 16 |
| 18 | 2 0 | 3 52 | 1 26 | 4 44 | 4 50 | 3 22 | 13 10 | 15 44 | 6 51 | 7 14 | 14 35 | 11 1 |
| 19 | 1 42 | 3 55 | 1 14 | 4 53 | 4 41 | 3 43 | 13 25 | 15 37 | 6 24 | 7 39 | 14 38 | 10 45 |
| 20 | 1 25 | 3 58 | 1 2 | 5 1 | 4 31 | 4 4 | 13 39 | 15 30 | 5 57 | 8 3 | 14 39 | 10 29 |
| 21 | 1 8 | 4 0 | 0 50 | 5 9 | 4 20 | 4 25 | 13 53 | 15 21 | 5 29 | 8 26 | 14 40 | 10 13 |
| 22 | 0 51 | 4 2 | 0 37 | 5 16 | 4 9 | 4 47 | 14 6 | 15 12 | 5 0 | 8 49 | 14 41 | 9 56 |
| 23 | 0 35 | 4 3 | 0 24 | 5 23 | 3 57 | 5 8 | 14 18 | 15 2 | 4 32 | 9 12 | 14 41 | 9 40 |
| 24 | 0 19 | 4 3 | 0 11 | 5 29 | 3 44 | 5 29 | 14 30 | 14 51 | 4 4 | 9 33 | 14 40 | 9 23 |
| | ... | ... | *ajou.* | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 25 | 0 3 | 4 3 | 0 3 | 5 35 | 3 31 | 5 51 | 14 42 | 14 39 | 3 35 | 9 54 | 14 38 | 9 5 |
| | *souſt.* | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 26 | 0 12 | 4 2 | 0 16 | 5 40 | 3 18 | 6 12 | 14 52 | 14 27 | 3 6 | 10 15 | 14 36 | 8 48 |
| 27 | 0 28 | 4 1 | 0 30 | 5 44 | 3 4 | 6 33 | 15 2 | 14 13 | 2 37 | 10 34 | 14 33 | 8 30 |
| 28 | 0 42 | 3 59 | 0 43 | 5 48 | 2 49 | 6 54 | 15 12 | 13 59 | 2 7 | 10 54 | 14 29 | 8 12 |
| 29 | 0 56 | 3 56 | 0 57 | 5 51 | 2 34 | 7 15 | 15 21 | 13 44 | 1 38 | 11 12 | 14 24 | 7 53 |
| 30 | 1 10 | 3 53 | 1 10 | 5 54 | 2 19 | 7 37 | 15 29 | 13 29 | 1 9 | 11 29 | 14 19 | 7 35 |

Les abréviations *ajout. souſt.* marquent que l'Équation doit être ajoutée au temps vrai, ou en être ſouſtraite, pour le réduire au temps moyen : c'eſt le contraire pour réduire le temps moyen au vrai.

## TABLE III.

*PARALLAXE du Soleil à divers degrés de hauteur.*

| Hauteur. | 1er. Jan. | 1er. Avr. Octobre. | 1er. Juil. |
|---|---|---|---|
| *Deg.* | *S. Déc.* | *S. Déc.* | *S. Déc.* |
| 0. | 8,95 | 8,80 | 8,65 |
| 4. | 8,93 | 8,78 | 8,63 |
| 8. | 8,85 | 8,71 | 8,57 |
| 12. | 8,75 | 8,61 | 8,47 |
| 16. | 8,60 | 8,46 | 8,32 |
| 20. | 8,41 | 8,27 | 8,13 |
| 24. | 8,18 | 8,04 | 7,91 |
| 28. | 7,90 | 7,77 | 7,64 |
| 32. | 7,59 | 7,46 | 7,34 |
| 36. | 7,24 | 7,12 | 7,00 |
| 40. | 6,86 | 6,74 | 6,63 |
| 44. | 6,44 | 6,33 | 6,23 |
| 48. | 5,99 | 5,89 | 5,79 |
| 52. | 5,51 | 5,42 | 5,33 |
| 56. | 5,01 | 4,92 | 4,84 |
| 58. | 4,74 | 4,66 | 4,59 |
| 60. | 4,47 | 4,40 | 4,32 |
| 62. | 4,20 | 4,13 | 4,06 |
| 64. | 3,92 | 3,86 | 3,79 |
| 66. | 3,64 | 3,58 | 3,52 |
| 68. | 3,35 | 3,30 | 3,24 |
| 70. | 3,06 | 3,01 | 2,96 |
| 72. | 2,77 | 2,72 | 2,68 |
| 74. | 2,47 | 2,43 | 2,38 |
| 76. | 2,17 | 2,13 | 2,10 |
| 78. | 1,86 | 1,83 | 1,80 |
| 80. | 1,55 | 1,53 | 1,50 |
| 82. | 1,25 | 1,22 | 1,20 |
| 84. | 0,94 | 0,92 | 0,90 |
| 86. | 0,62 | 0,61 | 0,60 |
| 88. | 0,31 | 0,31 | 0,30 |

## TABLE IV.

*RÉDUCTION de la parallaxe horizontale de la Lune pour Paris, à celle qui convient à une autre latitude.*

| LATIT. | PARALLAXE HORIZONT. 54′ | | 57′ | | 60′ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Deg.* | *Sec.* | *Dix.* | *Sec.* | *Dix.* | *Sec.* | *Dix.* |
| 0 | | 8,0 | | 8,4 | | 8,9 |
| 3 | ajoutez. | 7,9 | ajoutez. | 8,4 | ajoutez. | 8,8 |
| 6 | | 7,8 | | 8,2 | | 8,7 |
| 9 | | 7,6 | | 8,0 | | 8,5 |
| 12 | | 7,4 | | 7,8 | | 8,2 |
| 15 | | 7,0 | | 7,4 | | 7,8 |
| 18 | ajoutez. | 6,6 | ajoutez. | 7,0 | ajoutez. | 7,4 |
| 21 | | 6,2 | | 6,5 | | 6,9 |
| 24 | | 5,7 | | 6,0 | | 6,3 |
| 27 | | 5,1 | | 5,3 | | 5,6 |
| 30 | | 4,5 | | 4,7 | | 5,0 |
| 33 | ajoutez. | 3,8 | ajoutez. | 4,0 | ajoutez. | 4,2 |
| 36 | | 3,1 | | 3,3 | | 3,5 |
| 39 | | 2,4 | | 2,5 | | 2,7 |
| 42 | | 1,7 | | 1,8 | | 1,9 |
| 45 | | 1,5 | | 1,0 | | 1,1 |
| 48 | ajout. ôtez. | 0,2 | ajout. ôtez. | 0,2 | ajout. ôtez. | 0,2 |
| 51 | | 0,5 | | 0,5 | | 0,6 |
| 54 | | 1,2 | | 1,3 | | 1,4 |
| 57 | | 1,9 | | 2,0 | | 2,2 |
| 60 | | 2,6 | | 2,7 | | 2,9 |
| 63 | | 3,2 | | 3,4 | | 3,6 |
| 66 | | 3,8 | | 4,0 | | 4,2 |
| 72 | ôtez. | 4,8 | ôtez. | 5,0 | ôtez. | 5,3 |
| 78 | | 5,5 | | 5,8 | | 6,1 |
| 84 | | 6,0 | | 6,3 | | 6,6 |
| 90 | | 6,2 | | 6,5 | | 6,8 |

# TABLE V.

*Réfractions, ſuivant les Obſervations de* BRADELEY.

| HAUTEUR apparente. | RÉFRACTION. | HAUTEUR apparente. | RÉFRACTION. | HAUTEUR apparente. | RÉFRACTION. |
|---|---|---|---|---|---|
| *D. M.* | *M. S. Dix.* | *D. M.* | *M. S. Dix.* | *D. M.* | *M. S. Dix.* |
| 0. 0 | 33. 0,0 | 19. 0 | 2. 43,9 | 50. 0 | 0. 47,6 |
| 0. 30 | 28. 22,3 | 20. 0 | 2. 35,1 | 51. 0 | 0. 45,9 |
| 1. 0 | 24. 28,6 | 21. 0 | 2. 27,2 | 52. 0 | 0. 44,2 |
| 1. 30 | 21. 14,7 | 22. 0 | 2. 20,3 | 53. 0 | 0. 42,6 |
| 2. 0 | 18. 35,0 | 23. 0 | 2. 13,7 | 54. 0 | 0. 41,1 |
| 2. 30 | 16. 23,8 | 24. 0 | 2. 7,4 | 55. 0 | 0. 39,6 |
| 3. 0 | 14. 35,6 | 25. 0 | 2. 1,6 | 56. 0 | 0. 38,2 |
| 3. 30 | 13. 6,2 | 26. 0 | 1. 56,2 | 57. 0 | 0. 36,8 |
| 4. 0 | 11. 51,1 | 27. 0 | 1. 51,2 | 58. 0 | 0. 35,5 |
| 4. 30 | 10. 48,0 | 28. 0 | 1. 46,6 | 59. 0 | 0. 34,2 |
| 5. 0 | 9. 54,3 | 29. 0 | 1. 42,4 | 60. 0 | 0. 33,0 |
| 5. 30 | 9. 8,0 | 30. 0 | 1. 38,4 | 61. 0 | 0. 31,7 |
| 6. 0 | 8. 27,8 | 31. 0 | 1. 34,6 | 62. 0 | 0. 30,4 |
| 6. 30 | 7. 51,1 | 32. 0 | 1. 31,0 | 63. 0 | 0. 29,1 |
| 7. 0 | 7. 20,5 | 33. 0 | 1. 27,6 | 64. 0 | 0. 27,8 |
| 7. 30 | 6. 53,4 | 34. 0 | 1. 24,4 | 65. 0 | 0. 26,5 |
| 8. 0 | 6. 29,4 | 35. 0 | 1. 21,4 | 66. 0 | 0. 25,3 |
| 8. 30 | 6. 8,0 | 36. 0 | 1. 18,5 | 67. 0 | 0. 24,1 |
| 9. 0 | 5. 48,5 | 37. 0 | 1. 15,7 | 68. 0 | 0. 22,9 |
| 9. 30 | 5. 30,9 | 38. 0 | 1. 13,0 | 69. 0 | 0. 21,7 |
| 10. 0 | 5. 14,8 | 39. 0 | 1. 10,4 | 70. 0 | 0. 20,6 |
| 10. 30 | 5. 0,1 | 40. 0 | 1. 7,9 | 72. 0 | 0. 18,4 |
| 11. 0 | 4. 46,6 | 41. 0 | 1. 5,5 | 74. 0 | 0. 16,2 |
| 11. 30 | 4. 34,3 | 42. 0 | 1. 3,3 | 76. 0 | 0. 14,0 |
| 12. 0 | 4. 23,2 | 43. 0 | 1. 1,1 | 78. 0 | 0. 12,0 |
| 13. 0 | 4. 3,0 | 44. 0 | 0. 59,0 | 80. 0 | 0. 10,0 |
| 14. 0 | 3. 45,6 | 45. 0 | 0. 57,0 | 82. 0 | 0. 8,0 |
| 15. 0 | 3. 30.9 | 46. 0 | 0. 55,0 | 84. 0 | 0. 6,0 |
| 16. 0 | 3. 16 9 | 47. 0 | 0. 53,1 | 86. 0 | 0. 4,0 |
| 17. 0 | 3. 4,5 | 48. 0 | 0. 51,2 | 88. 0 | 0. 2,0 |
| 18. 0 | 2. 53,6 | 49. 0 | 0. 49,4 | 90. 0 | 0. 0,0 |

## TABLE VI.

*Demi-diamètres du Soleil.*

| *Jours du mois.* | | *Demi-diamètre.* | | *Jours du Mois.* | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | *′* | *″* | | |
| Janv. | 1 | 16 | 18 | 25 | |
| | 7 | 16 | 18 | 19 | |
| | 13 | 16 | 17 | 13 | |
| | 19 | 16 | 17 | 7 | |
| | 25 | 16 | 16 | 1 | Déc. |
| Fév. | 1 | 16 | 15 | 25 | |
| | 7 | 16 | 14 | 19 | |
| | 13 | 16 | 13 | 13 | |
| | 19 | 16 | 12 | 7 | |
| | 25 | 16 | 10 | 1 | Nov. |
| Mars. | 1 | 16 | 9 | 25 | |
| | 7 | 16 | 8 | 19 | |
| | 13 | 16 | 6 | 13 | |
| | 19 | 16 | 4 | 7 | |
| | 25 | 16 | 3 | 1 | Oct. |
| Avril. | 1 | 16 | 1 | 25 | |
| | 7 | 15 | 59 | 19 | |
| | 13 | 15 | 58 | 13 | |
| | 19 | 15 | 56 | 7 | |
| | 25 | 15 | 54 | 1 | Sep. |
| Mai. | 1 | 15 | 53 | 25 | |
| | 7 | 15 | 52 | 19 | |
| | 13 | 15 | 50 | 13 | |
| | 19 | 15 | 49 | 7 | |
| | 25 | 15 | 48 | 1 | Août. |
| Juin. | 1 | 15 | 47 | 25 | |
| | 7 | 15 | 46 | 19 | |
| | 13 | 15 | 46 | 13 | |
| | 19 | 15 | 46 | 7 | |
| | 25 | 15 | 45 | 1 | Juill. |

## TABLE VII.

*Augmentation du demi-diamètre horizontal de la Lune, à divers degrés de hauteur.*

| HAUT. | DEMI-DIAMETRE HORIZ. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 15′ | | 16′ | | 17′ | |
| *Deg.* | *Sec.* | *Dix.* | *Sec.* | *Dix.* | *Sec.* | *Dix.* |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 3 | 0 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 6 | 1 | 8 | 2 | 1 |
| 9 | 2 | 4 | 2 | 6 | 3 | 0 |
| 12 | 3 | 1 | 3 | 5 | 4 | 0 |
| 15 | 3 | 8 | 4 | 4 | 5 | 0 |
| 18 | 4 | 5 | 5 | 2 | 5 | 9 |
| 21 | 5 | 2 | 6 | 0 | 6 | 8 |
| 24 | 6 | 0 | 6 | 8 | 7 | 7 |
| 27 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 | 6 |
| 30 | 7 | 4 | 8 | 3 | 9 | 4 |
| 33 | 8 | 0 | 9 | 0 | 10 | 3 |
| 36 | 8 | 6 | 9 | 7 | 11 | 1 |
| 39 | 9 | 2 | 10 | 4 | 11 | 8 |
| 42 | 9 | 7 | 11 | 1 | 12 | 5 |
| 45 | 10 | 3 | 11 | 7 | 13 | 2 |
| 48 | 10 | 8 | 12 | 3 | 13 | 9 |
| 51 | 11 | 3 | 12 | 8 | 14 | 5 |
| 54 | 11 | 8 | 13 | 4 | 15 | 1 |
| 57 | 12 | 2 | 14 | 0 | 15 | 7 |
| 60 | 12 | 6 | 14 | 4 | 16 | 2 |
| 63 | 13 | 0 | 14 | 8 | 16 | 6 |
| 66 | 13 | 3 | 15 | 1 | 17 | 0 |
| 72 | 13 | 8 | 15 | 7 | 17 | 7 |
| 78 | 14 | 1 | 16 | 2 | 18 | 2 |
| 84 | 14 | 4 | 16 | 5 | 18 | 6 |
| 90 | 14 | 5 | 16 | 6 | 18 | 7 |

# TABLE VIII.

*INCLINAISON de l'horizon de la Mer.*

| Éléva. au-deſſus de la Mer. | Inclin. de l'Horizon | Éleva. au-deſſ. de la Mer. | Inclin. de l'Horizon. | Éléva. au-deſſus de la Mer. | Inclin. de l'Horizon | Éléva. au-deſſ. de la Mer. | Inclin. de l'Horizon. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Pieds.* | *M. S.* | *Pieds.* | *M. S.* | *Pieds.* | *M S.* | *Pieds.* | *M. S.* |
| 1. | 1. 1 | 36. | 6. 9 | 21. | 4. 42 | 76. | 8. 56 |
| 2. | 1. 27 | 38. | 6. 19 | 22. | 4. 49 | 79. | 9. 7 |
| 3. | 1. 47 | 40. | 6. 29 | 23. | 4. 55 | 82. | 9. 17 |
| 4. | 2. 3 | 42. | 6. 39 | 24. | 5. 2 | 85. | 9. 27 |
| 5. | 2. 18 | 44. | 6. 48 | 25. | 5. 8 | 88. | 9. 38 |
| 6. | 2. 31 | 46. | 6. 57 | 26. | 5. 14 | 91. | 9. 48 |
| 7. | 2. 43 | 48. | 7. 6 | 27. | 5. 20 | 94. | 9. 58 |
| 8. | 2. 54 | 50. | 7. 15 | 28. | 5. 26 | 98. | 10. 10 |
| 9. | 3. 4 | 52. | 7. 24 | 30. | 5. 37 | 102. | 10. 22 |
| 10. | 3. 14 | 54. | 7. 33 | 32. | 5. 48 | 106. | 10. 33 |
| 11. | 3. 24 | 56. | 7. 42 | 34. | 5. 58 | 110. | 10. 45 |
| 12. | 3. 33 | 58. | 7. 50 | | | | |
| 13. | 3. 42 | 60. | 7. 57 | | | | |
| 14. | 3. 50 | 62. | 8. 5 | | | | |
| 15. | 3. 58 | 64. | 8. 12 | | | | |
| 16. | 4. 6 | 66. | 8. 20 | | | | |
| 17. | 4. 14 | 68. | 8. 27 | | | | |
| 18. | 4. 21 | 70. | 8. 35 | | | | |
| 19. | 4. 28 | 72. | 8. 42 | | | | |
| 20. | 4. 35 | 74. | 8. 49 | | | | |

# TABLE IX.

*Époques des Longitudes moyennes du Soleil pour les Années.*

| Années. | Long. Moy. S. D. M. S. | Long. Apog. S. D. M. S. | Années. | Long. Moy. S. D. M. S. | Long. Apog. S. D. M. S. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1800 C. | 9 9 54 0 | 3 9 29 3 | 1817 | 9 9 47 2 | 3 9 46 40 |
| 1801 | 9 9 39 41 | 3 9 30 5 | 1818 | 9 9 32 43 | 3 9 47 42 |
| 1802 | 9 9 25 21 | 3 9 31 7 | 1819 | 9 9 18 23 | 3 9 48 44 |
| 1803 | 9 9 11 2 | 3 9 32 10 | 1820 B | 9 10 3 12 | 3 9 49 46 |
| 1804 B. | 9 9 55 51 | 3 9 33 12 | 1821 | 9 9 48 53 | 3 9 50 48 |
| 1805 | 9 9 41 31 | 3 9 34 14 | 1822 | 9 9 34 33 | 3 9 51 50 |
| 1806 | 9 9 27 12 | 3 9 35 16 | 1823 | 9 9 20 14 | 3 9 52 52 |
| 1807 | 9 9 12 52 | 3 9 36 18 | 1824 B | 9 10 5 3 | 3 9 53 55 |
| 1808 B. | 9 9 57 41 | 3 9 37 20 | 1825 | 9 9 50 43 | 3 9 54 57 |
| 1809 | 9 9 43 22 | 3 9 38 22 | 1826 | 9 9 36 24 | 3 9 55 59 |
| 1810 | 9 9 29 2 | 3 9 39 25 | 1827 | 9 9 22 4 | 3 9 57 1 |
| 1811 | 9 9 14 43 | 3 9 40 27 | 1828 B | 9 10 6 53 | 3 9 58 3 |
| 1812 B | 9 9 59 32 | 3 9 41 29 | 1829 | 9 9 52 34 | 3 9 59 5 |
| 1813 | 9 9 45 12 | 3 9 42 31 | 1830 | 9 9 38 14 | 3 10 0 7 |
| 1814 | 9 9 30 53 | 3 9 43 33 | 1831 | 9 9 23 55 | 3 10 1 10 |
| 1815 | 9 9 16 33 | 3 9 44 35 | 1832 B | 9 10 8 44 | 3 10 2 12 |
| 1816 B | 9 10 1 22 | 3 9 45 37 | 1833 | 9 9 54 24 | 3 10 3 14 |

# TABLE X.

*Moyens mouvements du Soleil pour les Mois complets.*

| Mois. | Mouv. Moy. du Soleil. S. D. ′ ″ | M. de l'Ap. ′ ″ | Mois. | Mouv. Moy. du Soleil. S. D. ′ ″ | M. de l'Ap. ′ ″ |
|---|---|---|---|---|---|
| Janvier . . | 0 0 0 0 | 0 0 | Juillet . . . | 5 28 24 8 | 0 32 |
| Février . . | 1 0 33 18 | 0 5 | Août. . . . | 6 28 57 26 | 0 38 |
| Mars. . . . | 1 28 9 12 | 0 11 | Septembre. | 7 29 30 44 | 0 43 |
| Avril. . . . | 2 28 42 30 | 0 16 | Octobre. . | 8 29 4 54 | 0 49 |
| Mai . . . . | 3 28 16 40 | 0 22 | Novembre. | 9 29 38 12 | 0 54 |
| Juin . . . . | 4 28 49 58 | 0 27 | Décembre. | 10 29 12 21 | 1 1 |

# TABLE XI.

*Moyens mouvemens du Soleil pour les jours du Mois, les heures, les minutes & les ſecondes.*

| Jours. | Mouv. Moy. S. | D. | ′ | ″ | Ap. ″ | H. | Mouvem. ′ | ″ | M. | Mouve. ′ | ″ | M. | Mouve. ′ | ″ | S. | Mouv. ″ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 59 | 8 | 0 | 1 | 2 | 28 | 1 | 0 | 3 | 31 | 1 | 16 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 58 | 17 | 0 | 2 | 4 | 56 | 2 | 0 | 5 | 32 | 1 | 19 | 4 | 0 |
| 3 | 0 | 2 | 57 | 25 | 1 | 3 | 7 | 24 | 3 | 0 | 7 | 33 | 1 | 21 | 6 | 0 |
| 4 | 0 | 3 | 56 | 33 | 1 | 4 | 9 | 51 | 4 | 0 | 10 | 34 | 1 | 24 | 8 | 0 |
| 5 | 0 | 4 | 55 | 42 | 1 | 5 | 12 | 19 | 5 | 0 | 12 | 35 | 1 | 26 | 10 | 0 |
| 6 | 0 | 5 | 54 | 50 | 1 | 6 | 14 | 47 | 6 | 0 | 15 | 36 | 1 | 29 | 12 | 0 |
| 7 | 0 | 6 | 53 | 58 | 1 | 7 | 17 | 15 | 7 | 0 | 17 | 37 | 1 | 31 | 14 | 1 |
| 8 | 0 | 7 | 53 | 7 | 1 | 8 | 19 | 43 | 8 | 0 | 20 | 38 | 1 | 34 | 16 | 1 |
| 9 | 0 | 8 | 52 | 15 | 2 | 9 | 22 | 11 | 9 | 0 | 22 | 39 | 1 | 36 | 18 | 1 |
| 10 | 0 | 9 | 51 | 23 | 2 | 10 | 24 | 39 | 10 | 0 | 25 | 40 | 1 | 39 | 20 | 1 |
| 11 | 0 | 10 | 50 | 32 | 2 | 11 | 27 | 6 | 11 | 0 | 27 | 41 | 1 | 41 | 22 | 1 |
| 12 | 0 | 11 | 49 | 40 | 2 | 12 | 29 | 34 | 12 | 0 | 30 | 42 | 1 | 44 | 24 | 1 |
| 13 | 0 | 12 | 48 | 48 | 2 | 13 | 32 | 2 | 13 | 0 | 32 | 43 | 1 | 46 | 26 | 1 |
| 14 | 0 | 13 | 47 | 56 | 2 | 14 | 34 | 30 | 14 | 0 | 35 | 44 | 1 | 48 | 28 | 1 |
| 15 | 0 | 14 | 47 | 5 | 3 | 15 | 36 | 58 | 15 | 0 | 37 | 45 | 1 | 51 | 30 | 1 |
| 16 | 0 | 15 | 46 | 13 | 3 | 16 | 39 | 26 | 16 | 0 | 39 | 46 | 1 | 53 | 32 | 1 |
| 17 | 0 | 16 | 45 | 22 | 3 | 17 | 41 | 53 | 17 | 0 | 42 | 47 | 1 | 56 | 34 | 1 |
| 18 | 0 | 17 | 44 | 30 | 3 | 18 | 44 | 21 | 18 | 0 | 44 | 48 | 1 | 58 | 36 | 1 |
| 19 | 0 | 18 | 43 | 38 | 3 | 19 | 46 | 49 | 19 | 0 | 47 | 49 | 2 | 1 | 38 | 2 |
| 20 | 0 | 19 | 42 | 47 | 3 | 20 | 49 | 17 | 20 | 0 | 49 | 50 | 2 | 3 | 40 | 2 |
| 21 | 0 | 20 | 41 | 55 | 4 | 21 | 51 | 45 | 21 | 0 | 52 | 51 | 2 | 6 | 42 | 2 |
| 22 | 0 | 21 | 41 | 3 | 4 | 22 | 54 | 13 | 22 | 0 | 54 | 52 | 2 | 8 | 44 | 2 |
| 23 | 0 | 22 | 40 | 12 | 4 | 23 | 56 | 41 | 23 | 0 | 57 | 53 | 2 | 11 | 46 | 2 |
| 24 | 0 | 23 | 39 | 20 | 4 | 24 | 59 | 8 | 24 | 0 | 59 | 54 | 2 | 13 | 48 | 2 |
| 25 | 0 | 24 | 38 | 28 | 5 | | | | 25 | 1 | 2 | 55 | 2 | 16 | 50 | 2 |
| 26 | 0 | 25 | 37 | 37 | 5 | | | | 26 | 1 | 4 | 56 | 2 | 18 | 52 | 2 |
| 27 | 0 | 26 | 36 | 45 | 5 | | | | 27 | 1 | 7 | 57 | 2 | 20 | 54 | 2 |
| 28 | 0 | 27 | 35 | 53 | 5 | | | | 28 | 1 | 9 | 58 | 2 | 23 | 56 | 2 |
| 29 | 0 | 28 | 35 | 2 | 5 | | | | 29 | 1 | 11 | 59 | 2 | 25 | 58 | 2 |
| 30 | 0 | 29 | 34 | 10 | 5 | | | | 30 | 1 | 14 | 60 | 2 | 28 | 60 | 2 |
| 31 | 1 | 0 | 33 | 18 | 6 | | | | | | | | | | | |

Dans les Années Biſſextiles, il faut ôter de la date propoſée un jour, pendant les Mois de Janvier & de Février.

TABLE XII.

# TABLE XII.

## ÉQUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

*Argument.* Anomalie moyenne du Soleil.

| Degrés. | O signe | | | | | I. | | | | | II. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Souſt.* | | | *Diff.* | | *Souſt.* | | | *Diff.* | | *Souſt.* | | | *Diff.* | | |
| | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 56 | 44 | | | 1 | 38 | 59 | | | 30 |
| 1 | 0 | 1 | 59 | 1 | 59 | 0 | 58 | 27 | 1 | 43 | 1 | 40 | 0 | 1 | 1 | 29 |
| 2 | 0 | 3 | 57 | 1 | 58 | 1 | 0 | 9 | 1 | 42 | 1 | 40 | 59 | 0 | 59 | 28 |
| 3 | 0 | 5 | 55 | 1 | 58 | 1 | 1 | 50 | 1 | 40 | 1 | 41 | 57 | 0 | 58 | 27 |
| 4 | 0 | 7 | 54 | 1 | 58 | 1 | 3 | 29 | 1 | 39 | 1 | 42 | 52 | 0 | 55 | 26 |
| 5 | 0 | 9 | 52 | 1 | 58 | 1 | 5 | 8 | 1 | 39 | 1 | 43 | 46 | 0 | 54 | 25 |
| 6 | 0 | 11 | 50 | 1 | 58 | 1 | 6 | 46 | 1 | 38 | 1 | 44 | 37 | 0 | 51 | 24 |
| 7 | 0 | 13 | 48 | 1 | 57 | 1 | 8 | 22 | 1 | 36 | 1 | 45 | 27 | 0 | 50 | 23 |
| 8 | 0 | 15 | 45 | 1 | 57 | 1 | 9 | 57 | 1 | 35 | 1 | 46 | 15 | 0 | 48 | 22 |
| 9 | 0 | 17 | 42 | 1 | 57 | 1 | 11 | 32 | 1 | 35 | 1 | 47 | 2 | 0 | 47 | 21 |
| 10 | 0 | 19 | 39 | 1 | 57 | 1 | 13 | 4 | 1 | 32 | 1 | 47 | 46 | 0 | 44 | 20 |
| 11 | 0 | 21 | 36 | 1 | 57 | 1 | 14 | 36 | 1 | 32 | 1 | 48 | 28 | 0 | 42 | 19 |
| 12 | 0 | 23 | 32 | 1 | 56 | 1 | 16 | 6 | 1 | 30 | 1 | 49 | 8 | 0 | 40 | 18 |
| 13 | 0 | 25 | 28 | 1 | 56 | 1 | 17 | 35 | 1 | 29 | 1 | 49 | 47 | 0 | 39 | 17 |
| 14 | 0 | 27 | 23 | 1 | 55 | 1 | 19 | 3 | 1 | 28 | 1 | 50 | 24 | 0 | 37 | 16 |
| 15 | 0 | 29 | 18 | 1 | 55 | 1 | 20 | 29 | 1 | 26 | 1 | 50 | 58 | 0 | 34 | 15 |
| 16 | 0 | 31 | 13 | 1 | 55 | 1 | 21 | 54 | 1 | 25 | 1 | 51 | 30 | 0 | 32 | 14 |
| 17 | 0 | 33 | 7 | 1 | 54 | 1 | 23 | 17 | 1 | 23 | 1 | 52 | 1 | 0 | 31 | 13 |
| 18 | 0 | 35 | 0 | 1 | 53 | 1 | 24 | 39 | 1 | 22 | 1 | 52 | 29 | 0 | 28 | 12 |
| 19 | 0 | 36 | 53 | 1 | 53 | 1 | 26 | 0 | 1 | 21 | 1 | 52 | 56 | 0 | 27 | 11 |
| 20 | 0 | 38 | 45 | 1 | 52 | 1 | 27 | 18 | 1 | 18 | 1 | 53 | 20 | 0 | 24 | 10 |
| 21 | 0 | 40 | 36 | 1 | 51 | 1 | 28 | 36 | 1 | 18 | 1 | 53 | 43 | 0 | 23 | 9 |
| 22 | 0 | 42 | 27 | 1 | 51 | 1 | 29 | 52 | 1 | 16 | 1 | 54 | 3 | 0 | 20 | 8 |
| 23 | 0 | 44 | 17 | 1 | 50 | 1 | 31 | 6 | 1 | 14 | 1 | 54 | 21 | 0 | 18 | 7 |
| 24 | 0 | 46 | 6 | 1 | 49 | 1 | 32 | 19 | 1 | 13 | 1 | 54 | 37 | 0 | 16 | 6 |
| 25 | 0 | 47 | 55 | 1 | 49 | 1 | 33 | 30 | 1 | 11 | 1 | 54 | 51 | 0 | 14 | 5 |
| 26 | 0 | 49 | 42 | 1 | 47 | 1 | 34 | 39 | 1 | 9 | 1 | 55 | 3 | 0 | 12 | 4 |
| 27 | 0 | 51 | 29 | 1 | 47 | 1 | 35 | 47 | 1 | 8 | 1 | 55 | 13 | 0 | 10 | 3 |
| 28 | 0 | 53 | 15 | 1 | 46 | 1 | 36 | 53 | 1 | 6 | 1 | 55 | 21 | 0 | 8 | 2 |
| 29 | 0 | 55 | 0 | 1 | 45 | 1 | 37 | 57 | 1 | 4 | 1 | 55 | 27 | 0 | 6 | 1 |
| 30 | 0 | 56 | 44 | 1 | 44 | 1 | 39 | 0 | 1 | 3 | 1 | 55 | 30 | 0 | 3 | 0 |
| | Ajouter. | | | | | Ajouter. | | | | | Ajouter. | | | | | D. |
| | XI. | | | | | X. | | | | | IX. | | | | | |

## Suite de la TABLE XII.

### *Équation du centre du Soleil.*

*Argument.* Anomalie moyenne du Soleil.

| Degrés. | III. Soust. | III. Diff. | IV. Soust. | IV. Diff. | V. Soust. | V. Diff. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ ″ | ′ ″ | ° ′ ″ | ′ ″ | ° ′ ″ | ′ ″ | |
| 0 | 1 55 30 | 0 2 | 1 41 6 | 1 0 | 0 58 50 | 1 47 | 30 |
| 1 | 1 55 32 | 0 1 | 1 40 6 | 1 2 | 0 57 3 | 1 48 | 29 |
| 2 | 1 55 31 | 0 3 | 1 39 4 | 1 4 | 0 55 15 | 1 48 | 28 |
| 3 | 1 55 28 | 0 5 | 1 38 0 | 1 6 | 0 53 27 | 1 50 | 27 |
| 4 | 1 55 23 | 0 6 | 1 36 54 | 1 8 | 0 51 37 | 1 51 | 26 |
| 5 | 1 55 17 | 0 9 | 1 35 46 | 1 9 | 0 49 46 | 1 52 | 25 |
| 6 | 1 55 8 | 0 12 | 1 34 37 | 1 11 | 0 47 54 | 1 52 | 24 |
| 7 | 1 54 56 | 0 13 | 1 33 26 | 1 13 | 0 46 2 | 1 54 | 23 |
| 8 | 1 54 43 | 0 16 | 1 32 13 | 1 15 | 0 44 8 | 1 54 | 22 |
| 9 | 1 54 27 | 0 17 | 1 30 58 | 1 16 | 0 42 14 | 1 56 | 21 |
| 10 | 1 54 10 | 0 20 | 1 29 42 | 1 18 | 0 40 18 | 1 56 | 20 |
| 11 | 1 53 50 | 0 22 | 1 28 24 | 1 20 | 0 38 22 | 1 57 | 19 |
| 12 | 1 53 28 | 0 23 | 1 27 4 | 1 21 | 0 36 25 | 1 57 | 18 |
| 13 | 1 53 5 | 0 26 | 1 25 43 | 1 24 | 0 34 28 | 1 58 | 17 |
| 14 | 1 52 39 | 0 28 | 1 24 19 | 1 24 | 0 32 30 | 1 59 | 16 |
| 15 | 1 52 11 | 0 30 | 1 22 55 | 1 27 | 0 30 31 | 1 59 | 15 |
| 16 | 1 51 41 | 0 33 | 1 21 28 | 1 27 | 0 28 32 | 2 0 | 14 |
| 17 | 1 51 8 | 0 34 | 1 20 1 | 1 30 | 0 26 32 | 2 1 | 13 |
| 18 | 1 50 34 | 0 36 | 1 18 31 | 1 31 | 0 24 31 | 2 1 | 12 |
| 19 | 1 49 58 | 0 39 | 1 17 0 | 1 32 | 0 22 30 | 2 1 | 11 |
| 20 | 1 49 19 | 0 40 | 1 15 28 | 1 34 | 0 20 29 | 2 2 | 10 |
| 21 | 1 48 39 | 0 43 | 1 13 54 | 1 35 | 0 18 27 | 2 2 | 9 |
| 22 | 1 47 56 | 0 44 | 1 12 19 | 1 37 | 0 16 25 | 2 2 | 8 |
| 23 | 1 47 12 | 0 46 | 1 10 42 | 1 38 | 0 14 23 | 2 3 | 7 |
| 24 | 1 46 26 | 0 49 | 1 9 4 | 1 39 | 0 12 20 | 2 3 | 6 |
| 25 | 1 45 37 | 0 50 | 1 7 25 | 1 41 | 0 10 17 | 2 3 | 5 |
| 26 | 1 44 47 | 0 53 | 1 5 44 | 1 41 | 0 8 14 | 2 3 | 4 |
| 27 | 1 43 54 | 0 54 | 1 4 3 | 1 44 | 0 6 11 | 2 3 | 3 |
| 28 | 1 43 0 | 0 56 | 1 2 19 | 1 44 | 0 4 7 | 2 3 | 2 |
| 29 | 1 42 4 | 0 58 | 1 0 35 | 1 45 | 0 2 4 | 2 4 | 1 |
| 30 | 1 41 6 | | 0 58 50 | | 0 0 0 | | 0 |
| | Ajouter. | | Ajouter. | | Ajouter. | | D. |
| | VIII. | | VII. | | VI. | | |

# TABLE XIII.

*De ce que l'on doit retrancher de la Longitude vraie du Soleil, ou lui ajouter, pour avoir l'Aſcenſion droite.*

*Argument.* Longitude vraie du Soleil.

| Degrés. | Os. VI. | | | Diff. | | I. VII. | | | Diff. | | II. VIII. | | | Diff. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | | 2 | 5 | 43 | | | 2 | 11 | 16 | | | 30 |
| 1 | 0 | 4 | 58 | 4 | 58 | 2 | 8 | 20 | 2 | 37 | 2 | 8 | 43 | 2 | 33 | 29 |
| 2 | 0 | 9 | 55 | 4 | 57 | 2 | 10 | 49 | 2 | 29 | 2 | 6 | 0 | 2 | 43 | 28 |
| 3 | 0 | 14 | 52 | 4 | 57 | 2 | 13 | 8 | 2 | 19 | 2 | 3 | 6 | 2 | 54 | 27 |
| 4 | 0 | 19 | 48 | 4 | 56 | 2 | 15 | 18 | 2 | 10 | 2 | 0 | 4 | 3 | 2 | 26 |
| 5 | 0 | 24 | 43 | 4 | 55 | 2 | 17 | 19 | 2 | 1 | 1 | 56 | 51 | 3 | 13 | 25 |
| 6 | 0 | 29 | 36 | 4 | 53 | 2 | 19 | 11 | 1 | 52 | 1 | 53 | 30 | 3 | 21 | 24 |
| 7 | 0 | 34 | 27 | 4 | 51 | 2 | 20 | 52 | 1 | 41 | 1 | 49 | 59 | 3 | 31 | 23 |
| 8 | 0 | 39 | 16 | 4 | 49 | 2 | 22 | 24 | 1 | 32 | 1 | 46 | 20 | 3 | 39 | 22 |
| 9 | 0 | 44 | 2 | 4 | 46 | 2 | 23 | 45 | 1 | 21 | 1 | 42 | 32 | 3 | 48 | 21 |
| 10 | 0 | 48 | 46 | 4 | 44 | 2 | 24 | 57 | 1 | 12 | 1 | 38 | 36 | 3 | 56 | 20 |
| 11 | 0 | 53 | 26 | 4 | 40 | 2 | 25 | 58 | 1 | 1 | 1 | 34 | 32 | 4 | 4 | 19 |
| 12 | 0 | 58 | 3 | 4 | 37 | 2 | 26 | 48 | 0 | 50 | 1 | 30 | 21 | 4 | 11 | 18 |
| 13 | 1 | 2 | 36 | 4 | 33 | 2 | 27 | 28 | 0 | 40 | 1 | 26 | 2 | 4 | 19 | 17 |
| 14 | 1 | 7 | 5 | 4 | 29 | 2 | 27 | 58 | 0 | 30 | 1 | 21 | 36 | 4 | 26 | 16 |
| 15 | 1 | 11 | 30 | 4 | 25 | 2 | 28 | 17 | 0 | 19 | 1 | 17 | 3 | 4 | 33 | 15 |
| 16 | 1 | 15 | 50 | 4 | 20 | 2 | 28 | 25 | 0 | 8 | 1 | 12 | 24 | 4 | 39 | 14 |
| 17 | 1 | 20 | 5 | 4 | 15 | 2 | 28 | 22 | 0 | 3 | 1 | 7 | 40 | 4 | 44 | 13 |
| 18 | 1 | 24 | 15 | 4 | 10 | 2 | 28 | 8 | 0 | 14 | 1 | 2 | 49 | 4 | 51 | 12 |
| 19 | 1 | 28 | 19 | 4 | 4 | 2 | 27 | 43 | 0 | 25 | 0 | 57 | 54 | 4 | 55 | 11 |
| 20 | 1 | 32 | 18 | 3 | 59 | 2 | 27 | 8 | 0 | 35 | 0 | 52 | 53 | 5 | 1 | 10 |
| 21 | 1 | 36 | 10 | 3 | 52 | 2 | 26 | 21 | 0 | 47 | 0 | 47 | 48 | 5 | 5 | 9 |
| 22 | 1 | 39 | 56 | 3 | 46 | 2 | 25 | 24 | 0 | 57 | 0 | 42 | 40 | 5 | 8 | 8 |
| 23 | 1 | 43 | 35 | 3 | 39 | 2 | 24 | 15 | 1 | 9 | 0 | 37 | 28 | 5 | 12 | 7 |
| 24 | 1 | 47 | 8 | 3 | 33 | 2 | 22 | 56 | 1 | 19 | 0 | 32 | 12 | 5 | 16 | 6 |
| 25 | 1 | 50 | 33 | 3 | 25 | 2 | 21 | 26 | 1 | 30 | 0 | 26 | 54 | 5 | 18 | 5 |
| 26 | 1 | 53 | 51 | 3 | 18 | 2 | 19 | 45 | 1 | 41 | 0 | 21 | 34 | 5 | 20 | 4 |
| 27 | 1 | 57 | 1 | 3 | 10 | 2 | 17 | 54 | 1 | 51 | 0 | 16 | 12 | 5 | 22 | 3 |
| 28 | 2 | 0 | 3 | 3 | 2 | 2 | 15 | 51 | 2 | 3 | 0 | 10 | 49 | 5 | 23 | 2 |
| 29 | 2 | 2 | 58 | 2 | 55 | 2 | 13 | 39 | 2 | 12 | 0 | 5 | 25 | 5 | 24 | 1 |
| 30 | 2 | 5 | 43 | 2 | 45 | 2 | 11 | 16 | 2 | 23 | 0 | 0 | 0 | 5 | 25 | 0 |
| | V. | XI. | | | | IV. | X. | | | | III. | IX. | | | | D |

On doit retrancher depuis o Signe juſqu'à III. Signes excluſivement, & depuis VI. Signes juſqu'à IX. excluſivement; au contraire, on doit ajouter dans les autres Signes.

# TABLE XIV.

## POUR LA DÉCLINAISON DU SOLEIL.

*Argument.* Longitude vraie du Soleil.

| Degrés. | ☉. VI. Déclin. | | | Diff. | | ☌. VII. Déclin. | | | Diff. | | ☍. VIII. Déclin. | | | Diff. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | ° | ′ | ″ | ′ | ″ | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | | 11 | 29 | 12 | | | 20 | 10 | 39 | | | 30 |
| 1 | 0 | 23 | 55 | 23 | 55 | 11 | 50 | 15 | 21 | 3 | 20 | 23 | 12 | 12 | 33 | 29 |
| 2 | 0 | 47 | 48 | 23 | 53 | 12 | 11 | 5 | 20 | 50 | 20 | 35 | 23 | 12 | 11 | 28 |
| 3 | 1 | 11 | 41 | 23 | 53 | 12 | 31 | 43 | 20 | 38 | 20 | 47 | 11 | 12 | 48 | 27 |
| 4 | 1 | 35 | 32 | 23 | 51 | 12 | 52 | 9 | 20 | 26 | 20 | 58 | 33 | 11 | 22 | 26 |
| 5 | 1 | 59 | 22 | 23 | 50 | 13 | 12 | 21 | 20 | 12 | 21 | 9 | 36 | 11 | 3 | 25 |
| 6 | 2 | 23 | 10 | 23 | 48 | 13 | 32 | 21 | 20 | 0 | 21 | 20 | 15 | 10 | 39 | 24 |
| 7 | 2 | 46 | 56 | 23 | 46 | 13 | 52 | 9 | 19 | 48 | 21 | 30 | 27 | 10 | 12 | 23 |
| 8 | 3 | 10 | 40 | 23 | 44 | 14 | 11 | 40 | 19 | 31 | 21 | 40 | 18 | 9 | 51 | 22 |
| 9 | 3 | 34 | 20 | 23 | 40 | 14 | 30 | 58 | 19 | 18 | 21 | 49 | 44 | 9 | 26 | 21 |
| 10 | 3 | 57 | 57 | 23 | 37 | 14 | 50 | 1 | 19 | 3 | 21 | 58 | 44 | 9 | 0 | 20 |
| 11 | 4 | 21 | 31 | 23 | 34 | 15 | 8 | 50 | 18 | 49 | 22 | 7 | 21 | 8 | 37 | 19 |
| 12 | 4 | 45 | 1 | 23 | 30 | 15 | 27 | 23 | 18 | 33 | 22 | 15 | 33 | 8 | 12 | 18 |
| 13 | 5 | 8 | 25 | 23 | 24 | 15 | 45 | 40 | 18 | 17 | 22 | 23 | 18 | 7 | 45 | 17 |
| 14 | 5 | 31 | 46 | 23 | 21 | 16 | 3 | 43 | 18 | 3 | 22 | 30 | 39 | 7 | 21 | 16 |
| 15 | 5 | 55 | 1 | 23 | 15 | 16 | 21 | 28 | 17 | 45 | 22 | 37 | 34 | 6 | 55 | 15 |
| 16 | 6 | 18 | 11 | 23 | 10 | 16 | 38 | 56 | 17 | 28 | 22 | 44 | 4 | 6 | 30 | 14 |
| 17 | 6 | 41 | 15 | 23 | 4 | 16 | 56 | 6 | 17 | 10 | 22 | 50 | 6 | 6 | 2 | 13 |
| 18 | 7 | 4 | 12 | 22 | 57 | 17 | 13 | 0 | 16 | 54 | 22 | 55 | 43 | 5 | 37 | 12 |
| 19 | 7 | 27 | 2 | 22 | 50 | 17 | 29 | 36 | 16 | 36 | 23 | 0 | 53 | 5 | 10 | 11 |
| 20 | 7 | 49 | 45 | 22 | 43 | 17 | 45 | 53 | 16 | 17 | 23 | 5 | 37 | 4 | 44 | 10 |
| 21 | 8 | 12 | 22 | 22 | 37 | 18 | 1 | 52 | 15 | 59 | 23 | 9 | 55 | 4 | 18 | 9 |
| 22 | 8 | 34 | 52 | 22 | 30 | 18 | 17 | 31 | 15 | 39 | 23 | 13 | 46 | 3 | 51 | 8 |
| 23 | 8 | 57 | 11 | 22 | 19 | 18 | 32 | 51 | 15 | 20 | 23 | 17 | 9 | 3 | 23 | 7 |
| 24 | 9 | 19 | 22 | 22 | 11 | 18 | 47 | 51 | 15 | 0 | 23 | 20 | 6 | 2 | 57 | 6 |
| 25 | 9 | 41 | 26 | 22 | 4 | 19 | 2 | 31 | 14 | 40 | 23 | 22 | 35 | 2 | 29 | 5 |
| 26 | 10 | 3 | 19 | 21 | 53 | 19 | 16 | 52 | 14 | 21 | 23 | 24 | 38 | 2 | 3 | 4 |
| 27 | 10 | 25 | 3 | 21 | 44 | 19 | 30 | 50 | 13 | 58 | 23 | 26 | 13 | 1 | 35 | 3 |
| 28 | 10 | 46 | 37 | 21 | 34 | 19 | 44 | 28 | 13 | 38 | 23 | 27 | 21 | 1 | 8 | 2 |
| 29 | 11 | 8 | 1 | 21 | 24 | 19 | 47 | 44 | 13 | 16 | 23 | 28 | 2 | 0 | 41 | 1 |
| 30 | 11 | 29 | 12 | 21 | 11 | 20 | 10 | 39 | 12 | 55 | 23 | 28 | 15 | 0 | 13 | 0 |
| | V. | | XI | | | IV. | | X. | | | III. | | IX. | | | D |

La déclinaiſon eſt Septentrionale dans les ſix premiers Signes, & Méridionale dans les ſix derniers.

# TABLE XV.

Pour calculer les tems vrais des Phaſes de la Lune pour le Méridien de Paris.

## POUR LES ANNÉES.

| Années. | J. H. M. | A. | P. |
|---|---|---|---|
| Biſſ. 1780 | 4 18 2 | 927 | 1 |
| 1781 | 1 12 2 | 55 | 2 |
| 1782 | 5 15 12 | 452 | 4 |
| 1783 | 2 9 12 | 580 | 1 |
| Biſſ. 1784 | 5 12 22 | 977 | 3 |
| 1785 | 2 6 22 | 105 | 4 |
| 1786 | 6 9 32 | 502 | 2 |
| 1787 | 3 3 32 | 630 | 3 |
| Biſſ. 1788 | 6 6 43 | 27 | 1 |
| 1789 | 3 0 42 | 155 | 2 |
| 1790 | 7 3 53 | 551 | 4 |
| 1791 | 3 21 52 | 680 | 1 |
| Biſſ. 1792 | 7 1 3 | 76 | 3 |
| 1793 | 3 19 3 | 205 | 4 |
| 1794 | 0 13 2 | 333 | 1 |
| 1795 | 4 16 13 | 730 | 3 |
| Biſſ. 1796 | 0 10 12 | 858 | 4 |
| 1797 | 4 13 23 | 255 | 2 |
| 1798 | 1 7 22 | 383 | 3 |
| 1799 | 5 10 33 | 780 | 1 |
| Com. 1800 | 2 4 30 | 908 | 2 |
| 1801 | 6 7 40 | 304 | 4 |
| 1802 | 3 1 39 | 433 | 1 |
| 1803 | 7 4 50 | 829 | 3 |
| Biſſ. 1804 | 2 22 50 | 958 | 4 |
| 1805 | 7 2 0 | 354 | 2 |
| 1806 | 3 20 0 | 483 | 3 |
| 1807 | 0 14 0 | 611 | 4 |
| Biſſ. 1808 | 3 17 10 | 8 | 2 |
| 1809 | 0 11 10 | 136 | 3 |
| 1810 | 4 14 20 | 533 | 1 |
| 1811 | 1 8 20 | 661 | 2 |
| Biſſ. 1812 | 4 11 30 | 57 | 4 |
| 1813 | 1 5 30 | 186 | 1 |
| 1814 | 5 8 40 | 582 | 3 |
| 1815 | 2 2 40 | 711 | 4 |

| Années. | J. H. M. | A. | P. |
|---|---|---|---|
| Biſſ. 1816 | 5 5 50 | 107 | 2 |
| 1817 | 1 23 50 | 236 | 3 |
| 1818 | 6 3 1 | 632 | 1 |
| 1819 | 2 3 0 | 761 | 2 |
| Biſſ. 1820 | 6 0 10,5 | 157,1 | 4 |
| 1821 | 2 18 10,2 | 285,6 | 1 |
| 1822 | 6 21 20,6 | 782,0 | 3 |
| 1823 | 3 15 20,2 | 810,5 | 4 |
| Biſſ. 1824 | 6 18 30,9 | 206,9 | 2 |
| 1825 | 3 12 30,3 | 335,4 | 3 |
| 1826 | 0 6 30,0 | 463,9 | 4 |
| 1827 | 4 9 40,4 | 860,3 | 2 |
| Biſſ. 1828 | 0 3 40,0 | 988,8 | 3 |
| 1829 | 4 6 50,7 | 385,2 | 1 |
| 1830 | 1 0 50,1 | 513,7 | 2 |
| 1831 | 5 4 0,8 | 910,1 | 4 |
| Biſſ. 1832 | 0 22 0,5 | 38,6 | 1 |
| 1833 | 5 1 10,8 | 435,0 | 3 |
| 1834 | 1 19 10,5 | 563,5 | 4 |
| 1835 | 5 22 20,9 | 959,9 | 2 |
| Biſſ. 1836 | 1 16 20,6 | 88,4 | 3 |
| 1837 | 5 19 31,3 | 484,8 | 1 |
| 1838 | 2 13 30,6 | 613,3 | 2 |
| 1839 | 6 16 41,3 | 9,7 | 4 |
| Biſſ. 1840 | 2 10 41,0 | 138,2 | 1 |
| 1841 | 6 13 51,4 | 534,6 | 3 |
| 1842 | 3 7 51,0 | 663,1 | 4 |
| 1843 | 0 1 50,7 | 791,6 | 1 |
| Biſſ. 1844 | 3 5 1,1 | 188,0 | 3 |
| 1845 | 7 8 11,8 | 584,4 | 1 |
| 1846 | 4 2 11,2 | 712,9 | 2 |
| 1847 | 0 20 10,8 | 841,4 | 3 |
| Biſſ. 1848 | 3 23 21,5 | 237,8 | 1 |
| 1849 | 0 17 20,9 | 366,3 | 2 |
| 1850 | 4 20 31,6 | 762,7 | 4 |

# TABLE XVI.

Pour calculer les temps vrais des Phaſes de la Lune pour le Méridien de Paris.

POUR LES MOIS.

| M. | J. | H. | M. | A. | P. | M. | J. | H. | M. | A. | P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier. | 7 | 9 | 34 | 269 | 1 | Juillet. | 3 | 12 | 48 | 698 | 1 |
| | 14 | 19 | 14 | 538 | 2 | | 10 | 21 | 27 | 965 | 2 |
| | 22 | 4 | 53 | 806 | 3 | | 18 | 6 | 8 | 232 | 3 |
| | 29 | 14 | 31 | 75 | 4 | | 25 | 14 | 50 | 500 | 4 |
| Février. | 6 | 0 | 7 | 343 | 1 | Août. | 1 | 23 | 35 | 767 | 1 |
| | 13 | 9 | 41 | 611 | 2 | | 9 | 8 | 23 | 34 | 2 |
| | 20 | 19 | 13 | 880 | 3 | | 16 | 17 | 13 | 302 | 3 |
| | 28 | 4 | 41 | 148 | 4 | | 24 | 2 | 7 | 569 | 4 |
| | | | | | | | 31 | 11 | 4 | 837 | 1 |
| Mars. | 7 | 14 | 7 | 416 | 1 | Septembre. | 7 | 20 | 6 | 105 | 2 |
| | 14 | 23 | 29 | 684 | 2 | | 15 | 5 | 10 | 372 | 3 |
| | 22 | 8 | 47 | 952 | 3 | | 22 | 14 | 19 | 640 | 4 |
| | 29 | 18 | 0 | 220 | 4 | | 29 | 23 | 32 | 908 | 1 |
| Avril. | 6 | 3 | 10 | 488 | 1 | Octobre. | 7 | 8 | 48 | 176 | 2 |
| | 13 | 12 | 16 | 756 | 2 | | 14 | 18 | 8 | 444 | 3 |
| | 20 | 21 | 17 | 24 | 3 | | 22 | 3 | 31 | 712 | 4 |
| | 28 | 6 | 15 | 291 | 4 | | 29 | 12 | 57 | 981 | 1 |
| Mai. | 5 | 15 | 8 | 559 | 1 | Novembre. | 5 | 22 | 26 | 249 | 2 |
| | 12 | 23 | 58 | 826 | 2 | | 13 | 7 | 57 | 517 | 3 |
| | 20 | 8 | 45 | 94 | 3 | | 20 | 17 | 31 | 786 | 4 |
| | 27 | 17 | 29 | 361 | 4 | | 28 | 3 | 6 | 54 | 1 |
| Juin. | 4 | 2 | 11 | 628 | 1 | Décembre. | 5 | 12 | 43 | 323 | 2 |
| | 11 | 10 | 52 | 896 | 2 | | 12 | 22 | 21 | 591 | 3 |
| | 18 | 19 | 31 | 163 | 3 | | 20 | 8 | 1 | 860 | 4 |
| | 26 | 4 | 9 | 430 | 4 | | 27 | 17 | 40 | 129 | 1 |

Dans les mois de Janvier & Février des Années Biſſex. il faut ajouter un jour au temps de la Phaſe trouvée par cette Table & la précédente.

*Cette Table ainſi que la précédente & la ſuivante ont été calculées par le Citoyen* DULAGUE.

# TABLE XVII.

*Pour calculer l'heure vraie des phaſes de la Lune.*

Équation qu'il faut toujours ajouter aux jours, heures & minutes trouvés par les Tables XV & XVI, ſelon la ſomme des nombres A, & ſelon que la ſomme des nombres P indique une Syzygie ou une Quadrature.

| | Syzygies. | Quadr. | | Syzygies. | Quadr. | | Syzygies. | Quadr. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | H. M. | H. M. | A. | H. M. | H. M. | A. | H. M. | H. M. |
| 0 | 15 14 | 15 14 | 330 | 23 23 | 28 20 | 670 | 6 57 | 2 2 |
| 10 | 15 54 | 16 12 | 340 | 23 3 | 27 50 | 680 | 6 38 | 1 35 |
| 20 | 16 33 | 17 10 | 350 | 22 41 | 27 17 | 690 | 6 22 | 1 11 |
| 30 | 17 13 | 18 7 | 360 | 22 17 | 26 41 | 700 | 6 7 | 0 51 |
| 40 | 17 52 | 19 4 | 370 | 21 52 | 26 3 | 710 | 5 55 | 0 34 |
| 50 | 18 30 | 20 0 | 380 | 21 26 | 25 22 | 720 | 5 43 | 0 20 |
| 60 | 19 7 | 20 55 | 390 | 20 59 | 24 39 | 730 | 5 35 | 0 10 |
| 70 | 19 43 | 21 48 | 400 | 20 30 | 23 54 | 740 | 5 28 | 0 3 |
| 80 | 20 17 | 22 39 | 410 | 19 59 | 23 7 | 750 | 5 24 | 0 0 |
| 90 | 20 50 | 23 29 | 420 | 19 31 | 22 18 | 760 | 5 22 | 0 0 |
| 100 | 21 22 | 24 17 | 430 | 19 0 | 21 28 | 770 | 5 23 | 0 5 |
| 110 | 21 52 | 25 3 | 440 | 18 28 | 20 36 | 780 | 5 26 | 0 13 |
| 120 | 22 20 | 25 46 | 450 | 17 55 | 19 44 | 790 | 5 31 | 0 24 |
| 130 | 22 46 | 26 26 | 460 | 17 23 | 18 50 | 800 | 5 39 | 0 39 |
| 140 | 23 9 | 27 4 | 470 | 16 50 | 17 56 | 810 | 5 49 | 0 58 |
| 150 | 23 31 | 27 39 | 480 | 16 16 | 17 1 | 820 | 6 2 | 1 20 |
| 160 | 23 51 | 28 11 | 490 | 15 42 | 16 6 | 830 | 6 17 | 1 46 |
| 170 | 24 8 | 28 40 | 500 | 15 9 | 15 10 | 840 | 6 34 | 2 15 |
| 180 | 24 22 | 29 5 | 510 | 14 35 | 14 14 | 850 | 6 54 | 2 47 |
| 190 | 24 35 | 29 27 | 520 | 14 1 | 13 19 | 860 | 7 16 | 3 22 |
| 200 | 24 45 | 29 45 | 530 | 13 28 | 12 24 | 870 | 7 40 | 4 0 |
| 210 | 24 52 | 30 0 | 540 | 12 55 | 11 30 | 880 | 8 6 | 4 41 |
| 220 | 24 57 | 30 12 | 550 | 12 22 | 10 36 | 890 | 8 34 | 5 24 |
| 230 | 25 0 | 30 19 | 560 | 11 50 | 9 44 | 900 | 9 4 | 6 10 |
| 240 | 25 0 | 30 24 | 570 | 11 18 | 8 52 | 910 | 9 36 | 6 57 |
| 250 | 24 58 | 30 24 | 580 | 10 47 | 8 2 | 920 | 10 9 | 7 47 |
| 260 | 24 53 | 30 21 | 590 | 10 19 | 7 14 | 930 | 10 44 | 8 39 |
| 270 | 24 47 | 30 14 | 600 | 9 48 | 6 27 | 940 | 11 20 | 9 32 |
| 280 | 24 38 | 30 3 | 610 | 9 20 | 5 42 | 950 | 11 57 | 10 27 |
| 290 | 24 26 | 29 49 | 620 | 8 53 | 4 59 | 960 | 12 35 | 11 23 |
| 300 | 24 14 | 29 32 | 630 | 8 27 | 4 19 | 970 | 13 14 | 12 20 |
| 310 | 23 59 | 29 11 | 640 | 8 2 | 3 41 | 980 | 13 54 | 13 17 |
| 320 | 23 42 | 28 47 | 650 | 7 39 | 3 5 | 990 | 14 34 | 14 15 |
| 330 | 23 23 | 28 20 | 660 | 7 17 | 2 32 | 1000 | 15 14 | 15 14 |

| P étant | SYZYGIES. | QUADRATURES. |
|---|---|---|
| | 1 ou 5 indique Nouv. Lune. | 2 ou 6 indique Premier Quartier. |
| | 3 ou 7 indique Pleine Lune. | 4 ou 8 indique Dernier Quartier. |

## TABLE XVIII.

*Corrections pour la déviation du Plan dans lequel on observe le contact.*

| Angles obſer. | Quantité de la déviation. | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10′ | | 20′ | | 30′ | | 40′ | | 50′ | | 60′ | |
| Degrés | M. | S. | M | S. | M. | S. | M. | S. | M. | S. | M. | S. |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 4 | 0 | 6 |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 5 | 0 | 7 | 0 | 11 |
| 30 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 4 | 0 | 7 | 0 | 12 | 0 | 17 |
| 40 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 6 | 0 | 10 | 0 | 16 | 0 | 23 |
| 50 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 8 | 0 | 13 | 0 | 20 | 0 | 29 |
| 60 | 0 | 1 | 0 | 4 | 0 | 9 | 0 | 16 | 0 | 25 | 0 | 36 |
| 70 | 0 | 1 | 0 | 5 | 0 | 11 | 0 | 20 | 0 | 31 | 0 | 44 |
| 80 | 0 | 2 | 0 | 6 | 0 | 13 | 0 | 23 | 0 | 37 | 0 | 53 |
| 90 | 0 | 2 | 0 | 7 | 0 | 16 | 0 | 28 | 0 | 44 | 1 | 3 |
| 100 | 0 | 2 | 0 | 8 | 0 | 19 | 0 | 33 | 0 | 52 | 1 | 15 |
| 110 | 0 | 3 | 0 | 10 | 0 | 22 | 0 | 40 | 1 | 2 | 1 | 30 |
| 120 | 0 | 3 | 0 | 12 | 0 | 27 | 0 | 48 | 1 | 16 | 1 | 49 |
| 130 | 0 | 4 | 0 | 15 | 0 | 34 | 1 | 0 | 1 | 34 | 2 | 15 |
| 140 | 0 | 5 | 0 | 19 | 0 | 43 | 1 | 17 | 2 | 0 | 2 | 53 |
| 150 | 0 | 6 | 0 | 26 | 0 | 59 | 1 | 44 | 2 | 43 | 3 | 54 |
| 160 | 0 | 10 | 0 | 40 | 1 | 29 | 2 | 38 | 4 | 7 | 5 | 56 |
| 170 | 0 | 20 | 1 | 20 | 2 | 59 | 5 | 18 | 8 | 16 | 11 | 51 |
| 180 | 20 | 0 | 40 | 0 | 1° | 0′ | 1° | 20′ | 1° | 40′ | 2° | 0′ |

## TABLE XIX.

*Corrections relatives au défaut de parallélisme des ſurfaces du grand Miroir.*

| Angles obſervés. | Angle de la Lunette avec le petit Miroir. | | | | | | Angles obſervés. | Angle de la Lunette avec le petit Miroir. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 75° 0′ | | 72° 30′ | | 70° 0′ | | | 75° 0′ | | 72° 30′ | | 70° 0′ | |
| Degrés. | M. | S. | M. | S. | M. | S. | Degrés. | M. | S. | M. | S. | M. | S. |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 95 | 0 | 47 | 0 | 55 | 1 | 6 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 100 | 0 | 56 | 1 | 6 | 1 | 20 |
| 20 | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 4 | 105 | 1 | 7 | 1 | 20 | 1 | 38 |
| 30 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 6 | 110 | 1 | 21 | 1 | 38 | 2 | 3 |
| 40 | 0 | 7 | 0 | 8 | 0 | 9 | 115 | 1 | 39 | 2 | 3 | 2 | 38 |
| 50 | 0 | 10 | 0 | 12 | 0 | 14 | 120 | 2 | 4 | 2 | 39 | 3 | 31 |
| 60 | 0 | 15 | 0 | 17 | 0 | 20 | 125 | 2 | 40 | 3 | 32 | | |
| 70 | 0 | 21 | 0 | 24 | 0 | 27 | 130 | 3 | 33 | | | | |
| 80 | 0 | 28 | 0 | 33 | 0 | 38 | | | | | | | |
| 90 | 0 | 40 | 0 | 47 | 0 | 55 | | | | | | | |

TABLE XX.

# TABLE XX.

## *Relatives au Cercle de Réflexion.*

*Erreurs des ſurfaces du grand Miroir, lorſque ces ſurfaces ſont entre elles un angle de 1′.*

| Angles obſervés. | obſervations à droite. | obſervations à gauche. | obſervations croiſées. |
|---|---|---|---|
| ° 0 | 0″ | 0″ | 0″ |
| 10 | 2 | 1 | 2 |
| 20 | 6 | 2 | 4 |
| 30 | 10 | 1 | 6 |
| 40 | 16 | 0 | 8 |
| 45 | 19 | 1 | 9 |
| 50 | 23 | 2 | 11 |
| 55 | 28 | 4 | 12 |
| 60 | 33 | 6 | 14 |
| 65 | 38 | 8 | 15 |
| 70 | 47 | 10 | 18 |
| 75 | 55 | 13 | 21 |
| 80 | 1′ 4 | 16 | 24 |
| 85 | 1 15 | 19 | 28 |
| 90 | 1 28 | 23 | 32 |
| 95 | 1 43 | 28 | 37 |
| 100 | 2 1 | 33 | 43 |
| 105 | 2 23 | 38 | 53 |
| 110 | 2 50 | 47 | 1′ 2 |
| 115 | 3 23 | 55 | 1 12 |
| 120 | 4 5 | 1′ 4 | 1 31 |
| 125 | 5 0 | 1 15 | 1 53 |
| 130 | 5 58 | 1 28 | 2 15 |

# TABLE XXI.

*De la différence entre la hauteur méridienne d'un Aſtre & ſa hauteur obſervée une minute avant ou après ſon paſſage au Méridien.*

| Latitude. | Diſtance de l'Aſtre au Pole élevé ſur l'Horizon. | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 66° | 68° | 70° | 72° | 74° | 76° | 78° | 80° | 82° | 84° | 86° | 88° | 90° |
| ° | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ |
| 0 | 4,4 | 4,9 | 5,4 | 6,0 | 6,9 | 7,9 | 9,2 | 11,1 | 14,0 | 18,7 | 28,1 | 56,2 | * |
| 2 | 4,8 | 5,3 | 5,9 | 6,8 | 7,8 | 9,2 | 11,1 | 13,9 | 18,6 | 28,0 | 56,1 | * | 56,2 |
| 4 | 5,2 | 5,9 | 6,7 | 7,7 | 9,1 | 11,0 | 13,8 | 18,5 | 27,8 | 55,8 | * | 56,1 | 28,1 |
| 6 | 5,8 | 6,6 | 7,6 | 8,9 | 10,8 | 13,6 | 18,3 | 27,5 | 55,4 | * | 55,8 | 28,0 | 18,7 |
| 8 | 6,4 | 7,5 | 8,8 | 10,7 | 13,4 | 18,1 | 27,3 | 54,9 | * | 55,4 | 27,8 | 18,6 | 14,0 |
| 10 | 7,3 | 8,6 | 10,5 | 13,2 | 17,8 | 26,9 | 54,2 | * | 54,9 | 27,6 | 18,5 | 12,9 | 11,1 |
| 12 | 8,4 | 10,3 | 13,0 | 17,5 | 26,5 | 53,4 | * | 54,2 | 27,3 | 18,3 | 13,8 | 11,1 | 9,2 |
| 14 | 9,8 | 12,7 | 17,1 | 26,0 | 52,5 | * | 53,4 | 26,9 | 18,1 | 13,6 | 11,0 | 9,2 | 7,9 |
| 16 | 12,4 | 16,7 | 25,4 | 51,4 | * | 52,5 | 26,5 | 17,8 | 13,4 | 10,8 | 9,1 | 7,8 | 6,9 |
| 18 | 16,4 | 24,8 | 50,3 | * | 51,4 | 26,0 | 17,5 | 13,2 | 10,7 | 8,9 | 7,7 | 6,8 | 6,0 |
| 20 | 24,2 | 49,0 | * | 50,3 | 25,4 | 17,1 | 13,0 | 10,5 | 8,8 | 7,6 | 6,7 | 6,0 | 5,4 |
| 22 | 47,7 | * | 49,0 | 24,8 | 16,8 | 12,6 | 10,3 | 8,6 | 7,5 | 6,6 | 5,9 | 5,3 | 4,9 |
| 24 | * | 47,7 | 24,2 | 16,3 | 12,4 | 10,0 | 8,4 | 7,3 | 6,4 | 5,8 | 5,2 | 4,8 | 4,4 |
| 26 | 46,2 | 23,5 | 15,9 | 12,1 | 9,8 | 8,2 | 7,1 | 6,3 | 5,7 | 5,2 | 4,7 | 4,3 | 4,0 |
| 28 | 22,7 | 15,4 | 11,7 | 9,5 | 8,0 | 6,9 | 6,2 | 5,5 | 5,0 | 4,6 | 4,3 | 4 0 | 3,7 |
| 30 | 14,9 | 11,3 | 9,2 | 7,8 | 6,8 | 6,0 | 5,3 | 4,9 | 4,5 | 4,2 | 3,9 | 3,6 | 3,4 |
| 32 | 10,9 | 8,9 | 7,5 | 6,6 | 5,8 | 5 2 | 4,8 | 4,4 | 4,1 | 3,8 | 3,5 | 3,3 | 3,1 |
| 34 | 8,5 | 7,3 | 6,3 | 5,6 | 5,1 | 4,6 | 4,3 | 4,0 | 3,7 | 3,5 | 3,3 | 3,1 | 2,9 |
| 36 | 7,0 | 6,1 | 5,4 | 4,9 | 4,5 | 4,1 | 3,8 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,7 |
| 38 | 6,0 | 5,2 | 4,7 | 4,3 | 4,0 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,8 | 2,6 | 2,5 |
| 40 | 5,0 | 4,5 | 4,1 | 3,8 | 3,6 | 3,1 | 3,1 | 3,0 | 2,8 | 2,7 | 2,6 | 2,4 | 2,3 |
| 42 | 4,3 | 4,0 | 3,6 | 3,5 | 3,1 | 3,0 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 |
| 44 | 3,8 | 3,5 | 3,3 | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 |
| 46 | 3,3 | 3,1 | 3,0 | 2,8 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 2,0 | 1,9 |
| 48 | 3,0 | 2,8 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 |
| 50 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 1,9 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,7 |
| 52 | 2,4 | 2,2 | 2,1 | 2,1 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 |
| 54 | 2,1 | 2,0 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 |
| 56 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 |
| 58 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,2 |
| 60 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 |
| 62 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,0 |
| 64 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 66 | 1,1 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| 68 | 1,0 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 |
| 70 | 0,9 | 0,9 | 0 8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 |
| 72 | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| 74 | 0,7 | 0,7 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |
| 76 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| 78 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 |
| 80 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0.4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0.4 | 0,4 |

## Suite de la TABLE XXI.

| Latitude. | 92° | 94° | 96° | 98° | 100° | 102° | 104° | 106° | 108° | 110° | 112° | 114° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ° | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " |
| 0 | 56,2 | 28,1 | 18,7 | 14,1 | 11,1 | 9,2 | 7,9 | 6,9 | 6,0 | 5,4 | 4,9 | 4,4 |
| 2 | 28,2 | 18,7 | 14,0 | 11,2 | 9,3 | 7,9 | 7,0 | 6,2 | 5,5 | 5,0 | 4,6 | 4,1 |
| 4 | 18,7 | 14,0 | 11,2 | 9,3 | 8,0 | 7,0 | 6,2 | 5,5 | 5,0 | 4,5 | 4,1 | 3,8 |
| 6 | 14,0 | 11,2 | 9,3 | 8,0 | 6,9 | 6,1 | 5,5 | 4,9 | 4,5 | 4,2 | 3,9 | 3,6 |
| 8 | 11,2 | 9,3 | 8,0 | 7,0 | 6,2 | 5,6 | 5,0 | 4,6 | 4,2 | 3,9 | 3,6 | 3,4 |
| 10 | 9,3 | 8,0 | 7,0 | 6,2 | 5,6 | 5,0 | 4,6 | 4,2 | 3,9 | 3,6 | 3,4 | 3,2 |
| 12 | 7,9 | 7,0 | 6,2 | 5,6 | 5,1 | 4,6 | 4,3 | 3,9 | 3,7 | 3,4 | 3,2 | 3,0 |
| 14 | 6,9 | 6,1 | 5,5 | 5,1 | 4,6 | 4,2 | 3,9 | 3,7 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,8 |
| 16 | 6,1 | 5,5 | 5,0 | 4,6 | 4,2 | 3,9 | 3,7 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,7 |
| 18 | 5,5 | 4,9 | 4,6 | 4,2 | 3,9 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,7 | 2,6 |
| 20 | 4,9 | 4,5 | 4,2 | 3,9 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,4 |
| 22 | 4,5 | 4,2 | 3,9 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,4 | 2,3 |
| 24 | 4,1 | 3,8 | 3,6 | 3,4 | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,7 | 2,6 | 2,4 | 2,4 | 2,2 |
| 26 | 3,8 | 3,5 | 3,3 | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,7 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 |
| 28 | 3,5 | 3,3 | 3,1 | 2,9 | 2,8 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 |
| 30 | 3,2 | 3,0 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 2,0 |
| 32 | 3,0 | 2,8 | 2,7 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 1,9 | 1,8 |
| 34 | 2,8 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 |
| 36 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 1,9 | 1,9 | 1,8 | 1,7 | 1,7 |
| 38 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 2,1 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 1,6 |
| 40 | 2,2 | 2,2 | 2,1 | 2,0 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 |
| 42 | 2,1 | 2,0 | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 |
| 44 | 1,9 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 |
| 46 | 1,8 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 |
| 48 | 1,7 | 1,7 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 |
| 50 | 1,6 | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,2 |
| 52 | 1,5 | 1,5 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 |
| 54 | 1,4 | 1,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,1 |
| 56 | 1,3 | 1,3 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,0 | 1,0 |
| 58 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 60 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| 62 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| 64 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 |
| 66 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | |
| 68 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | | |
| 70 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,6 | | | |
| 72 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | | | | |
| 74 | 0,6 | 0,6 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | | | | | |
| 76 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | | | | | | |
| 78 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | | | | | | | |
| 80 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | | | | | | | | |

Ad 2.

# TABLE XXII.

## Hauteurs auxquelles il faut obſerver le Soleil pour déterminer l'heure.

| Latitude. | Diſtance polaire du Soleil. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 66° | | 68° | | 70° | | 72° | | 74° | | 76° | | 78° | | 80° | | 82° | | 84° | | 86° | | 88° | |
| ° | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ | ° | ′ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 4 | 55 | 5 | 21 | 5 | 52 | 6 | 29 | 7 | 17 | 8 | 18 | 9 | 40 | 11 | 36 | 14 | 31 | 19 | 30 | 30 | 1 | 90 | 0 |
| 4 | 9 | 53 | 10 | 43 | 9 | 20 | 13 | 3 | 14 | 40 | 16 | 45 | 19 | 36 | 23 | 41 | 30 | 5 | 41 | 52 | 90 | 0 | 30 | 1 |
| 6 | 14 | 53 | 16 | 12 | 17 | 48 | 19 | 46 | 22 | 17 | 25 | 36 | 30 | 11 | 40 | 9 | 48 | 40 | 90 | 0 | 41 | 52 | 19 | 30 |
| 8 | 20 | 1 | 21 | 48 | 24 | 1 | 26 | 46 | 30 | 20 | 35 | 7 | 42 | 1 | 53 | 16 | 90 | 0 | 48 | 41 | 30 | 5 | 14 | 31 |
| 10 | 25 | 16 | 27 | 37 | 30 | 30 | 34 | 11 | 39 | 3 | 45 | 52 | 56 | 38 | 90 | 0 | 53 | 17 | 37 | 0 | 23 | 41 | 11 | 35 |
| 12 | 30 | 44 | 33 | 42 | 37 | 26 | 42 | 17 | 48 | 58 | 59 | 15 | 90 | 0 | 56 | 39 | 42 | 2 | 30 | 11 | 19 | 36 | 9 | 40 |
| 14 | 36 | 30 | 40 | 13 | 45 | 1 | 51 | 31 | 61 | 22 | 90 | 0 | 59 | 15 | 45 | 53 | 35 | 7 | 25 | 36 | 16 | 45 | 8 | 18 |
| 16 | 42 | 39 | 47 | 22 | 50 | 12 | 63 | 6 | 90 | 0 | 61 | 23 | 48 | 59 | 39 | 4 | 30 | 20 | 22 | 17 | 14 | 40 | 7 | 16 |
| 18 | 49 | 26 | 55 | 34 | 64 | 37 | 90 | 0 | 63 | 8 | 51 | 32 | 42 | 17 | 34 | 11 | 26 | 46 | 19 | 46 | 13 | 3 | 6 | 29 |
| 20 | 57 | 13 | 65 | 54 | 90 | 0 | 64 | 40 | 53 | 43 | 45 | 2 | 37 | 27 | 30 | 31 | 24 | 1 | 17 | 48 | 11 | 46 | 5 | 51 |
| 22 | 67 | 5 | 90 | 0 | 65 | 56 | 55 | 35 | 47 | 22 | 40 | 14 | 33 | 43 | 27 | 37 | 21 | 49 | 16 | 12 | 10 | 44 | 5 | 21 |
| 24 | 90 | 0 | 67 | 6 | 57 | 15 | 49 | 27 | 42 | 40 | 36 | 30 | 30 | 45 | 25 | 17 | 20 | 1 | 14 | 53 | 9 | 53 | 4 | 55 |
| 26 | 68 | 7 | 58 | 44 | 51 | 18 | 44 | 50 | 38 | 58 | 33 | 30 | 28 | 19 | 23 | 21 | 18 | 31 | 13 | 48 | 9 | 9 | 4 | 34 |
| 28 | 60 | 3 | 52 | 57 | 46 | 47 | 41 | 10 | 35 | 57 | 31 | 1 | 26 | 17 | 21 | 43 | 17 | 15 | 12 | 52 | 8 | 33 | 4 | 16 |
| 30 | 54 | 26 | 48 | 32 | 43 | 10 | 38 | 11 | 33 | 57 | 28 | 56 | 24 | 34 | 20 | 19 | 16 | 10 | 12 | 4 | 8 | 1 | 4 | 0 |
| 32 | 50 | 8 | 45 | 0 | 40 | 12 | 35 | 41 | 31 | 20 | 27 | 10 | 23 | 6 | 19 | 8 | 15 | 14 | 11 | 23 | 7 | 34 | 3 | 52 |
| 34 | 46 | 40 | 42 | 4 | 37 | 43 | 33 | 33 | 29 | 32 | 25 | 38 | 21 | 50 | 18 | 8 | 14 | 25 | 10 | 46 | 7 | 10 | 3 | 35 |
| 36 | 43 | 48 | 39 | 36 | 35 | 35 | 31 | 43 | 27 | 58 | 24 | 18 | 20 | 43 | 17 | 11 | 13 | 42 | 10 | 15 | 6 | 49 | 3 | 24 |
| 38 | 41 | 22 | 37 | 29 | 33 | 45 | 30 | 8 | 26 | 36 | 23 | 9 | 19 | 44 | 16 | 23 | 13 | 4 | 9 | 47 | 6 | 31 | 3 | 15 |
| 40 | 39 | 15 | 35 | 39 | 32 | 9 | 28 | 44 | 25 | 24 | 22 | 7 | 18 | 52 | 15 | 40 | 12 | 30 | 9 | 21 | 6 | 14 | 3 | 7 |
| 42 | 37 | 26 | 34 | 5 | 30 | 45 | 27 | 30 | 24 | 20 | 21 | 12 | 18 | 6 | 15 | 3 | 11 | 59 | 8 | 59 | 5 | 59 | 2 | 59 |
| 44 | 35 | 50 | 32 | 38 | 29 | 30 | 26 | 25 | 23 | 23 | 20 | 23 | 17 | 25 | 14 | 29 | 11 | 33 | 8 | 39 | 5 | 46 | 2 | 53 |
| 46 | 34 | 26 | 31 | 23 | 28 | 24 | 25 | 27 | 22 | 32 | 19 | 39 | 16 | 48 | 13 | 58 | 11 | 10 | 8 | 21 | 5 | 34 | 2 | 47 |
| 48 | 33 | 11 | 30 | 16 | 27 | 27 | 24 | 34 | 21 | 46 | 19 | 0 | 16 | 15 | 13 | 31 | 10 | 48 | 8 | 5 | 5 | 23 | 2 | 41 |
| 50 | 32 | 4 | 29 | 17 | 26 | 32 | 23 | 48 | 21 | 5 | 18 | 25 | 15 | 45 | 13 | 6 | 10 | 28 | 7 | 50 | 5 | 13 | 2 | 36 |
| 52 | 31 | 5 | 28 | 23 | 25 | 44 | 23 | 6 | 20 | 29 | 17 | 53 | 15 | 18 | 12 | 44 | 10 | 11 | 7 | 37 | 5 | 5 | 2 | 32 |
| 54 | 30 | 11 | 27 | 35 | 25 | 1 | 22 | 28 | 19 | 55 | 17 | 24 | 14 | 53 | 12 | 24 | 9 | 54 | 7 | 25 | 4 | 57 | 2 | 28 |
| 56 | 29 | 23 | 26 | 52 | 24 | 22 | 21 | 53 | 19 | 25 | 16 | 58 | 14 | 32 | 12 | 6 | 9 | 40 | 7 | 14 | 4 | 50 | 2 | 25 |
| 58 | 28 | 40 | 26 | 13 | 23 | 47 | 21 | 22 | 18 | 58 | 16 | 35 | 14 | 12 | 11 | 49 | 9 | 27 | 7 | 4 | 4 | 43 | 2 | 22 |
| 60 | 28 | 1 | 25 | 38 | 23 | 16 | 20 | 54 | 18 | 33 | 16 | 13 | 13 | 54 | 11 | 34 | 9 | 15 | 6 | 56 | 4 | 37 | 2 | 19 |
| 62 | 27 | 26 | 25 | 7 | 22 | 48 | 20 | 30 | 18 | 12 | 15 | 54 | 13 | 37 | 11 | 21 | 9 | 4 | 6 | 48 | 4 | 31 | 2 | 16 |
| 64 | 26 | 54 | 24 | 38 | 22 | 22 | 20 | 7 | 17 | 53 | 15 | 37 | 13 | 23 | 11 | 9 | 8 | 53 | 6 | 41 | 4 | 27 | 2 | 14 |
| 66 | 26 | 26 | 24 | 13 | 22 | 0 | 19 | 46 | 17 | 34 | 15 | 22 | 13 | 10 | 10 | 58 | 8 | 44 | 6 | 34 | 4 | 22 | 2 | 12 |
| 68 | 26 | 1 | 23 | 50 | 21 | 39 | 19 | 28 | 17 | 18 | 15 | 8 | 12 | 58 | 10 | 48 | 8 | 37 | 6 | 28 | 4 | 19 | 2 | 9 |
| 70 | 25 | 39 | 23 | 30 | 21 | 21 | 19 | 12 | 17 | 3 | 14 | 55 | 12 | 47 | 10 | 39 | 8 | 31 | 6 | 23 | 4 | 13 | 2 | 8 |
| 72 | 25 | 19 | 23 | 12 | 21 | 5 | 18 | 54 | 16 | 51 | 14 | 44 | 12 | 38 | 10 | 31 | 8 | 25 | 6 | 19 | 4 | 12 | 2 | 6 |
| 74 | 25 | 2 | 22 | 56 | 20 | 51 | 18 | 45 | 16 | 40 | 14 | 35 | 12 | 30 | 10 | 25 | 8 | 20 | 6 | 15 | 4 | 9 | 2 | 5 |
| 76 | 24 | 47 | 22 | 43 | 20 | 39 | 18 | 34 | 16 | 30 | 14 | 27 | 12 | 23 | 10 | 19 | 8 | 15 | 6 | 11 | 4 | 7 | 2 | 4 |
| 78 | 24 | 34 | 22 | 31 | 20 | 29 | 18 | 25 | 16 | 22 | 14 | 19 | 12 | 16 | 10 | 14 | 8 | 11 | 6 | 8 | 4 | 5 | 2 | 3 |
| 80 | 24 | 24 | 22 | 22 | 20 | 20 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 14 | 12 | 11 | 10 | 10 | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 | 4 | 2 | 2 |

# TABLE XXIII.

*Correction qu'il faut appliquer à l'heure de l'établissement du Port, pour avoir le tems de la pleine mer, à un jour proposé.*

| Intervalle de Tems. | | Après la syzygie. Addit. | | Avant la quadrat. Addit. | | Après la quadrat. Addit. | | Avant la syzygie. Soustract. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| J. | H. | H. | M. | H. | M. | H. | M. | H. | M. |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 6 | 5 | 6 | 0 | 0 |
| | 3 | 0 | 4 | 4 | 58 | 5 | 14 | 0 | 4 |
| | 6 | 0 | 8 | 4 | 51 | 5 | 22 | 0 | 9 |
| | 9 | 0 | 13 | 4 | 44 | 5 | 31 | 0 | 13 |
| | 12 | 0 | 17 | 4 | 37 | 5 | 40 | 0 | 17 |
| | 15 | 0 | 22 | 4 | 30 | 5 | 50 | 0 | 22 |
| | 18 | 0 | 26 | 4 | 23 | 6 | 0 | 0 | 27 |
| | 21 | 0 | 31 | 4 | 16 | 6 | 10 | 0 | 32 |
| 1 | 0 | 0 | 36 | 4 | 9 | 6 | 20 | 0 | 37 |
| | 3 | 0 | 41 | 4 | 3 | 6 | 29 | 0 | 42 |
| | 6 | 0 | 45 | 3 | 56 | 6 | 39 | 0 | 47 |
| | 9 | 0 | 49 | 3 | 50 | 6 | 49 | 0 | 52 |
| | 12 | 0 | 54 | 3 | 44 | 6 | 58 | 0 | 57 |
| | 15 | 0 | 58 | 3 | 38 | 7 | 8 | 1 | 2 |
| | 18 | 1 | 2 | 3 | 32 | 7 | 18 | 1 | 7 |
| | 21 | 1 | 7 | 3 | 27 | 7 | 27 | 1 | 12 |
| 2 | 0 | 1 | 11 | 3 | 21 | 7 | 37 | 1 | 17 |
| | 3 | 1 | 15 | 3 | 16 | 7 | 46 | 1 | 23 |
| | 6 | 1 | 19 | 3 | 11 | 7 | 56 | 1 | 28 |
| | 9 | 1 | 24 | 3 | 6 | 8 | 5 | 1 | 33 |
| | 12 | 1 | 28 | 3 | 1 | 8 | 14 | 1 | 39 |
| | 15 | 1 | 32 | 2 | 56 | 8 | 23 | 1 | 45 |
| | 18 | 1 | 37 | 2 | 50 | 8 | 31 | 1 | 51 |
| | 21 | 1 | 41 | 2 | 45 | 8 | 39 | 1 | 57 |
| 3 | 0 | 1 | 46 | 2 | 40 | 8 | 47 | 2 | 4 |
| | 3 | 1 | 50 | 2 | 35 | 8 | 55 | 2 | 10 |
| | 6 | 1 | 54 | 2 | 30 | 9 | 2 | 2 | 16 |
| | 9 | 1 | 59 | 2 | 25 | 9 | 9 | 2 | 23 |
| | 12 | 2 | 3 | 2 | 21 | 9 | 17 | 2 | 29 |
| | 15 | 2 | 7 | 2 | 16 | 9 | 24 | 2 | 36 |
| | 18 | 2 | 12 | 2 | 12 | 9 | 31 | 2 | 44 |
| | 21 | 2 | 16 | 2 | 7 | 9 | 37 | 2 | 51 |
| 4 | 0 | 2 | 21 | 2 | 3 | 9 | 44 | 2 | 58 |

## TABLE XXIV.

Des Latitudes croiſſantes, ou des Longueurs qu'on doit donner aux diviſions du Méridien dans les Cartes réduites.

| M. | D. | Long | D. | Long | D. | Long | D. | Long. | D. | Long. | D. | Long | D. | Long. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 7 | 421 | 14 | 848 | 21 | 1289 | 28 | 1751 | 35 | 2 244 | 42 | 2782 |
| 10 | | 10 | | 431 | | 859 | | 1300 | | 1762 | | 2256 | | 2795 |
| 20 | | 20 | | 441 | | 869 | | 1311 | | 1774 | | 2269 | | 2809 |
| 30 | | 30 | | 451 | | 879 | | 1321 | | 1785 | | 2281 | | 2822 |
| 40 | | 40 | | 461 | | 890 | | 1332 | | 1797 | | 2293 | | 2836 |
| 50 | | 50 | | 471 | | 900 | | 1343 | | 1808 | | 2306 | | 2849 |
| 0 | 1 | 60 | 8 | 482 | 15 | 910 | 22 | 1354 | 29 | 1819 | 36 | 2318 | 43 | 2863 |
| 10 | | 70 | | 492 | | 921 | | 1364 | | 1831 | | 2330 | | 2877 |
| 20 | | 80 | | 502 | | 931 | | 1375 | | 1842 | | 2343 | | 2890 |
| 30 | | 90 | | 512 | | 941 | | 1386 | | 1854 | | 2355 | | 2904 |
| 40 | | 100 | | 522 | | 952 | | 1397 | | 1865 | | 2368 | | 2918 |
| 50 | | 110 | | 532 | | 962 | | 1408 | | 1877 | | 2380 | | 2932 |
| 0 | 2 | 120 | 9 | 542 | 16 | 973 | 23 | 1419 | 30 | 1888 | 37 | 2393 | 44 | 2946 |
| 10 | | 130 | | 552 | | 983. | | 1429 | | 1900 | | 2405 | | 2960 |
| 20 | | 140 | | 562 | | 993 | | 1440 | | 1911 | | 2418 | | 2974 |
| 30 | | 150 | | 573 | | 1004 | | 1451 | | 1923 | | 2430 | | 2988 |
| 40 | | 160 | | 583 | | 1014 | | 1462 | | 1935 | | 2443 | | 3002 |
| 50 | | 170 | | 593 | | 1025 | | 1473 | | 1946 | | 2456 | | 3016 |
| 0 | 3 | 180 | 10 | 603 | 17 | 1035 | 24 | 1484 | 31 | 1958 | 38 | 2468 | 45 | 3030 |
| 10 | | 190 | | 613 | | 1046 | | 1495 | | 1970 | | 2481 | | 3044 |
| 20 | | 200 | | 623 | | 1056 | | 1506 | | 1981 | | 2494 | | 3058 |
| 30 | | 210 | | 634 | | 1067 | | 1517 | | 1993 | | 2506 | | 3073 |
| 40 | | 220 | | 644 | | 1077 | | 1528 | | 2005 | | 2519 | | 3087 |
| 50 | | 230 | | 654 | | 1088 | | 1539 | | 2017 | | 2532 | | 3101 |
| 0 | 4 | 240 | 11 | 664 | 18 | 1098 | 25 | 1550 | 32 | 2028 | 39 | 2545 | 46 | 3116 |
| 10 | | 250 | | 674 | | 1109 | | 1561 | | 2040 | | 2558 | | 3130 |
| 20 | | 260 | | 684 | | 1119 | | 1572 | | 2052 | | 2571 | | 3144 |
| 30 | | 270 | | 695 | | 1130 | | 1583 | | 2064 | | 2584 | | 3159 |
| 40 | | 280 | | 705 | | 1140 | | 1594 | | 2076 | | 2597 | | 3173 |
| 50 | | 290 | | 715 | | 1151 | | 1605 | | 2088 | | 2610 | | 3188 |
| 0 | 5 | 300 | 12 | 725 | 19 | 1161 | 26 | 1616 | 33 | 2099 | 40 | 2623 | 47 | 3203 |
| 10 | | 310 | | 736 | | 1172 | | 1628 | | 2111 | | 2636 | | 3217 |
| 20 | | 320 | | 746 | | 1183 | | 1639 | | 2123 | | 2649 | | 3232 |
| 30 | | 330 | | 756 | | 1193 | | 1650 | | 2135 | | 2662 | | 3247 |
| 40 | | 341 | | 766 | | 1204 | | 1661 | | 2147 | | 2675 | | 3262 |
| 50 | | 351 | | 776 | | 1214 | | 1672 | | 2159 | | 2688 | | 3277 |
| 0 | 6 | 361 | 13 | 787 | 20 | 1225 | 27 | 1684 | 34 | 2171 | 41 | 2702 | 48 | 3291 |
| 10 | | 371 | | 797 | | 1236 | | 1695 | | 2184 | | 2715 | | 3306 |
| 20 | | 381 | | 807 | | 1246 | | 1706 | | 2196 | | 2728 | | 3321 |
| 30 | | 391 | | 818 | | 1257 | | 1717 | | 2208 | | 2741 | | 3337 |
| 40 | | 401 | | 828 | | 1268 | | 1729 | | 2220 | | 2755 | | 3352 |
| 50 | | 411 | | 838 | | 1278 | | 1740 | | 2232 | | 2768 | | 3367 |

Digitized by Google

## Suite de la TABLE XXIV.

| M. | D. | Long. | D. | Long. | D. | Long. | D. | Long. | D. | Long. | D. | Long. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 49 | 3382 | 56 | 4074 | 63 | 4905 | 70 | 5966 | 77 | 7467 | 84 | 10137 |
| 10 | | 3397 | | 4092 | | 4927 | | 5995 | | 7512 | | 10234 |
| 20 | | 3413 | | 4110 | | 4949 | | 6025 | | 7557 | | 10334 |
| 30 | | 3428 | | 4128 | | 4972 | | 6055 | | 7603 | | 10437 |
| 40 | | 3443 | | 4146 | | 4994 | | 6085 | | 7650 | | 10543 |
| 50 | | 3459 | | 4164 | | 5017 | | 6115 | | 7697 | | 10652 |
| 0 | 50 | 3474 | 57 | 4183 | 64 | 5039 | 71 | 6146 | 78 | 7745 | 85 | 10765 |
| 10 | | 3490 | | 4201 | | 5062 | | 6177 | | 7793 | | 10881 |
| 20 | | 3506 | | 4219 | | 5085 | | 6208 | | 7842 | | 11002 |
| 30 | | 3521 | | 4238 | | 5108 | | 6239 | | 7892 | | 11127 |
| 40 | | 3537 | | 4257 | | 5132 | | 6271 | | 7942 | | 11257 |
| 50 | | 3553 | | 4275 | | 5155 | | 6303 | | 7994 | | 11392 |
| 0 | 51 | 3569 | 58 | 4294 | 65 | 5179 | 72 | 6335 | 79 | 8046 | 86 | 11533 |
| 10 | | 3585 | | 4313 | | 5202 | | 6367 | | 8099 | | 11679 |
| 20 | | 3601 | | 4332 | | 5226 | | 6400 | | 8152 | | 11832 |
| 30 | | 3617 | | 4351 | | 5250 | | 6433 | | 8207 | | 11992 |
| 40 | | 3633 | | 4370 | | 5275 | | 6467 | | 8262 | | 12160 |
| 50 | | 3649 | | 4390 | | 5299 | | 6500 | | 8318 | | 12336 |
| 0 | 52 | 3665 | 59 | 4409 | 66 | 5323 | 73 | 6534 | 80 | 8375 | 87 | 12522 |
| 10 | | 3681 | | 4429 | | 5348 | | 6569 | | 8433 | | 12719 |
| 20 | | 3698 | | 4448 | | 5373 | | 6603 | | 8492 | | 12927 |
| 30 | | 3714 | | 4468 | | 5398 | | 6638 | | 8552 | | 13149 |
| 40 | | 3731 | | 4488 | | 5423 | | 6674 | | 8614 | | 13387 |
| 50 | | 3747 | | 4507 | | 5448 | | 6710 | | 8676 | | 13641 |
| 0 | 53 | 3764 | 60 | 4527 | 67 | 5474 | 74 | 6746 | 81 | 8739 | 88 | 13917 |
| 10 | | 3780 | | 4547 | | 5500 | | 6782 | | 8804 | | 14216 |
| 20 | | 3797 | | 4568 | | 5526 | | 6819 | | 8869 | | 14543 |
| 30 | | 3814 | | 4588 | | 5552 | | 6856 | | 8936 | | 14906 |
| 40 | | 3831 | | 4608 | | 5578 | | 6894 | | 9005 | | 15311 |
| 50 | | 3848 | | 4629 | | 5604 | | 6932 | | 9074 | | 15770 |
| 0 | 54 | 3865 | 61 | 4649 | 68 | 5631 | 75 | 6970 | 82 | 9146 | 89 | 16300 |
| 10 | | 3882 | | 4670 | | 5658 | | 7009 | | 9218 | | 16926 |
| 20 | | 3899 | | 4691 | | 5685 | | 7048 | | 9292 | | 17694 |
| 30 | | 3916 | | 4712 | | 5712 | | 7088 | | 9368 | | 18682 |
| 40 | | 3933 | | 4733 | | 5739 | | 7128 | | 9446 | | 20075 |
| 50 | | 3951 | | 4754 | | 3767 | | 7169 | | 9525 | | 22458 |
| 0 | 55 | 3968 | 62 | 4775 | 69 | 5794 | 76 | 7210 | 83 | 9606 | 90 | Infini. |
| 10 | | 3985 | | 4796 | | 5822 | | 7251 | | 9689 | | |
| 20 | | 4003 | | 4818 | | 5851 | | 7294 | | 9774 | | |
| 30 | | 4021 | | 4839 | | 5879 | | 7336 | | 9861 | | |
| 40 | | 4038 | | 4861 | | 5908 | | 7379 | | 9951 | | |
| 50 | | 4056 | | 4883 | | 5937 | | 7423 | | 10043 | | |

## TABLE XXV.

*Du nombre de Toiſes, dont il faut diminuer la hauteur des lieux vus dans la ligne Horizontale;* Fig. 75.

| N N′. | A M. | N N′. | A M. | N N′. | A M. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6761 | 34 | 39427 | 67 | 55344 |
| 2 | 9562 | 35 | 40002 | 68 | 55758 |
| 3 | 11711 | 36 | 40570 | 69 | 56166 |
| 4 | 13523 | 37 | 41130 | 70 | 56571 |
| 5 | 15119 | 38 | 41680 | 71 | 56974 |
| 6 | 16562 | 39 | 42226 | 72 | 57374 |
| 7 | 17889 | 40 | 42764 | 73 | 57770 |
| 8 | 19124 | 41 | 43296 | 74 | 58165 |
| 9 | 20285 | 42 | 43820 | 75 | 58556 |
| 10 | 21388 | 43 | 44338 | 76 | 58940 |
| 11 | 22425 | 44 | 44851 | 77 | 59333 |
| 12 | 23422 | 45 | 45357 | 78 | 59719 |
| 13 | 24379 | 46 | 45860 | 79 | 60098 |
| 14 | 25300 | 47 | 46354 | 80 | 60477 |
| 15 | 26187 | 48 | 46845 | 81 | 60855 |
| 16 | 27046 | 49 | 47331 | 82 | 61230 |
| 17 | 27879 | 50 | 47812 | 83 | 61600 |
| 18 | 28687 | 51 | 48287 | 84 | 61970 |
| 19 | 29470 | 52 | 48758 | 85 | 62338 |
| 20 | 30238 | 53 | 49224 | 86 | 62705 |
| 21 | 30985 | 54 | 49687 | 87 | 63069 |
| 22 | 31715 | 55 | 50144 | 88 | 63430 |
| 23 | 32427 | 56 | 50599 | 89 | 63788 |
| 24 | 33125 | 57 | 51049 | 90 | 64146 |
| 25 | 33808 | 58 | 51495 | 91 | 64501 |
| 26 | 34478 | 59 | 51937 | 92 | 64854 |
| 27 | 35134 | 60 | 52375 | 93 | 65206 |
| 28 | 35778 | 61 | 52810 | 94 | 65556 |
| 29 | 36412 | 62 | 53240 | 95 | 65903 |
| 30 | 37035 | 63 | 53668 | 96 | 66250 |
| 31 | 37647 | 64 | 54092 | 97 | 66595 |
| 32 | 38249 | 65 | 54514 | 98 | 66937 |
| 33 | 38842 | 66 | 54931 | 99 | 67277 |
| 34 | 39427 | 67 | 55344 | 100 | 67615 |

TABLE XXVI.

# TABLE XXVI.

*ÉTABLISSEMENT du Port, ou heure de la pleine mer le jour de la nouvelle & pleine lune, dans les différens pays de la Terre, par le Citoyen* LALANDE.

Explication des Chiffres qui ſervent de citations dans la Table. 1701. Éphémérides pour 1701, imprimées à Rouen. 1717. Connoiſſance des temps de 1717. 1753. Saverien, Dictionnaire de Mathématiques. 1754. État du Ciel, de M. Pingré, pour la même année. 1770. M. de Fourcroy dans des Notes manuſcrites. 1759. Connoiſſance des temps de la même année, & des années ſuivantes. Table de marées, imprimée en 1743, & inſérée dans le petit Manuel des Pilotes. Robertſon, Élémens de Navigation en Anglais, édition de 1772.

## CÔTES D'ESPAGNE ET DE PORTUGAL.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Gibraltar, ſuivant la table de Robertſon . . . . 1772, | 0 | 0 |
| Cadix, ſuivant la table qui eſt dans M. Saverien, 1753, | 1 | 30 |
| Suivant l'état du ciel, de M. Pingré . . . . . 1754, | 0 | 0 |
| Suivant M. de Fleurieu, voyage de la Flore, tom. 1, page 466 . . . . . & ſuivant Robertſon, | 4 | 30 |
| Suivant la table des marées, | 2 | 0 |
| Par vingt-quatre obſervations que j'ai reçues de Cadix, faites, en 1773, par M. Toſigno . . . . . | 1 | 10 |
| La hauteur des grandes marées y eſt de 10 à 11 pieds, excepté par les vents de l'équinoxe qui la font augmenter. Suivant M. de Fleurieu, elle va juſqu'à 15 pieds; elle n'alla pas à 11 pieds dans la nouvelle lune périgée de l'équinoxe d'automne 1773, mais le vent étoit à l'Eſt. | | |
| Port de Caraque, rade de Pontal, chenal de Trocadero, près de Cadix, ſuivant M. de Fleurieu, le 2 mars 1769. . . . . | 3 | 0 |
| Sur toute la côte juſqu'au cap Sainte-Marie. . . 1753, | 1 | 30 |
| San-Lucar de Barameda. . . . . 1754, | 1 | 45 |
| Palos & Guelva. . . . . 1754, | 0 | 45 |
| Lèpe, Aymonte en Andalouſie, Tavila, 1754, & la table, | 1 | 30 |
| Faras ou Farao. . . . . 1754, | 2 | 15 |
| Rade de Faras. . . . . 1753, | 2 | 30 |
| Cap Saint-Vincent, ſuivant la table des marées citée ci-deſſus. . . . . | 3 | 0 |
| Setuval. . . . . 1753. . . . . | 4 | 15 |
| 1754 & la table, | 4 | 30 |
| Lisbonne. . . . . 1754, | 4 | 0 |
| Suivant Robertſon, | 2 | 15 |
| Suivant le Neptune Flamand, ſuivant les obſervations d'Euſébio da Veig S. Jeſu, & celle de M. Ciera, Aſtronome. . . . . | 2 | 30 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Mais le ſecond & le troiſieme jour, on obſerve une différence conſidérable. Les grandes marées ſont de 10 pieds anglais dans la partie étroite de l'embouchure du port, mais de 5 pieds ſeulement ſur les côtes. | | |
| La marée eſt ſenſible dans le Tage, 13 lieues au-deſſus de Lisbonne & d'Alméida. | | |
| Riviere de Lisbonne. . . . . 1753, | 3 | 30 |
| Côtes occidentales des deux royaumes, & côtes ſeptentrionales d'Eſpagne, juſqu'à la riviere de Montego, 1753, 1754, table des marées. . . . . | 3 | 0 |
| Ports & Havres des deux royaumes, 1754, table des marées . . . . . | 3 | 45 |
| Toute la côte, depuis la riviere de Lisbonne, juſqu'à Rio-Minho . . . . . 1753, | 3 | 0 |
| Depuis Caminha juſquà Ribadeos, & ſur les côtes de Galice . . . . . 1753, | 3 | 45 |
| Depuis Ribadeos juſqu'à Fontarabie . . . . . 1753, | 3 | 0 |
| Cap Coriane, Corunna, ou Groin, près du cap Finiſtere. . . . . Robertſon, | 3 | 0 |
| Sur les côtes d'Eſpagne, depuis le détroit de Gibraltar, juſqu'au cap Sainte-Marie, la mer monte de 10 pieds; juſqu'au cap Finiſtere, de 12 pieds, & de-là juſqu'à Saint-Jean-de-Luz, de 15 pieds. | | |

## Côtes de France.

| *Gaſcogne & Guyenne.* | H. | M. |
|---|---|---|
| Sur toutes les côtes de Gaſcogne en général. . . . . | 3 | 0 |
| Saint-Jean-de-Luz, Mimiſſan, 15 lieues au Nord de Bayonne, 1753, 1759. . . . . Robertſon. | 3 | 30 |
| 1754, & la table. . . . . | 3 | 15 |
| Bayonne, Mém. Acad. 1710, pag. 383 . . . . . | 3 | 30 |
| 1754, & la table. . . . . | 3 | 45 |
| Embouchure de la Garonne, 1701, 1717, 1753, 1759, | 3 | 0 |
| 1754, & la table. . . . . | 4 | 30 |
| Bordeaux, ſuivant les obſervations de M. l'abbé Dupont de Jumeaux . . . . . | 6 | 40 |
| Au Nord de la tour de Cordouan, ſuivant la table. . | 4 | 30 |
| Au Sud de la tour de Cordouan, 1754, & la table, | 3 | 45 |
| Royan & Baſſin d'Arcaſſon . . . . . | 3 | 45 |
| Le long de toutes ces côtes la mer monte de 15 pieds, ainſi qu'à Bordeaux & à Bayonne; dans la Garonne, l'élévation eſt ſenſible juſqu'à Langon, & même environ 4 lieues plus haut, à la Réole, 10 lieues au-deſſus de Bordeaux, du moins dans les grandes marées du mois d'Août. | | |

| AUNIS ET POITOU. | H. | M. |
|---|---|---|
| Sur toutes les côtes de ces provinces en général, 1759, | 3 | |
| La Rochelle, 1753, 1754, 1759. . . . . Robertſon, | 3 | 45 |
| Suivant la Table. | 3 | 0 |
| Brouage. . . . . 1754, 1759, | 3 | 45 |
| Embouchures de la Seudre & de la Charente. . . 1753, | 3 | 45 |
| Rochefort . . . . . 1754, 1759, Robertſon, | 4 | 15 |
| Suivant la table, | 3 | 30 |
| Iſle de Rhé, . . . . . 1701, 1717, 1753, 1759, . . . . . Robertſon, | 3 | 0 |
| 1754, & la table, | 3 | 15 |
| Pertuis d'Antioche & Pertuis Breton, 1753, & 1754, | 3 | 0 |
| Suivant la table, | 3 | 30 |
| Ollone . . . . . 1754, | 3 | 30 |
| Iſle-Dieu. . . . . 1753, & la table, | 3 | 0 |
| Beauvoir, vis-à-vis de l'iſle de Noirmouſtier, . . . . . 1753, 1759, | 3 | 15 |
| 1754, & la table, | 3 | 30 |
| Au Chapus . . . . . 1754, & la table, | 3 | 30 |
| La mer monte ſur toutes ces côtes de 18 pieds, ſuivant M. Pingré; & cela eſt conforme aux obſervations faites à l'embouchure de la Charente. Mais ſuivant Bélidor, ſur toutes ces côtes, ainſi qu'à la Rochelle & aux rades de l'iſle de Rhé & de Chef-de-Bois, la mer monte de 15 pieds. | | |

| BRETAGNE. | H. | M. |
|---|---|---|
| Côtes méridionales de Bretagne . . . . . 1753, 1754, | 3 | 0 |
| Cela a lieu depuis le Raz excluſivement, juſqu'à la pointe de Minden incluſivement. | | |
| Iſle de Noirmouſtier. . . . . 1754, | 3 | 15 |
| Bourgneuf . . . . . 1754, | 4 | 0 |
| Embouchure de la Loire, 1759, . . . . Robertſon, | 3 | 0 |
| 1753. . . . . | 3 | 15 |
| 1754, & ſuivant M. Lévêque, | 3 | 45 |
| Paimbœuf . . . . . 1753, | 5 | 15 |
| 1754, | 5 | 0 |
| Nantes . . . . . Bélidor, | 3 | 45 |
| Mais ſuivant M. Lévêque . . . . . | 6 | 0 |
| Le Croiſic . . . . . 1717, 1753, 1759, | 3 | 0 |
| 1754 . . . . . | 3 | 45 |
| Dans la table des marées, | 3 | 30 |
| La Bonne-Ance . . . . . 1753, | 3 | 15 |
| La Roche-Bernard . . . . . 1753, 1754, 1759, | 4 | 30 |

*Suite de la* TABLE XXVI.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Port-Blanc. . . . . 1701, 1717, 1754, 1759, | 4 | 15 |
| Embouchure de la Villaine. . . . . 1754, | 3 | 45 |
| Pennerf . . . . . 1717, 1753, 1759, | 3 | 45 |
| Le Morbihan, 1717, 1753, 1759. . . . . & la table, | 3 | 0 |
| 1754. | 3 | 45 |
| Vannes, 1701, 1717, 1753, 1759, la table & Robertſon, | 3 | 45 |
| . . . . . 1754, | 1 | 45 |
| Auray . . . . . 1717, 1753, 1754, 1759, | 3 | 45 |
| Belle-Iſle, 1701, 1717, 1753, 1759. . . . Robertſon, | 3 | 30 |
| On a mis par erreur, dans quelques livres, 1$^{h}$30'; mais ſuivant l'aſſemblee des Pilotes que j'ai conſultés, c'eſt | 3 | 36 |
| Iſle de Groix. . . . . 1754, | 1 | 45 |
| L'Orient (*Mém. de l'Acad.* 1720) . . . . . | 3 | 30 |
| La marée va juſqu'à 16 pieds dans les ſyzygies périgées. | | |
| Port-Louis, ou Blavet, 1717, 1753, 1759, Robertſon, | 3 | 0 |
| 1754, & la table, | 4 | 0 |
| Concarneau, . . . . 1717, 1753, 1759, & Robertſon, | 3 | 0 |
| 1754, & la table, | 3 | 45 |
| Benaudet . . . . . 1754, & la table, | 3 | 30 |
| Penmark, Audierne. . . . . 1717, 1753, 1759, | 2 | 15 |
| . . . . . 1754, | 3 | 0 |
| Suivant la table des marées, | 3 | 30 |
| Raz de Fontenay . . . . . 1717, 1753, 1759, | 2 | 15 |
| . . . . . 1754, & la table | 4 | 0 |
| Port & rade de Breſt (*Mém. de l'Acad.* 1714, p. 248), | 3 | 28 |
| Suivant mes calculs, | 3 | 37 |
| Rade de Bertheaume . . . . . 1753, | 3 | 0 |
| Paſſage de l'Yroiſe . . . . . 1753, | 3 | 45 |
| Dans l'Yroiſe. . . . . 1754 & ſuivant la table, | 4 | 15 |
| Conquet, 1717, 1753, 1759 . . . . . & Robertſon, | 2 | 15 |
| 1754, | 3 | 0 |
| Cap du Four, . . . . . 1701, 1717, 1753, 1759, | 2 | 45 |
| Paſſage du Four, entre la Bretagne & l'Iſle d'Oueſſant . . . . . 1754, | 4 | 0 |
| Entre Oueſſant & Terre-ferme . . . . . 1753. | 3 | 45 |
| Iſle d'Oueſſant, en Anglais *Ushant* . . . . Robertſon, | 4 | 30 |
| En-dehors d'Oueſſant, en mer. . . . . 1754, | 4 | 30 |
| Porſal. . . . . 1754, | 5 | 0 |
| Abreverak, côte ſeptentrionale de Bretagne . . 1753, | 3 | 30 |
| Robertſon, | 4 | 30 |
| Iſle de Bas, près S. Paul-de-Léon . . . . . 1753, | 3 | 15 |
| 1754, & ſuivant la table, | 5 | 15 |
| Robertſon, | 3 | 45 |
| Saint-Paul-de-Léon, 1701, 1717, 1753, 1759, Ro- | | |
| . . . . . bertſon, | 4 | 0 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| 1754, & ſuivant la table, | 5 | 15 |
| Morlaix, l'embouchure de la riviere, . . . . . 1753, | 4 | 0 |
| 1754, & ſuivant la table, | 5 | 15 |
| Les ſept iſles, au nord de Tréguier, . . . . . 1753, | 5 | 0 |
| Tréguier . . . . . 1754, | 5 | 30 |
| Iſles de Bréhat. . . . . 1753, | 5 | 0 |
| 1754, & ſuivant la table, | 6 | 0 |
| Rade de la Frenaye, près Saint-Caſt, entre S. Brieuc & S. Malo. . . . . 1754, | 6 | 0 |
| Saint-Malo, Cancale, 1701, 1717, 1753, 1754, 1759. . . . . Robertſon, | 6 | 0 |

La mer monte de 18 pieds ſur les côtes méridionales de Bretagne, depuis l'embouchure de la Loire, juſqu'au Raz de Fontenai, dans l'Yroiſe & au paſſage du Four; de 20 pieds dans les rades de Douarnenez & de Bertheaume; de 25 pieds à l'Iſle de Bas; de 30 pieds aux ſept Iſles; de 45 pieds à Bréhat, Saint-Malo & Cancale.

Les marées de Saint-Malo paroiſſent être les plus grandes qu'on ait obſervées dans aucun pays du monde; on aſſure qu'elles vont juſqu'à 50 pieds.

## NORMANDIE.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Mont Saint-Michel, Pontorſon. . . . . 1754, 1759, | 6 | 30 |
| Granville. . . . . 1701, 1717, 1753, 1759 | 6 | 45 |
| 1754, | 6 | 30 |
| Barneville. . . . . 1701, 1717, 1753, 1759, | 7 | 0 |
| Caskets, dans l'iſle de Greneſey ou Guernſey, comme l'appellent les Anglais . . . . . Robertſon, | 8 | 15 |
| Iſle de Greneſey . . . . . Robertſon, | 9 | 30 |
| Iſles de Jerſey & d'Aurigny. . . . . 1754, | 9 | 30 |
| Iſle d'Alderney; lat. 49° 48′, long. 15° 34′, Robertſon, | 12 | 0 |
| Anſe de Vauville. . . . . 1753, | 6 | 30 |
| Dans le Raz de Blanchart, entre le Cap de la Hague & l'iſle d'Aurigny . . . . . 1754, | 12 | 45 |
| Robertſon, | 0 | 0 |
| Anſe de Saint-Martin, à l'Orient du Cap de la Hague, . . . . . 1753. | 6 | 45 |
| Cap de la Hague, ou de la Hougue . . . . . 1754, | 12 | 30 |
| Cherbourg. . . . . 1759, Robertſon, | 7 | 30 |
| 1754, & la table, | 7 | 45 |
| Au large de Cherbourg . . . . . 1754, | 10 | 15 |
| Barfleur, 1701, 1707, 1753, 1759. . . . Robertſon, | 7 | 30 |
| 1754, & ſuivant la table, | 10 | 30 |
| La Hougue, au midi de Barfleur . . . . . 1753, | 8 | 15 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| 1754, & la table, | 8 | 0 |
| Au large de la Hougue. . . . . 1754, & la table, | 10 | 30 |
| Iſigny. . . . . 1701, 1717, 1753, 1759, | 8 | 0 |
| 1754, & ſuivant la table, | 10 | 0 |
| Port en Beſſin, au nord de Bayeux, . . . . . 1759, | 8 | 0 |
| Etrehan . . . . . 1701, 1717, 1753, 1759, | 8 | 30 |
| 1754, & la table, | 10 | 0 |
| Dive . . . . . 1701, 1717, 2753, 1759, | 8 | 30 |
| 1754, | 9 | 0 |
| Caen, embouchure de la Seine, le Havre, 1753, 1754, . . . . . 1759, Suivant la table, & ſuivant Robertſon, | 9 | 0 |
| Le Havre, 9$^{h}$ 26$'$ du matin (*Mém. Acad.* 1710); mais ſuivant ma maniere de compter, c'eſt 9$^{h}$ 40$'$ du ſoir. | 9 | 40 |
| Quillebeuf, ſur la Seine . . . . . 1754, | 10 | 30 |
| Rouen, 1701, 1717, 1753, 1754, 1759, Robertſon, | 1 | 15 |
| Table des marées. | 2 | 15 |
| Honfleur . . . . . 1701, 1717, & Robertſon, | 9 | 0 |
| 1754, & ſuivant la table, | 9 | 15 |
| Toute la côte, depuis la Hougue juſqu'au Cap de Caux . . . . . 1753, | 9 | 0 |
| Feſcamp, Saint-Valery-en-Caux, 1701, 1717, 1753, . . . . . 1759, | 9 | 45 |
| 1754, & ſuivant la table. | 10 | 0 |
| Dieppe . . . . . 1701, 1717, 1753, 1759, Robertſon, | 10 | 30 |
| 1754, & ſuivant la table, | 10 | 15 |
| Treport, à l'orient de Dieppe, en Normandie . . . . | 10 | 30 |

La mer monte de 36 à 40 pieds à Granville, au Mont Saint-Michel & aux iſles anglaiſes; de 18 pieds depuis la Hougue juſqu'au chef de Caux.

Ainſi, depnis Breſt juſqu'au Mont Saint-Michel, la hauteur augmente de 8 pouces par lieue.

## PICARDIE.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Côtes depuis Tréport en Normandie, juſqu'à Ambleteuſe. . . . . 1733, | 11 | 0 |
| 1754, | 10 | 30 |
| A l'entrée de la Somme, ſuivant la table. . . . . | 10 | 30 |
| 1701, Robertſon, | 11 | 0 |
| 1754, | 10 | 3 |
| Saint-Valery en Somme, Étaples, l'embouchure de la Canche, . . . . . ſuivant la table, | 10 | 45 |
| Suivant Robertſon, Saint-Valery . . . . . | 10 | 30 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Étaples | 11 | 0 |
| Boulogne | 11 | 0 |
| Ambleteuſe, les Marins les plus exercés la jugent a 11 h du matin, 1753 1754, 1759, | 11 | 0 |
| Calais. 1754, 1759, & Robertſon. | 11 | 30 |
| Par les calculs de M. de Fourcroy | 11 | 48 |

La mer monte de 15 pieds, depuis le chef de Caux juſqu'au pas de Calais. A Calais, la hauteur moyenne, dans les ſyzygies, eſt de 18 pieds & demi, & à Dunkerque 17 pieds & demi; mais il y a juſqu'à 3 pieds & demi de plus dans des tempêtes extraordinaires.

## Flandre.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Sur toutes les côtes près de terre 1754, | 12 | 0 |
| Hors les bancs en mer, & dans le canal entre l'Angleterre & la Flandre. 1753, 1754. | 3 | 0 |
| Gravelines, 1754, & ſuivant la table des marées, | 11 | 30 |
| 1770, | 11 | 45 |
| Robertſon, | 0 | 0 |
| Dunkerque, le matin (*Mém. de l'Acad.* 1710, page 336.) | 11 | 54 |
| Robertſon, | 0 | 0 |
| Suivant M. de Fourcroy, | 11 | 48 |

Sur les côtes de Flandre, près de terre, ſuivant Bélidor, la mer monte de 18 pieds, de même à Calais & ſur toute la côte, juſques & compris le Texel, & 15 pieds au large des bancs.

## Pays-Bas.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Oſtende & Nieuport, 1754, 1759, & Robertſon, | 12 | 0 |
| Lécluſe (Sluis) 1701, 1717, 1759, | 12 | 30 |
| 1754 & ſuivant la table des marées, | 12 | 0 |
| Côtes & iſles de Zéeland, 1717, 1754, 1759. | 1 | 0 |
| Côtes de Jutland 1754, | 12 | 0 |
| Fleſſingue, Vliſſingen, ou Flushing. 1759, | 12 | 30 |
| Robertſon, | 0 | 45 |
| Anvers. 1754, | 6 | 45 |
| Robertſon, | 6 | 0 |
| Armuyden 1754, | 1 | 45 |
| Véere, ou Ter-Véere en Zélande 1754, | 1 | 30 |
| Robertſon, | 0 | 45 |

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Veſt-Capel | 1754, | 12 | 15 |
| Brouvers-Haven | 1754, | 3 | 30 |
| Embouchure de la Meuſe, la Brille & la Bergue, | 1759, | | |
| & | Robertſon, | 1 | 30 |
| | 1754, | 1 | 45 |
| Devant la Meuſe, ſuivant la table des marées | | 1 | 45 |
| Devant la vieille Meuſe | 1754, | 3 | 0 |
| Dordrecht, 1701, 1717, 1759, | Robertſon, | 3 | 0 |
| | 1754, & la table, | 4 | 30 |
| Roterdam | 1759. Robertſon, | 3 | 0 |
| | Bélidor, & la table des marées, | 3 | 45 |
| | 1754, | 4 | 45 |
| Goërée | 1754, | 2 | 15 |
| Hors le Texel | 1754, | 6 | 0 |
| Paſſage du Texel | 1754, | 6 | 45 |
| Rade des Marchands | | 7 | 30 |
| Iſle de Texel | Robertſon, | 7 | 30 |
| Sur le Vlack de Vieringen, table des marées | | 9 | 0 |
| Près de Medenblick, ſuivant la table des marées | | 10 | 30 |
| | 1754. | 11 | 30 |
| Enchuyſen | 1754. | 11 | 45 |
| | Robertſon, | 0 | 0 |
| Horn | 1754, | 12 | 15 |
| Amſterdam 1754, 1759 | Robertſon, | 3 | 0 |
| Haarlem | Robertſon, | 9 | 0 |
| Urck | table des marées, | 12 | 0 |
| Sur le Vlack de Friſe | 1754, | 9 | 30 |
| Awreck & Delfzyl | 1754, | 12 | 0 |
| Dans le paſſage de Vlie | 1754, | 9 | 0 |
| Hors le Vlie | 1754, | 8 | 15 |
| Iſle d'Ameland au nord de la Friſe, 53° 30′ de latitude, | | | |
| Iſle de Fly, 53° 16′ | Robertſon, | 7 | 30 |
| Embden | 1754, | 12 | 15 |
| | Robertſon, | 0 | 0 |

La mer monte de 20 pieds le long de la côte hors le Texel; de 15 pieds en dedans du Texel, & dans la rade des Marchands; de 7 pieds à Amſterdam; de 15 pieds ſur toutes les côtes de Hollande.

## ALLEMAGNE.

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Hambourg | 1754, | 6 | 15 |
| | Robertſon, | 6 | 0 |
| Devant le Weſer, & à l'embouchure de l'Elbe | | 0 | 0 |

Bremen

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Bremen ſur le Weſer. . . . . 1754, | 5 | 45 |
| Robertſon, | 6 | 0 |
| Bréeſound, banc, latitude 53° 12′, long. 22° 50′, Robertſon, | 4 | 30 |
| Camfer, banc, lat. 53° 33′, long. 23° 5′, Robertſon, | 1 | 30 |
| Dans le Jade . . . . . 1754, | 12 | 45 |
| Entrée orientale de l'Embs, près de l'iſle de Rottum, 1754, | 10 | 45 |
| Entrée occidentale entre l'iſle de Borcum & l'iſle de Juyſt . . . . . 1754, | 9 | 0 |
| Table des marées, | 9 | 45 |

## DANEMARCK.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Suyderzée ou Suydersyd. . . . . 1754, | 1 | 30 |
| Canal de Sylt . . . . . 1754, | 12 | 15 |
| Dans l'Eider . . . . . 1754, | 12 | 30 |
| Iſle d'Anholt dans le détroit du Sund, latit. 56° 40′, long. 29° 35′ . . . . . Robertſon, | 0 | 0 |

La mer monte de 15 pieds en Allemagne & Danemarck juſqu'à la pointe de Scangen.

*Voyez*, ci-après, la Laponie & l'Iſlande.

## ANGLETERRE.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Sur la côte d'Angleterre, au nord-eſt, près du golfe d'Édimbourg, entrée de la riviere de Tyne, 1754, | 3 | 45 |
| Ardbrod. . . . . 1717, 1754, | 3 | 0 |
| Berwick, ſur la côte orientale, . . 1701, 1717, 1759, | 3 | 0 |
| Robertſon, | 2 | 30 |
| Iſle de Cocket, latit. 55° 20′, long. 16° 10′, Robertſon, | 3 | 0 |
| Tinmouth . . . . . Robertſon, | 3 | 0 |
| Newcaſtle. . . . . 1754, & Robertſon, | 3 | 15 |
| Suivant la table, | 5 | 15 |
| Sunderland. . . . . Robertſon, | 3 | 30 |
| Hartlepool & dans le Tées, 1754, & ſuivant la table, | 3 | 15 |
| Robertſon, | 3 | 0 |
| Whittby . . . . . Robertſon, | 3 | 0 |
| Stockton . . . . . Robertſon, | 5 | 15 |
| Scarborough-Héad. . . . . 1754, | 4 | 15 |
| Robertſon. | 3 | 45 |
| Flamborough. . . . . 1754, | 4 | 30 |
| Robertſon, | 4 | 0 |
| Baie de Bridlington . . . . . Robertſon, | 3 | 45 |
| Hull . . . . . 1754, & Robertſon, | 6 | 0 |

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Spurn | Robertſon, | 5 | 15 |
| Entrée de la riviere de Humber | 1754. | 5 | 15 |
| | Robertſon, | 5 | 13 |
| Lynn dans le Havre de Boſton | Robertſon, | 6 | 0 |
| Wells | Robertſon, | 6 | 0 |
| Blackney | 1754, | 6 | 45 |
| | Suivant la table, | 6 | 15 |
| | Robertſon, | 6 | 0 |
| Foulneſſ | Robertſon, | 6 | 45 |
| Cromer | Robertſon, | 7 | 0 |
| Wintertoneſſ | Robertſon, | 9 | 0 |
| Devant Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk, hors les bancs | 1754, la table, & Robertſon, | 9 | 15 |
| Rade d'Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk | 1759, | 10 | 30 |
| Havre d'Yarmouth | 1770, | 10 | 0 |
| | 1754, 1759, & la table, | 10 | 30 |
| Léoſtaff ou Leyſtaff | ſuivant Robertſon, | 9 | 45 |
| Orford | 1754, | 10 | 45 |
| Orfordneſſ, ou Cap d'Orford | Robertſon, | 9 | 45 |
| Aldborough, entre Orford & Harwich, | Robertſon, | 9 | 45 |
| Harwich | 1770, & Robertſon, | 11 | 15 |
| Longſand-Héad, à l'entrée de la Tamiſe, | Robertſon, | 10 | 30 |
| Margate, au midi des entrées de la Tamiſe, vers le nord Foreland | Robertſon, | 11 | 15 |
| Depuis Yarmouth juſqu'à la Tamiſe, le long de la côte, | 1753, | 10 | 0 |
| Entrée de la Tamiſe | 1701, 1717, 1753, 1759, | 12 | 0 |
| | 1754, 1770, & la table, | 1 | 30 |
| Banc de Swin, à l'entrée de la Tamiſe | | 12 | 0 |
| *Voyez*, ſur les marées de la Tamiſe, des obſervations dans les Tranſactions philoſophiques de 1726, | | | |
| Nore dans la Tamiſe | Robertſon, | 0 | 0 |
| Shéerneſſ | Robertſon, | 0 | 0 |
| Rocheſter | Robertſon, | 0 | 45 |
| Graveſend dans la Tamiſe | Robertſon, | 1 | 30 |
| Londres | | 3 | 0 |
| Downs | Robertſon. | 1 | 15 |
| North-Foreland, Cap le plus avancé au midi, | Robertſon, | 9 | 45 |
| Sandwich | Robertſon, | 11 | 30 |
| Rade des Dunes, ou aux Dunes | 1754, & la table, | 10 | 45 |
| | 1770, | 10 | 30 |
| Douvres, en anglais Dover, vis-à-vis de Calais, côte | | | |

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| méridionale d'Angleterre . . . . . | 1759, Robertſon, | 11 | 30 |
| | 1753, | 12 | 0 |
| | 1754, & ſuivant la table, | 11 | 45 |
| | 1770, | 10 | 30 |
| Dungeneſſ, ou Pointe des Dunes. . . . . | Robertſon, | 9 | 45 |
| Winchelſea. . . . . | Robertſon, | 0 | 45 |
| La Rye & Haſting. . . . . | 1701, 1717, 1759, | 11 | 0 |
| | 1754, | 11 | 30 |
| Rye . . . . . | ſuivant la table, | 12 | 30 |
| | Suivant Robertſon, | 11 | 15 |
| Pevenſay. . . . . | 1717, 1759, | 11 | 0 |
| Cap Beveſſer, ou Beachy Head & Newhaven, | 1754, | 12 | 0 |
| Béachy-Héad . . . . . | Robertſon, | 0 | 0 |
| Brilhelmſton ou Bright-Hélimſton & Shoreham, Ro- | | | |
| . . . . . | bertſon, | 10 | 30 |
| Arundel. . . . . | 1754, | 12 | 45 |
| Sur les bancs de Wéenbrug. . . . . | 1754, | 10 | 30 |
| Rade de Sainte-Hélène ou de Portsmouth, & au nord de | | | |
| l'île de Wight ou Wicht. . . . . | 1770, | 10 | 30 |
| Portsmouth, ſuivant Robertſon (qui avoit profeſſé à | | | |
| Portsmouth). . . . . | | 11 | 15 |
| Ile de Wight . . . . . | Robertſon, | 0 | 0 |
| | 1717, 1759, | 9 | 0 |
| Southampton, au nord de l'Ile de Wigth & de la rade de | | | |
| Spithead . . . . . | ſuivant Robertſon, | 0 | 0 |
| Toute la côte, depuis Douvre juſqu'à l'île de Wight, | 1753, | 11 | 30 |
| Sous le ſignal, à l'eſt de l'île de Wight . . . . . | | 9 | 15 |
| Yarmouth, dans l'île de Wight. . . . . | 1759, | 10 | 30 |
| Aux aiguilles de l'île de Wight. . . . . | 1753, | 9 | 15 |
| | 1754, & la table, | 9 | 0 |
| Dunnoſe, dans l'île de Wight . . . . . | Robertſon, | 9 | 45 |
| Needles, dans l'île de Wight . . . . . | Robertſon, | 10 | 15 |
| Havre de Pool ou de la Pole. . . . . | 1754, | 9 | 15 |
| Weymouth . . . . . | Robertſon, | 7 | 0 |
| | 1717, 1759, | 8 | 0 |
| | 1754, & la table, | 9 | 0 |
| | 1770, | 6 | 4 |
| Raz de Portland . . . . . | Robertſon, | 8 | 15 |
| | 1754, & la table, | 8 | 45 |
| Le long de la côte, depuis l'île de Wight juſqu'à | | | |
| Portland. . . . . | 1753, | 9 | 0 |
| Lime. . . . . | 1717, 1759, | 8 | 0 |
| | Robertſon, | 7 | 0 |
| Topsham, près d'Exeter. . . . . | Robertſon, | 6 | 0 |

*Suite de la* TABLE XXVI.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Exmouth. . . . . 1753, | 5 | 15 |
| 1754, & la table, | 5 | 30 |
| Torbay. . . . . 1753, & Robertſon, | 5 | 15 |
| 1770, | 6 | 0 |
| Côtes près le cap Gouſtard, ou Star-point, 1753, | 7 | 0 |
| Darmouth. . . . . 1701, 1717, 1759, | 6 | 0 |
| 1753, | 5 | 45 |
| 1754, & la table, | 5 | 15 |
| Robertſon, | 6 | 30 |
| Start-point ou cap Gouſtard . . . . . Robertſon, | 6 | 45 |
| Edyſtone . . . . . Robertſon, | 5 | 30 |
| Plymouth . . . . . 1701, 1717, 1759, Robertſon, | 6 | 0 |
| 1753, | 5 | 45 |
| 1754, 1770, & la table, | 5 | 15 |
| Fowey ( on écrit auſſi Fawie, Faye & Fauvie ) . . . . . 1717, 1759, | 5 | 30 |
| 1754, la table & Robertſon, | 5 | 15 |
| Falmouth, au nord du cap Lézard . . . . Robertſon, | 5 | 30 |
| 1754, & la table, | 6 | 0 |
| Helford . . . . . 1753, | 7 | 0 |
| Cap Lizard ou Lézard . . . . . Robertſon, | 7 | 30 |
| Mount's-Bay ou Baie de Saint-Michel, Robertſon, | 5 | 30 |
| 1754, | 4 | 45 |
| Entrée de la Manche d'Angleterre. . . . . 1753, | 3 | 0 |
| Land's-end, cap vis-à-vis des Sorlingues, au ſud-oueſt de l'Angleterre . . . . . Robertſon, | 7 | 30 |
| Ile de Scilly, ou les Sorlingues, 1754, & la table, | 4 | 30 |
| 1770, & Robertſon, | 3 | 45 |
| Les ſept iles, Seven-Stones. . . . . Robertſon, | 4 | 30 |
| Baie de Saint-Yves, au nord du cap Cornwall, 1753, | 4 | 30 |
| Toute la côte, depuis le cap Cornwall & l'extrémité de l'Angleterre, juſqu'à la pointe de Hartland, 1753, | 4 | 30 |
| Padeſtow. . . . . 1753, 1754, | 4 | 30 |
| & la table, | 4 | 45 |

Les lieux où la mer eſt haute à la même heure en Angleterre & en France, ſont, en général, nord & ſud.

*Canal ou Manche de Briſtol, ou de Saint-Georges, à l'occident de l'Angleterre.*

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Ile Lundy ou Lundey, entrée du canal de Briſtol, . . . . . Robertſon, | 5 | 15 |

## *Suite de la* TABLE XXVI.

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Beddifort. . . . . | 1754, | 6 | 30 |
| | Suivant la table, | 5 | 30 |
| Hilfercambe ou Ilfracomb. . . . . | 1753, | 5 | 30 |
| Rade de Briſtol. . . . . | 1753, | 6 | 15 |
| | 1754, & la table, | 6 | 45 |
| Briſtol . . . . . | Robertſon, | 6 | 45 |
| Embouchure du Sévern, au-deſſous de Gloceſter, . . . . . | Robertſon, | 6 | 0 |
| Rade de Cardif, au nord du canal. . . . . | 1753, | 6 | 15 |
| Cardif, dans le pays de Glamorgan. . . . . | 1753, | 6 | 0 |
| Caermarthen ou Carmarten, dans la riviere de Toury, . . . . . | 1754, & la table, | 5 | 45 |
| Ile Caldy, au midi de Pembroke . . . . | Robertſon, | 5 | 15 |
| Milfort, ſur la côte occidentale d'Angleterre, | Robertſon, | 5 | 15 |
| Baie, entre l'ile Scarline & la pointe Saint-David, | 1753, | 5 | 45 |
| Saint-David, extrémité occidentale de l'Angleterre, . . . . . | Robertſon, | 6 | 0 |
| Holy-Héad, cap de l'île d'Angleſey, au nord-oueſt d'Angleterre. . . . . | Robertſon, | 1 | 30 |
| Caernarvan. . . . . | 1754, & la table, | 7 | 0 |
| Leverpool ou Liverpool, à l'embouchure du Merſey, dans la mer d'Irlande. . . . . | Robertſon, | 11 | 15 |

La mer monte de 20 pieds aux Sorlingues, à l'oueſt de l'Angleterre, juſqu'au cap Lézard; de 24 pieds le long de la côte, depuis le cap Lézard juſqu'au cap Gouſtard, & depuis Portland juſqu'à l'île de Wight; de 16 pieds ſeulement le long de la côte vers les Dunes; de 12 pieds dans la rade des Dunes, & depuis l'île Tanet juſque devant la Tamiſe; de 15 pieds depuis l'entrée de la Tamiſe juſque devant Yarmouth & la pointe de Winterton; de 18 pieds au nord d'Yarmouth, depuis la pointe de Winterton juſqu'à celle de Trimyng-Kampton, & aux entrées des rivieres de Tay, près de Perth, & de Tyne près de Newcaſtle.

### ECOSSE *& Iles voiſines.*

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Iles Sherland, lat. 59° 54′, long. 16° 4′, | Robertſon, | 3 | 0 |
| | Table des marées, | 1 | 30 |
| Iles Orcades, Orkney, lat. 58° 44′, & 59° 24′, long. 14° 3 quarts. . . . . | Robertſon, | 3 | 0 |

Sur les marées des îles qui ſont à l'oueſt de l'Ecoſſe, [ *voyez* Moray, Tranſ. Philoſ. 1665 & 1673, Collection Académique, tom. VI, page 1 ].

## *Suite de la* TABLE XXVI.

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Ile Lewes, pointe Nord, latitude 58° 35′, longitude 10° 58′ | Robertſon, | 6 | 30 |
| Ile Sky, lat. 57° 15′, long. 11° 29′ | Robertſon, | 5 | 30 |
| A l'oueſt de l'Ecoſſe | 1717, 1754, 1859, | 3 | 0 |
| Ile Féro | table des marées, | 12 | 0 |
| | 1754, | 12 | 30 |
| Cathneſſ-Point, ou Dinnet-Héad, latitude 58° 46′, longitude 14° 18′ | Robertſon, | 9 | 0 |
| Aberdéen, Birden ou Berdone | 1754, | 3 | 15 |
| | Table des marées, | 3 | 0 |
| | Robertſon, | 0 | 15 |
| Lundée, dans le golfe du Tay, & Saint-Andrew | Robertſon, | 2 | 15 |
| Boecheneſſ ou Boecheneff, ou Buchaneſſ, | Robertſon, | 3 | 0 |
| | 1754, | 3 | 45 |
| Entrée de la riviere d'Edimbourg | 1754, | 3 | 30 |
| | Table des marées, | 3 | 45 |
| Edimbourg ou Edinburgh | 1754, & Robertſon, | 4 | 30 |
| Leith, près d'Edimbourg | Robertſon, | 4 | 30 |
| Dunbar, au dehors de la riviere | Robertſon, | 4 | 30 |

Les marées ſont de 18 pieds le long des côtes d'Ecoſſe & aux iles Orcades.

### IRLANDE *& îles adjacentes.*

| | | H. | M. |
|---|---|---|---|
| Dublin, à la partie orientale de l'Ecoſſe | Robertſon, | 9 | 15 |
| Molineux (Philoſ. Tranſ. 1686, n°. 184) | | 11 | 0 |
| Carlingfort | 1754, & la table, | 10 | 45 |
| Strangfort | 1754, & Robertſon, | 10 | 30 |
| Knocfergus ou Carickfergus | 1754, | 10 | 15 |
| Ile Raghlin | 1754, | 7 | 15 |
| Côtes du nord de l'Irlande | 1753, | 6 | 30 |
| Lac Foyle | 1754, | 6 | 45 |
| Ile Tory, latit. 59° 9′, long. 9° 5′ | Robertſon, | 5 | 30 |
| Belfaſt | Robertſon, | 10 | 0 |
| Lac Willy | 1754, | 6 | 30 |
| Scheeps-Haven, Havre des Brebis | 1754, | 6 | 0 |
| Ile d'Arran, latit. 54° 48′, long. 8° 36′, | Robertſon, | 11 | 0 |
| Dunghall ou Dunnagall, à la côte occidentale, | 1754, | 4 | 30 |
| Moyekniſal, Gallway, Endrigo | 1754 | 4 | 15 |
| Havres, rivieres, & toute la côte à l'oueſt de l'Irlande, | | 4 | 0 |
| Havre de Smirwich ou Smerick | 1754, | 3 | 15 |
| Iles Blaſques | 1753, | 3 | 0 |

| | H. | M |
|---|---|---|
| Portnifadoy . . . . . | 5 | 0 |
| Baie de Béterbuy & de Dingle . . . . . 1754, | 4 | 30 |
| Dingle . . . . . 1753, 1759, | 3 | 30 |
| Dans la baie de Dingle . . . . . ſuivant la table, | 4 | 30 |
| Baie de Kilmare. . . . . 1754, | 4 | 45 |
| Shillocks. . . . . Robertſon, | 5 | 0 |
| Baie de Bantry ou de Beer, au midi de l'Irlande, | 4 | 30 |
| Croock, près du cap Clare ou Cléare. . . . . 1754, | 4 | 30 |
| Cap Cléare & côtes méridionales d'Irlande. . 1754, . . . . . Robertſon, | 4 | 30 |
| Baltimore, latit. 51° 16′, long. 8° 9′, 1717, 1753, 1759, | 5 | 15 |
| Caſtelhaven ou Caſtehavre. . . . . 1753, | 5 | 15 |
| Roſſ. . . . . 1717, 1753, 1759, | 5 | 15 |
| Kinſale. . . . . Robertſon, | 5 | 15 |
| 1754, & la table, | 4 | 30 |
| Corke . . . . . 1717, 1759, Robertſon, | 6 | 30 |
| 1753, | 5 | 15 |
| 1754, & la table, | 4 | 45 |
| Lochul ou Iochul. . . . . 1754, | 4 | 45 |
| Dungarvan ou Dougarvan . . . . . 1717, 1759, | 6 | 0 |
| Robertſon | 4 | 30 |
| Youghhall . . . . . Robertſon, | 4 | 30 |
| Waterford. . . . . Robertſon, | 6 | 30 |
| Balatec. . . . . 1754, | 5 | 30 |
| Le long de la côte juſqu'au cap Carnaroort. . 1753, | 6 | 30 |
| Cap Carnaroort ou Carnarot, à l'entrée méridionale du canal de Saint-George, au ſud-eſt de l'Irlande, . . . . . 1717, 1754, 1759, | 6 | 15 |
| Côtes orientales d'Irlande, depuis Grenord juſqu'à l'ile d'Alque . . . . . 1754, | 10 | 30 |
| Wicklow, au midi de Dublin. . . . . 1759, | 7 | 30 |
| Ile Lambay . . . . . Robertſon, | 8 | 15 |
| Ile de Man, entre l'Irlande, l'Écoſſe & l'Angleterre, . . . . . 1754, Robertſon, | 9 | 0 |

La mer monte de 18 à 20 pieds ſur les côtes d'Irlannde; de 18 pieds le long de la côte orientale de l'Irlande, depuis le cap Carnaroort juſqu'à l'ile de Raghlins, comme ſur les côtes occidentales d'Ecoſſe & d'Angleterre, depuis le cap Cantir juſqu'à l'ile d'Angleſey, entre 55 & demi & 53 & demi degrés de latitude.

### Sur les côtes des Royaumes du Nord.

| | | |
|---|---|---|
| Naze en Norvége, latit. 57° 50′, long. 25° 7′, Robertſon, | 11 | 15 |
| Islande, Patrix Fiord, baie Patrice, latit. 65° 36′, longitude | | |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| 353° 45′, 5ʰ 30′, ou. . . . . | 6 | 0 |
| La hauteur de la marée va de 9 à 12 pieds, ſuivant les obſervations faites au mois de Juillet 1772, par M. de Verdun. | | |
| Dans le Journal des Savans, du 6 mai 1675, on dit que les marées d'Automne vont juſqu'à 20 pieds, & que, le reſte de l'année, elles ne paſſent guère 16 pieds. | | |
| Ile Kilduin en Laponie, latit. 69° 30′, long. 48° 55′ . . . . . Robertſon, | 7 | 30 |
| Cap Nord, latit. 71° 10′, long., 43° 30′, Robertſon, | 3 | 0 |
| ſuivant Bayley, | 3 | 44 |
| La mer monte juſqu'à 7 pieds & demi, & les marées ſont régulieres (*Philoſ. Tranſ.* 1769, pag. 270). | | |
| Archangel . . . . . Robertſon, | 6 | 0 |

| AFRIQUE & *Iles voiſines.* | H. | M. |
|---|---|---|
| Barbarie, le long des côtes, depuis le détroit de Gibraltar juſqu'au cap de Geer, 10 pieds. . . . . | 1 | 30 |
| Açores, dans l'ile de Tercère, rade d'Angra, latit. 38° 39′, long. 350° 27′, ſuivant M. de Fleurieu, page 553 . . . . . | 11 | 45 |
| La mer y monte de 5 à 6 pieds, ſelon le vent; mais l'élévation ne paſſe jamais 8 pieds. | | |
| A Fayal, lat. 38° 32′, long. 349° 0′, M. Wales, le 17 juillet 1775, trouva la haute mer à 2ʰ 49′; la lune paſſoit au méridien à 4ʰ 20′; de-là je conclus l'heure de la haute mer le jour de la nouvelle lune . . . . . | 11 | 7 |
| Différence de hauteur, 3 pieds 11 pouces d'Angleterre, ou 3 pieds 8 pouces de France, M. Wales, pag. 140. | | |
| Cap Cantin, Barbarie, lat. 32° 49′ N. long. 8° 26′, . . . . . Robertſon, | 0 | 0 |
| Funchal, dans l'ile de Madère, 32° 38′ N. long. 0° 44′, . . . . . ſuivant Robertſon, | 12 | 0 |
| Suivant M. de Verdun . . . . . 21 décembre 1771, | 1 | 0 |
| La mer y monte de 10 à 12 pieds, ſuivant un Mémoire de M. de Chezac, au dépôt de la Marine; M. de Bory étoit de cette expédition en 1754. Suivant ce Mémoire, l'établiſſement du Port eſt de. . . . . | 11 | 30 |
| Le Capitaine Cook dit que les marées y ſont de 7 pieds, [ Tom. II, pag. 227. ]. | | |
| Iles Canaries, dans la baie de Sainte-Croix de Ténériff, latitude 28° 27′, longitude 1° 45′ . . . Robertſon, | 3 | 0 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Suivant le rapport des Habitans. . . . . | 0 | 0 |
| Suivant M. de Fleurieu, c'eſt à 3$^{h}$, & la mer monte de 12 pieds, tom. I, pag. 288. Voyage de la Flore, par M. de Verdun, tom. I, pag. 113 . . . . . | 3 | 0 |
| Aux iles Canaries, la mer monte de 7 à 8 pieds, ſuivant M. de Verdun. | | |
| Cap Bojador, lat. 26° 12′ N. long. 4° 8′, Robertſon, | 0 | 0 |
| Cap Blanc, lat. 20° 45′ N. long. 0° 12′, Robertſon, | 9 | 45 |
| Iles du Cap-Verd, dans la rade de la Praia, au ſud de l'île de Saint-Yago, où réſide le Gouverneur Portugais, lat. 14° 53′, long. 354° 7′ . . . . . | 6 | 0 |
| La hauteur fut d'environ 3 pieds, ſuivant M. de Verdun, le 2 février 1772, tom I, pag. 171. | | |
| Ile de Gorée, lat. 14° 40′; il y a 5 à 6 pieds de marée, ſuivant M. de Fleurieu, pag. 237; 5 pieds, ſuivant MM. des Haies, de Glos, &c. & l'établiſſement du Port eſt à. . . . . | 7 | 30 |
| Suivant M. Adanſon, la hauteur de la marée eſt de 2 à 3 pieds; & l'établiſſement du Port. . . . . | 7 | 48 |
| Sénégal. . . . . ſuivant Robertſon, | 10 | 30 |
| Guinée, le long des côtes, la mer monte aſſez généralement de 3 pieds, & de 5 à 6 aux embouchures des rivières & entre les îles. Voyez *Tranſ. Philoſ.* de 1684, n°. 158. | | |
| Sierra Léona, lat. 8° 30′ N. long. 5° 28′, Robertſon, | 8 | 15 |
| Cap Corſe, Guinée, lat. 5° 12′ N. long. 17° 12′, Robertſon, | 3 | 30 |
| La mer monte de 6 à 7 pieds pour le moins; *Tranſ. Philoſ.* 1684. | | |
| Golfe de Bandi, ſur la côte de Guinée. . . . . | 4 | 0 |
| Ile de Sainte-Hélène, 16° ſud, ſuivant les obſervations de M. Maskelyne, *Tranſ. Phyloſ.* . . . . . 1762, | 2 | 15 |
| La plus grande marée 39 pouces anglais, la plus petite 20 pouces; il faut en ôter un ſeizieme pour l'avoir en pouces français. | | |
| Ile de Loanda, entre l'île & la côte d'Angola, la mer monte de 4 à 5 pieds, & de 8 à l'embouchure de la rivière de Quanza. | | |
| Dans l'île de la Géorgie auſtrale, découverte en 1775 par le Capitaine Cook, entre 54 & 55° de lat. ſud, à 340° & demi de long. hauteur 4 à 5 pieds . . . . . | 11 | 0 |
| Cap de Bonne-Eſpérance, lat. 33° 55′ ſud, long. 36° 4′. | | |
| Suivant M. de la Caille (*Mém. de l'Acad.* 1751, pag. 456.). . . . . | 2 | 30 |
| La marée n'excède jamais 3 pieds, à moins qu'il n'y | | |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| ait des tempêtes cauſées par les vents de N. O.; alors les rues même de la Ville ſont inondées. M. Bailey trouva la haute mer à 2ⁿ 26′ le 10 Avril 1774, jour de la nouvelle lune; & la marée fut de 5 pieds anglais (Wales, pag. 80). | | |
| Falſebay, 34° 12′ de latit. méridionale, ſuivant l'obſervation de M. Dagelet, dans ſon vayage aux Terres auſtrales . . . . . | 2 | 0 |
| Le 21, 22 & 23 juin 1773, la mer y montoit de 4 pieds 9 pouces à 5 pieds. | | |
| Ile de Madagaſcar à Foulpointe, 17° 40′ de lat. 67° & demi de long. . . . . | 1 | 20 |
| La marée eſt de 3 pieds, ſuivant M. le Gentil. | | |
| Ile de France, lat. 20° 10′, long. 75° 8′, ſuivant M. le Gentil. . . . . | 0 | 30 |
| La mer monte d'environ 3 pieds; mais, dans des coups de vent qui viennent du large, la mer s'éleve quelquefois de 5 pieds. | | |
| Ile Rodrigue, lat. 19° 41′, long. 80° 51′, ſuivant M. Pingré . . . . . | 0 | 40 |
| Hauteur de la marée, enviton 6 pieds. | | |
| AMÉRIQUE SEPTENTRIONALE. | | |
| Ile de Charles, latit. 62° 47′, long. 302° 43′, Robertſon, | 10 | 15 |
| Cap Walſingham, latit. 62° 39′, long. 299° 47′. . . . | 12 | 0 |
| Iles Salvages, détroit d'Hudſon, latit. 62° 32′, long. 306° 47′ . . . . . Robertſon, | 11 | 10 |
| Ile Cove, détroit d'Hudſon, latit. 62° 20′, long. 308° 35′ . . . . . Robertſon, | 10 | 0 |
| Terre-neuve, latit. 62° 4′ N. long. 310° 33′, Robertſon, | 9 | 50 |
| Iles de Button, dans le détroit d'Hudſon, latit. 60° 35′, long. 312° 15′ . . . . . Robertſon, | 6 | 50 |
| Rivière & cap Churchill, dans la baie d'Hudſon, latit. 59°, long. 284° . . . . . Robertſon, | 7 | 20 |
| Port Nelſon, latit. 57° 35′, long. 285° 5′, Robertſon, | 8 | 20 |
| Yorck-Fort, latit. 57° 14′, long. 284° 38′. . . . . | 9 | 10 |
| Cap-Marie-Henriette, vers la baie d'Hudſon, latit. 55° 10′, long. 293° 25′ . . . . . Robertſon, | 12 | 0 |
| Baie d'Hudſon, lat. 54° & demi, long. 294° 35′, Robertſon, | 12 | 0 |
| La mer monte juſqu'à 16 pieds dans la baie d'Hudſon. | | |
| Baie de Gaſpey dans l'Acadie, latit. 49° 51′, long. 313° 51′. . . . . Robertſon, | 1 | 30 |
| Ile du Bic, latit. 48° 30′, long. 310° 47′, Robertſon, | 2 | 0 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Ile de Hare, dans la riviere Saint-Laurent, latit. 48° 0′, long. 314° 11′. . . . . Robertſon, | 5<br>3 | 30<br>30 |
| Fort Saint-Jean, lat. 47° 39′, long. 327° 30′. Robertſon, | 6 | 0 |
| Placentia, lat. 47° 36′, long. 325° 49′, . . Robertſon, | 9 | 0 |
| Québec, latit. 46° 55′, long. 307° 47′, Robertſon, | 7 | 30 |
| Cheigneƈto, dans la baie Fundi, nouvelle Écoſſe, latit. 46° 15′ N. long. 314° 24′. . . . . Robertſon, | 0 | 45 |
| Louisbourg, 45° 55′ de latit. & 317° 44′ de long. . . | 7 | 15 |
| La mer monte de 5 pieds 8 pouces. M. de Chabert, voyage dans l'Amérique ſeptentrionale. | | |
| Entre l'île Royale & l'Acadie, au détroit de Fronſac, 45° 30′ de latit. 316° 30′ de long. . . . . | 8 | 30 |
| La mer y monte de 5 pieds & demi, ſuivant M. de Chabert. | | |
| Au paſſage de Bacareau, ſur la côte d'Acadie . . . . | 8 | 15 |
| La mer au ſolſtice monte à près de 9 pieds, ſuivant M. de Chabert. | | |
| Au fond de la baie Françaiſe, l'eau monte, à ce qu'on aſſure, de 60 à 70 pieds ( M. de Chabert, pag. 137). | | |
| Dans le Port des Trépaſſés, 46° 43′ de latit. 324° 15′ de long. ( M. de Chabert, pag. 163 ). . . . . | 6 | 30 |
| Saint-Pierre de Miquelon, ſuivant les obſervations de M. de Verdun . . . . . | 9 | 0 |
| Les marées ſont de 7 à 8 pieds. | | |
| Halifax, dans la nouvelle Écoſſe, latit. 44° 36′ N. long. 314° 11′. . . . . Robertſon, | 7 | 30 |
| Fort de Pentagouet, environ 12 lieues dans la riviere de même nom, 44° 22′ latit. . . . . | 0 | 0 |
| Marée de 10 pieds, ſuivant Richer. | | |
| Peſcatoué, Port de la nouvelle Angleterre, 43° 7′ de latit. ſuivant Richer, en 1670. . . . . | 11 | 15 |
| Nouvelle Londres, New-London, latit. 41° 50′, long. 305° 21′. . . . . Robertſon. | 1 | 30 |
| Ile Longue, latit. 41° 0′, long. 304° & demi, Robertſon, | 3 | 0 |
| New-York, latit. 41° 5′, long. 302° 44′. . Robertſon, | 3 | 0 |
| Cap Henri, dans la Virginie, latit. 36° 57′, long. 301° 12′. . . . . Robertſon, | 11 | 15 |
| Charles-town, ſur la riviere d'Ashley, dans la Caroline, latit. 33° 22′, long. 297° 45′. . . Robertſon, | 3 | 0 |
| Floride, Saint-Auguſtin, latit. 30° 10′, long. 295° Robertſon, | 4 | 30 |
| Cap Floride, latit. 25° 50′, long. 297° 15′, Robertſon, | 7 | 30 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| **ISLES DE L'AMÉRIQUE ET GOLFE DU MEXIQUE.** | | |
| Dans les Antilles, les marées ne ſont, en général, que de 3 pieds, comme dans les mers libres. | | |
| Iles Bermudes, latit. 32° 25′, long. 311° 3′, Robertſon, | 7 | 0 |
| Marées de 4 à 5 pieds. Voyez *Tranſ. Philoſ.* 1667 & 1668. | | |
| A la Guadeloupe, latit. 16° . . . . . | 2 | 0 |
| Les marées des ſyzygies ſont, pour l'ordinaire, de 9 pouces, ſuivant les obſervations de M. de Foulquier, Intendant de la Guadeloupe, & de M. Tondu, faites en 1783. | | |
| Les coups de vent produiſent quelquefois 3 pieds de différence; d'autre fois il n'y a qu'une marée en 24 heures; enfin la marée eſt ſouvent à trois heures, ou à 1 heure & demie, ſuivant qu'il y a deux marées, ou qu'il n'y en a qu'une ſeule. | | |
| La Martinique, latit. 14° 36′, ſuivant les obſervations de M. de Verdun, le 18 Mars 1772. . . . . | 7 | 30 |
| Il n'y eut ce jour-là que 9 pouces de marée au Fort Royal; elle va juſqu'à 16 pouces dans les équinoxes, quelquefois même juſqu'à trois pieds. | | |
| Ile Saint Domingue, au Cap français, latit. 19° 46′, long. 305° 22′, la mer monte de 3 pieds ou 3 & demi, ſuivant M. de Fleurieu . . . . . | 6 | 0 |
| Au Mole Saint-Nicolas, latit. 19° 49′, long. 304° 10′, la mer monte de 3 pieds le jour de la pleine Lune, ſuivant M. d'Amblimont, 19 mai 1767. . . . . | 6 | 0 |
| Ile de la Tortue, près Saint-Domingue, dans le baſſin, | 6 | 0 |
| La mer monte de 5 pieds, ſuivant M. d'Amblimont, 5 mai 1767. | | |
| A l'embouchure du Miſſiſſipi, latitut. 29°, long. 288°, les grandes marées de mars ſont de 18 pouces. | | |
| Carthagene, latit. 10° 27′ N., long. 302° 14′ . . . . . | 2 | 0 |
| Eaux vives 10 pieds; eaux mortes 5 pieds & demi. | | |
| Portobelo, latit. 9° 33′ ſud, long. 297° 50′. . . . . | 8 | 0 |
| Eaux mortes une vare & demie, ou 50 pouces; eaux vives 3 vares, ou 8 pieds 4 pouces. | | |
| Ces Villes étant ſituées dans le fond du golfe du Mexique, les eaux y ſont arrêtés par les îles & les preſqu'îles, & doivent s'y élever un peu plus que dans les îles. | | |
| **AMÉRIQUE MÉRIDIONALE.** | | |
| | H. | M. |
| Cayenne, ſuivant Richer [Obſervations Aſtronomique 1679, pag. 67] . . . . . | 3 | 45 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| La mer monte de 6 pieds dans les ſyzygies, ſuivant des obſervations faites pendant une année entière. | | |
| Rivière des Amazones. . . . . Robertſon, | 6 | 0 |
| Et à 200 lieues dans la rivière, il y a encore quelques pouces de marée, ſuivant M. de la Condamine. | | |
| Sainte-Hélène, Camarones, baie de Saint-Grégoire, 45° latit. ſud, 309° : long. . . . . | 4 | 0 |
| Marées de 24 pieds, ſuivant M. Tofino, Chef d'Eſcadre des Armées Navales d'Eſpagne. | | |
| Port Deſiré, 48 degrés de latit. 314° de long. . . . . | 4 | 15 |
| Marées de 25 pieds. | | |
| Saint-Julien, 48° 51′ ou 49° 24′ ſud, long. 312° 25′, | 5 | 0 |
| Marées de 37 pieds. | | |
| Suivant d'autres Mémoires, 6 braſſes & demie, ou 39 pieds anglais, & dans les quadratures 30 à 32, & la même choſe au Port Deſiré. | | |
| M. Pingré dit que l'élévation des eaux y eſt de 20 à 25 pieds. | | |
| Iles Malouines, 51 degrés 2 tiers de latit. ſud, 42° de long. dans le Port de la Solidad . . . . . | 5 | 0 |
| Marée de 7 pieds. | | |
| Ces cinq articles ont été fournis à M. Tofino, par un habile Pilote Eſpagnol. | | |
| Détroit de Magellan, à l'entrée orientale . . . . . | 11 | 0 |
| Marée de 22 pieds. | | |
| Terre de Feu, détroit de Noël, 55° ſud, 307° 38′ de long. | 2 | 30 |
| Marées de 3 pieds. | | |
| Chiloe, latit. 44°, long. 304° . . . . . : | 0 | 30 |
| L'eau monte juſqu'à 32 pieds, & avec une force étonnante. | | |
| Callao, Port de Lima. . . . . | 6 | 30 |
| Marées de 2 pieds. | | |
| Guayaquil, marée de 10 pieds. . . . . | 6 | 0 |
| Panama, marée de 6 à 7 pieds. . . . . | 5 | 0 |
| **ILES DE LA MER DU SUD.** | | |
| Ohitaoo, l'une des Marquiſes, latit. 10° ſud, long. 238° & demi . . . . . | 3 | 0 |
| Marée de 4 pieds. | | |
| Ile de Taïti, latit. 17° & demi ſud, long. 228° un quart. | 0 | 15 |
| Suivant le Capitaine Cook, la hauteur eſt d'environ 15 pouces. | | |
| Ile d'Ulietea, latit. 16° 45′ & demie ſud, long. 226° 3′, 11$^{h}$ 36′ du matin. | | |
| Marée de 7 pouces | | |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Nouvelle Zélande, ou Terre des Etats; baie de Tologa, 38° un tiers de latit. ſud, 197° de long. . . . . | 6 | 0 |
| La marée eſt de 5 à 6 pieds, ſuivant le voyage de Cook, de Banks & Solander, tom. III, pag. 95. | | |
| Tanna, Port de la Réſolution, latit. 19° 32′ ſud, long. 187° 25′, marée de 3 pieds. . . . . | 5 | 45 |
| Nouvelle Hollande, latit. 15° ſud, 164° de longitude. | 9 | 15 |
| Marée de 8 pieds. | | |
| Entre la nouvelle Hollande & la nouvelle Guinée, la marée n'arrive qu'à une ou deux heures, & monte de 12 pieds. | | |

A S I E.

| | | |
|---|---|---|
| Ile de Socotora, vis-à-vis le cap Guardafui, près de l'entrée de la mer Rouge, ſuivant M. Pingré. . . . | 6 | 0 |
| Mer Rouge. Au-deſſous de Suaquem, dit M. Pingré, la mer monte de 10 pieds, dans la baie de Suaquem 4 pieds; ſur les côtes 6 pieds. On a dit qu'à 7 lieues au nord de Suaquem, la mer montoit juſqu'à 22 coudées, & bien plus haut encore vers Suez; mais, ſuivant la deſcription de l'Arabie par Niebuhr, Amſt. 1774, il n'y pas plus de 4 pieds & demi. | | |
| Près de la Mecque. . . . . | 6 | 20 |
| Marée d'un pied. | | |
| Aden en Arabie, la hauteur des eaux eſt de 6 à 7 pieds. | | |
| Surate. . . . . | 4 | 0 |
| La mer monte de 14 pieds. | | |
| Pondicheri, la barre eſt ſi forte, qu'on ne diſtingue pas toujours la marée; mais, quand la mer eſt tranquille, on juge qu'elle monte de 8 pieds au moins. Voyage aux Indes par M. le Gentil, tom. I, pag. 700. | | |
| Aux Moluques, & ſur la côte occidentale de l'île Formoſe, la mer ne monte que de 3 ou 4 pieds. | | |
| Tamarin, île de Sokotra, latit. 12° 30′ nord, long. 70° 49′. . . . . Pingré, Robertſon, | 9 | 0 |
| La mer y monte juſqu'à 12 pieds. | | |

*SUPPLÉMENT à la table précédente, tiré des leçons de navigation du Citoyen* DULAGUE.

A S I E.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Trinquemalay (île de Ceylan). . . . . | 6 | 0 |
| La mer y monte de 3 pieds. | | |
| Rade de Balaſore, dans le golfe de Bengale . . . . . | 10 | 30 |

| | H. | M. |
|---|---|---|
| La mer y monte de 10 pieds. | | |
| Détroit de Malaca, la mer monte de 6 pieds. | | |
| Iſle de Cracatoa, dans le détroit de la Sonde . . . . | 7 | 0 |
| La mer y monte de 3 pieds. | | |
| Sur la côte occidentale de la nouvelle Hollande, la mer monte de 25 à 30 pieds. | | |
| Sur la côte orientale, vers la riviere de l'Endeavour . . | 9 | 15 |
| La mer y monte de 8 pieds. | | |
| Nouvelle Bretagne, vers . . . . . | 3 | 30 |
| La mer y monte de 9 pieds. | | |
| Panlo-Condor, mer de la Chine . . . . . | 4 | 16 |
| La mer y monte de 7 pieds. | | |
| Dans le Typa, près Macao . . . . . | 5 | 15 |
| A Macao . . . . . | 5 | 50 |
| La mer y monte de 5 à 6 pieds. | | |
| Saint-Pierre & Saint-Paul, dans la baie d'Awatska, au Kamtchatka . . . . . | 4 | 36 |
| La mer y monte de 5 à 6 pieds. | | |
| Sur la côte, près la baie d'Awatska, vers . . . . . | 2 | 30 |
| *Iſles de la mer du Sud.* | | |
| Iſle d'Owhyhee, une des iſles Sandwick, dans la baie de Karakakooa . . . . . | 3 | 45 |
| Marée de 2 pieds 6 pouces. | | |
| Havre de Tongatahoo, ou iſle d'Amſterdam, une des amis . . . . . | 6 | 50 |
| Marée de 4 pieds 6 pouces. | | |
| Armamooka, ou iſle de Roterdam, *idem* . . . . . | 6 | 0 |
| Marée de 5 à 6 pieds. | | |
| Nouvelle Caledonie, à Pudyoua . . . . . | 6 | 30 |
| Nouvelle Caledonie, à l'iſle Botanique . . . . . | 10 | 30 |
| Marée de 3 pieds. | | |
| Nouvelle Zélande, baie des iſles . . . . . | 8 | 0 |
| Marée de 7 pieds. | | |
| Nouvelle Zélande, canal de la reine Charlotte . . . . | 9 | 0 |
| Marée de 5 pieds & demi. | | |
| Nouvelle Zélande, Havre de Pickerſgill, baie Dusky, | 10 | 57 |
| Marée de 7 pieds. | | |
| AMÉRIQUE *ſeptentrionale & orientale, & iſles adjacentes.* | | |
| Musketro-Cove, ſur la côte occidentale du Groenland, | 10 | 15 |
| Entrée du détroit d'Hudſon, vers l'iſle de Réſolution, | 9 | 0 |

## *Supplément à la* TABLE XXVI.

| | H. | M. |
|---|---|---|
| Cap Walſingham, détroit d'Hudſon, côte méridionale, | 12 | 0 |
| La baie Rouge, ſur la côte de Labrador, au détroit de Belle-iſle. . . . . | 11 | 30 |
| Marée de 7 pieds. | | |
| Baie de Forteau. *idem* . . . . . | 11 | 0 |
| Havre de Labrador, ou de Phelypeaux, *idem*. . . . . | 11 | 30 |
| Baie de Shecatica, *idem* . . . . . | 11 | 0 |

### *Isles de Terre-Neuve & environs.*

| | | |
|---|---|---|
| Nouveau & vieux Ferolle, au détroit de Belle-Iſle, | 11 | 45 |
| Dans les baies de Sainte-Genevieve & de Sainte-Barbe, *idem* . . . . . | 10 | 30 |
| A l'Iſle Verte, *idem*. . . . . | 9 | 0 |
| Baie du Piſtolet, côte ſeptentrionale . . . . . | 6 | 45 |
| Marée de 5 pieds. | | |
| Dans les Havres de Noddy, de Quirpon & de Grignet, *idem*. . . . . | 5 | 15 |
| Dans toutes les parties de la baie Blanche . . . . . | 6 | 45 |
| Port & Havre de Saint-Jean, port le plus Eſt de l'iſle, | 6 | 0 |
| Dans la plupart des ports de la côte méridionale de cette iſle, comme la baie de Plaiſance, Saint-Pierre de Miquelon, &c. . . . . | 9 | 0 |
| La mer monte de 6 à 7 pieds. | | |
| Sur la côte occidentale, depuis le cap de Raye juſqu'à la pointe de Ferolle . . . . . | 10 | 8 |

En général on obſerve que ſur toutes les côtes de l'iſle de Terre-Neuve, les vents ont une grande influence ſur les marées.

### Amérique méridionale et orientale.

| | | |
|---|---|---|
| A la Vera-Crux, au fond du golfe, la mer monte de 6 à 7 pieds. | | |
| Dans la baie de Campêche, *idem*, la mer monte de 8 pieds 4 pouces. | | |
| Sur les côtes de la Guyane . . . . . | 6 | 0 |
| La mer y monte de 12 à 15 pieds. | | |
| Iſle Georgie. . . . . | 11 | 0 |
| La mer y monte de 4 à 5 pieds. | | |
| Ile Chiloé . . . . . | 12 | 30 |
| Marée de 32 pieds. | | |
| Iſle de Fernandez, marée de 7 pieds. | | |
| Iſle de Lobos, ſur les côtes du Pérou, | | |
| Marée de 3 pieds. | | |

Sur

Sur la côte du Pérou, comme dans toute la Zône Torride, la mer monte d'environ 3 pieds; cependant on prétend qu'elle monte quelquefois de 16 pieds à Guayaquil; de 14 à l'iſle de Gorgone; de 18 à 20 dans le golfe de Saint-Michel; de 16 à l'embouchure de la riviere des Émeraudes, ainſi qu'à Panama.

### Amérique septentrionale et occidentale.

Sur la côte du Mexique, depuis Panama, les eaux s'élevent de 5 pieds; de 8 dans la baie de Caldera; de 10 à 11 dans le golfe de Dolce & la riviere de Nicoya; de 9 à Réalejo & dans le golfe d'Amapalla, & de 5 dans le port de Chéquétan, 30 lieues à l'oueſt d'Acapulco.

Sur la côte nord-oueſt de l'Amérique, à l'entrée de Nootka, la mer y eſt pleine à $12^h$ 20′ dans les ſyzygies, & elle s'éleve de 8 pieds. Dans la riviere de Cook, la mer y eſt haute entre 2 & 3 heures, & elle monte de 15 à 20 pieds. A l'entrée de Norton, près le détroit de Beerings, les marées de nuit s'élevent de 2 & 3 pieds, & celles de jour ſe diſtinguent à peine (*Dulague*, *Leçons de Navigation*).

Nous terminerons par dire un mot de la Méditerranée, que nous avions d'abord jugé ne pas mériter qu'on en parle. Le flux & le reflux eſt preſque inſenſible dans toute ſon étendue. Ce n'eſt que dans quelques Ports que la mer s'éleve ſenſiblement. A Toulon, la plus grande élévation des eaux eſt de 14 ou 15 pouces; l'établiſſement eſt à $3^h$ 14′. A Veniſe, les marées des ſyzygies montent juſqu'à 3 pieds; l'établiſſement eſt à $10^h$ 30′. La mer monte encore ſenſiblement dans l'Archipel & au fond de la mer noire (*Dulague*).

# TABLE XXVII.

*Des Courans & des Vents réglés.*

## DANS LA MANCHE.

Les Courans portent ordinairement à entrer dans la Manche du côté de l'Oueſt : de Mer retirante ils portent auſſi dehors ; mais c'eſt ſi peu de choſe, qu'auſſi-tôt que les Vaiſſeaux ſe trouvent 15 à 20 lieues à l'Oueſt de Belle-Iſle, dans des tems de calme, ils ſont ſujets à être tranſportés inſenſiblement dans la Manche.

Il y régne des Vents très-variables, qui, vers les trois derniers mois de l'année, tiennent plus communément du côté de l'Oueſt ou de l'*Aval* : pendant les trois premiers mois, les Vents d'*Amont*, ou du côté de l'Eſt ſont plus fréquens.

## MER MÉDITERRANÉE.

Dans le Détroit, les Courans portent preſque toujours vers l'Eſt pour entrer dans la Mer Méditerranée. Les Vaiſſeaux ont donc toujours une grande facilité pour entrer dans cette Mer par le Détroit de Gibraltar, même lorſqu'ils ont Vent debout. Ils ne peuvent au contraire en ſortir qu'avec des Vents favorables.

Les Vents qui régnent dans la Méditerranée ſuivent la direction du Canal, & ſont communément, ou tout-à-fait contraires, ou entierement favorables.

## CÔTES D'AFRIQUE.

Par 24 degrés de Latitude Nord, & par 2 à 4 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courants portent au S E contre la Côte.

Côte de Guinée, depuis 11 degrés de Latitude Nord, juſqu'à 24 degrés de Latitude Sud, entre le premier Méridien de l'Iſle de Fer, & environ 25 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courans portent au N E contre la Côte.

Dans le Canal Mozambique, entre le pays des Cafres & l'Iſle de Madagaſcar, depuis 15 degrés de Latitude Sud juſqu'à la ligne, entre 56 & 70 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courans portent au N E en Mai & Juin : ils font quelquefois faire aux Vaiſſeaux le double de chemin eſtimé, ſur-tout en allant vers l'Eſt.

## MER DES INDES.

Entre le Détroit de Babelmandel & la Côte de Malabar, depuis 10 degrés de latitude Nord juſqu'à 20, entre 70 & 90 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courants portent au NE en Avril, Mai, Juin, Juillet, Août & Septembre ; & au SO en Octobre, Novembre, Décembre, Janvier, Février & Mars.

DANS LE GOLFE DE BENGALE, depuis le Nord de l'Iſle de Ceylan, entre 10 & 18 degrés de Latitude Nord, & 100 à 110 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courants portent au N E en Avril, Mai & Juin; leur direction eſt au S O en Octobre, Novembre & Décembre.

DEPUIS le N O de l'Iſle Broneo, juſqu'aux Iſles Philippines, entre 3 & 20 degrés de Latitude Nord, & 120 à 140 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courants portent au N E en Avril, Mai, Juin, Juillet, Août, Septembre; & au S O en Octobre, Novembre, Décembre, Janvier, Février, Mars.

DEPUIS LA LIGNE juſque à 12 degrés de Latitude Sud, entre 96 & 115 degrés de Longitude.

Les Vents & les Courants portent au S E en Novembre, Décembre, Janvier, Février, Mars, Avril; & au N O en Mai, Juin, Juillet, Août, Septembre, Octobre.

## ROUTE DE L'AMÉRIQUE.

AU NORD de l'Amérique Méridionale, vers 12 à 13 degrés de Latitude Nord, entre 300 & 312 degrés de Longitude, le long de la Côte.

Les Vents & les Courants portent à l'E un peu vers le N tout proche la Côte, & un peu plus loin à l'O un peu vers le Sud.

A LA CÔTE DU BRÉSIL, depuis 7 juſqu'à 25 degrés de Latitude Sud, entre 343 & 335 de Longitude.

Les Vents & les Courants portent au Sud un peu vers l'Oueſt, depuis Septembre juſqu'en Mars; & les ſix autres mois au N un peu vers l'E.

ENTRE LES TROPIQUES & un peu au-delà, à une certaine diſtance de la Côte, excepté les lieux ci-deſſus ſpécifiés.

Les Vents & les Courants portent à l'O, tantôt un peu vers le N, & tantôt un peu vers le S. Le mouvement des Courants eſt d'environ 3 lieues par jour.

En général les Vents & les Courants ſe dirigent vers l'O dans preſque toute l'étendue de la Zone Torride; mais les terres qui y ſont détournent auſſi les Vents de leur premiere direction, en les écartant de la ligne droite pour aller rencontrer les Côtes preſque perpendiculairement, ce qui provient de la chaleur du continent qui attire l'air.

AUX ENVIRONS du point d'interſection du premier Méridien & de l'Equateur, il régne ſouvent des calmes & des orages que les Marins ne ſauroient éviter avec trop de ſoin.

## EN CANADA.

Le N E & le S O régnent alternativement, & quelquefois le N O qui dure peu. Le N E commence ſur la fin de l'Automne, & dure tout l'Hiver.

*On a tiré cette Table des Leçons de Navigation du Cen.* DULAGUE.

Fin des Tables.

## *CORRECTIONS.*

PAge 11, ligne 13, *ajoutez* : un cercle paralleles à l'horizon, ſe nomme *Almicantarat.*

Page 34, *ajoutez* à la fin de la note : mais ſi cette vaſte machine doit durer éternellement, on peut croire qu'elle a toujours exiſté. Cette conſéquence que préſente l'invariabilité du tout & de ſes parties, paroît auſſi néceſſaire que la premiere.

Nous ne comptions que ſept Planetes, lorſque, le 1er. Janvier 1800, le haſard en fit découvrir une huitieme que ſa grande petiteſſe déroboit à tous les regards. La découverte en fut faite à Paleſme par Piazzi, aſtronome italien. Suivant une lettre que j'ai reçue du Citoyen Lalande, le 1er Germinal (22 Mars 1802), cette Planete ne paroît que ſous un angle de $1'' \frac{1}{2}$, en ſorte qu'elle n'a guere plus de 400 lieues de diamètre. Suivant la même lettre, le citoyen Burckhardt ayant calculé ſes élémens d'après les nouvelles obſervations, trouve,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Époque en 1802 . . . | 5ſ | 5° | 32′ | 35″ |
| Aphélie . . . . . | 10 | 26 | 44 | 37 mouv. par an + 2′ 5″ |
| Nœud. . . . . | 2 | 21 | 5 | 35 |
| Inclinaiſon. . . . . | | 10 | 36 | 52 |
| Mouv. tropique par an, | 2 | 18 | 13 | 18 |
| Mouv. tropique par jour, | | | 12 | 51,50 |

Demi-axe ou diſtance au Soleil, celle de la Terre à cet Aſtre étant repréſentée par l'unité. . . . . 2,76587

Excentricité . . . . . 0,0788725

Révolution 1679,81 jours.

Nous avons, dit le Citoyen Lalande, très-bien obſervé ſon oppoſition le 17 Mars; elle avoit alors 185° 39′ d'aſcenſion droite & 16° 10′ de déclinaiſon boréale, ainſi que le paroît indiquer la même lettre. Le 18, à 12h 30′ 26″ temps moyen, elle avoit 5ſ 26° 2′ 42″ de longitude, & 17° 7′ 20″ de latitude.

Le Citoyen Burckhardt qui avoit calculé les dérangemens que cette Planete éprouve, & en a déduit une nouvelle détermination de ſon orbite, a trouvé que ceux que Jupiter lui occaſionne montent à plus de 30 minutes. En ayant égard à ces dérangemens, il a conſtruit des tables qui repréſentent déjà très-bien ſon mouvement.

Quelques-uns ont donné le nom de Cérès à cette Planete.

Page 75, ligne 3, de l'Équateur, *ajoutez* : & menons le petit arc de parallele s o.

Page 77, le double ſigne $\mp$ eſt d'une demi-ligne trop bas.

Page 113, ligne 10, *ajoutez* : MM. Euler & Lagrange avoient traité des réfractions avec beaucoup de ſuccès, le premier dans les mémoires de Berlin de 1752 & de 1754, le ſecond dans ceux

de 1772. Nous avons donné un extrait du travail de celui-ci dans le dictionnaire de marine de l'Encyclopédie.

Page 126, *ajoutez* à la fin du texte : on pourra se servir avec bien de l'avantage des tables des angles horaires du Citoyen Lalande, pour calculer l'heure. Elles peuvent servir également à trouver la hauteur du Soleil pour une heure donnée, & la latitude par deux hauteurs prises à quelque distance du Méridien.

Page 134, ligne 17, T, *lisez* S.

Page 169, ligne 32, soit très-grande, *ajoutez* : & pas moindre que 90°.

Page 173, ligne 20 & ligne derniere, paralleles, *ajoutez* : au plan de l'instrument.

Page 222, ligne 31, *ajoutez* : on doit aussi au Citoyen Rochon une méthode graphique pour le même objet, qui dérive de celle du Citoyen Maingon. Elle est d'un usage un peu plus facile & d'une exactitude suffisante. L'auteur s'y sert du quartier de réduction ordinaire.

Page 225. On trouve dans cette page une formule de Mendoza pour réduire la distance apparente de la Lune au Soleil ou à une Étoile, en distance vraie. Comme cette formule est très-simple, nous avons cru pouvoir nous dispenser d'en donner une application. Cependant comme il pourroit se faire que quelqu'un en désirât une, nous allons mettre ici celle qu'en fait Mendoza, à l'exemple de la page 226.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Distance apparente . . . | 63° 9′ 9″ | par. & réfr. | |
| Haut. app. de la Lune. . | 68 40 29 | + 19′ 41″ | |
| Haut. app. du Soleil. . . | 13 35 26 | — 3 44 | |
| Somme. . . . . | 82 15 55 | + 15 57 | |
| Angle auxiliaire . . . . | 60 28 33 | | |
| 1re. Somme . . . . . | 142 44 28 | sin. v. . . . . | 1795909 |
| 1re. Différence . . . . | 21 47 22 | sin. v. . . . . | 71446 |
| 2e. Somme. . . . . | 123 37 42 | sin. v. . . . . | 1553803 |
| 2e. Différence . . . . . | 2 40 36 | sin. v. . . . . | 1091 |
| Somme des haut. vr. . | 82 31 52 | susin. v. . . . . | 1129987 |
| Distance vraie. . . . . | 63 27 59 | sin. v. . . . . | 552236 |

Page 243, ligne 5e. de la note, Vaillis, *lisez*, Wallis.

Page 276, ligne 27, sa situation, *ajoutez*, naturelle.

Page 329, ligne 25, le parallele, *lisez* la parallele.

Page 349. Les dernieres lignes du premier *alinea*, qui commence, ce que nous disons de l'abaissement de la Mer, font pressentir qu'après l'anéantissement du système actuel des êtres organiques, & par conséquent après l'extinction du mal sur la terre, le mal pourra y renaître un jour.

En effet tout porte à penser que la terre ne restera pas éternel-

lement dans l'état de ſtérilité auquel elle arrivera, qu'il viendra un temps où elle ſera de nouveau peuplée d'êtres organiques. Or quels qu'ils ſoient, il paroît plus que probable qu'ils compoſeront un ſyſtême où tout ne ſera pas bien; car il ne paroît pas qu'il puiſſe y avoir un monde ſans mal. Écoutez Diderot ſur une queſtion qui n'a peut-être jamais été réſolue que par cet ingénieux & profond Philoſophe. Ce qu'il dit jete un grand jour ſur notre propoſition & la rend en quelque ſorte évidente.

« Je ne dirai pas avec Pope que tout eſt bien. Le mal exiſte, & il eſt une ſuite néceſſaire des loix générales de la Nature. Pour que le mal ne fût pas, il faudroit que ces loix fuſſent différentes. Le mal tient au bien même; on ne pourroit ôter l'un ſans l'autre; & ils ont tous deux leur ſource dans les mêmes cauſes. C'eſt des loix données à la matiere, leſquelles entretiennent le mouvement & la vie dans l'Univers, que dérivent les déſordres phyſiques, les volcans, les tremblements de terre, les tempêtes, &c.: c'eſt de la ſenſibilité, ſource de tous nos plaiſirs, que réſulte la douleur. Quant au mal moral, qui n'eſt autre choſe que le vice ou la préférence de ſoi aux autres, il eſt un effet néceſſaire de cet amour propre, ſi eſſentiel à notre conſervation & contre lequel de faux raiſonneurs ont tant déclamé. Pour qu'il n'y ait point de vices ſur la terre, c'eſt aux Légiſlateurs à faire que les hommes n'y trouvent aucun intérêt ».

« Je ne ſais, ajoute-t-il, s'il peut y avoir un ſyſtême où tout ſeroit bien; mais je ſais que j'ai fait pluſieurs fois mon poſſible pour concevoir un monde ſans mal, & que je n'ai jamais pu y parvenir. Otez la faim & la ſoif aux animaux, qu'eſt-ce qui les avertira de pourvoir à leurs beſoins? Otez-leur la douleur, qu'eſt-ce qui les préviendra ſur ce qui menace leur vie? A l'égard de l'homme, toutes les paſſions, comme l'a démontré un Philoſophe de nos jours, ne ſont que le développement de la ſenſibilité phyſique. Pour faire que l'homme ſoit ſans paſſions, il n'y a pas d'autres moyens que de le rendre automate. Pope a très-bien prouvé, d'après Leibnitz, que le monde ne ſauroit être autre choſe que ce qu'il eſt; mais lorſqu'il en a conclu que tout eſt bien, il a dit une abſurdité; il devoit ſe contenter de dire que tout eſt néceſſaire ».

Page 355, en note. Par-tout la mer a laiſſé en Aſie des traces de ſa retraite. Malheureuſement la chaîne des philoſophes qui auroient pu conſtater la gradation de cette retraite, n'exiſte plus pour nous. On ne peut plus appeler en témoignage que le célèbre Omar qui ſoutenoit par ſes lumieres l'Académie de Samarcande, il y a plus de neuf cens ans. Ce grand homme avoit écrit ſur la retraite même de la mer; il appuyoit ſon opinion ſur les puits d'eau ſalée qu'il rencontroit de toutes parts en Aſie, ſur les changements arrivés à la figure de ſes côtes, & ſur-tout ſur

le contraſte des cartes géographiques de ſon tems avec celles qui avoient été dreſſées deux mille ans avant lui, par les Aſtronomes de l'Inde & de la Perſe. Comme ce ſyſtême contrediſoit quelques textes de l'Alcoran, les enthouſiaſtes de Mahomet l'accuſerent devant ſes inquiſiteurs, & le Galilée de la Tartarie fut obligé de ſe bannir de Samarcande pour n'être point obligé de demander pardon dans une moſquée, d'avoir été meilleur philoſophe que ſes perſécuteurs (*Hiſtoire des Hommes*).

Page 284, ligne 8, 52′, *liſez*, 45′.
ligne 10, *ſupprimez*, & demie.
Page 397, l'Evêque, *liſez*, Levêque.

---

*CORRECTIONS pour le Dictionnaire de Marine faiſant partie de l'Encyclopédie.*

Page 634 du 1er. vol. 2e. colonne, ligne 46, au lieu de, mais par une propriété des fluides, &c. juſqu'aux mots, les eaux de la mer ne ſouffriront plus, &c. *liſez*: mais par une propriété commune à tous les fluides, qui conſiſte en ce que les dilatations des fluides, occaſionnées par la chaleur, ſont fort inégales, qu'elles ſont imperceptibles quand ces fluides ſont peu éloignés de la congélation, tandis qu'elles augmentent ſenſiblement, & deviennent enfin preſqu'uniformes, lorſque la température de ces fluides eſt plus élevée.

Page 539 du 2e. vol. 2e. colonne, *ajouter* avant le dernier *alinéa*, l'*alinéa* ſuivant,

Suppoſons l'œil élevé de 18 pieds au-deſſus de la mer, ou a = 18 pieds. Le rayon de la terre étant de 19622385 pieds, on trouve que A h = 26578 pieds. Ayant A h, il eſt facile de trouver l'angle h, au moyen du triangle rectangle A C h, qui donne la proportion, C A : A h : : 1 : tang. C; on trouve que l'angle h ou la dépreſſion de l'horizon eſt de 4′ 39″. La formule ci-deſſus ne peut donner la dépreſſion avec une préciſion ſuffiſante, à cauſe que a eſt en général une très-petite quantité à l'égard du rayon de la terre.

Page 572 du 2e. vol. 2e. colonne; dans la ſeconde partie de l'expreſſion du changement en longitude, on a mis par inadvertance $\zeta h r^2$, *il faut lire*, $\zeta h r$. Même faute à corriger dans la premiere colonne de la page ſuivante; cette faute influe ſur les calculs numériques.

Entraîné par la rapidité de l'impreſſion, j'ai ſouvent travaillé à la hâte les articles que j'ai fournis au dictionnaire de Marine, qui forment au moins un demi-volume, en ſorte que j'ai dû néceſſairement commettre des fautes. Quelque ſoin que j'aye pris de les corriger à la fin de l'ouvrage, je n'étois pas ſans crainte qu'il n'en fût encore reſté. En ayant reconnu encore pluſieurs, & ne ſachant où en mettre la correction, j'ai cru qu'on me permettroit de la placer ici. Heureux encore ſi l'on ne s'étoit pas aviſé d'ajouter à quelques-uns de mes articles ou d'en retrancher, ſans daigner me conſulter; quoiqu'on eût dû ſentir qu'on n'en avoit nullement le droit, qu'étranger à preſque tous les ſujets de mes articles, on pouvoit commettre des fautes qui paſſeroient ſur mon compte, & qu'on devoit au moins être juſte à l'égard d'un homme qui travailloit ſans rétribution (n'en ayant pas exigé) & dans la vue ſeule d'être de quelque utilité.

C'eſt ainſi qu'on me fait dire *niaiſement*, au mot Équateur, on prononce *Équateur*; au mot Équation des temps, on prononce *Équation*, &c. C'eſt ainſi qu'on s'eſt permis de ſupprimer la fin de l'art. *Monde*, (*ſyſtême du*) &c.

# ADDITIONS
## *Aux Elémens de Navigation.*

*Page* 127, *à la suite de la ligne* 6.

On peut trouver les mêmes choses et d'autres encore, par le calcul différenciel, comme on l'a fait dans les mémoires de Petersbourg pour 1779, et dans l'ouvrage qui a pour titre : *l'Art du Calcul astronomique des Navigateurs*, du Citoyen Bourguet. On peut démontrer, chemin faisant, les analogies différencielles.

Soit A la hauteur d'un astre, D sa déclinaison, H l'angle horaire, L la latitude ; le triangle ZPS (*Fig.* 16.) où P représente le pole, Z le zenith, S l'astre, donne

$$\cos. H = \frac{\sin. A - \sin. D \sin. L}{\cos. D \cos. L} \ldots\ldots\ldots (M).$$

Différenciant, en faisant varier l'angle horaire et la hauteur, on a

$$dH = \frac{-dA \cos. A}{\cos. D \cos. L \sin. H};$$

équation qui fait connoître l'erreur que produit sur l'angle horaire l'erreur commise dans l'observation de la hauteur. Elle apprend que l'erreur commise sur la hauteur, influe beaucoup sur l'angle horaire, et qu'elle y influe d'autant moins que la hauteur est plus grande ; mais aussi faut-il observer que plus la hauteur est grande, plus elle est susceptible d'erreur.

Le triangle ZPS donne $\sin. ZSP = \frac{\cos. L \sin. H}{\cos. A}$ ;

donc on aura aussi

$$dH = \frac{-dA}{\cos. D \sin. ZSP}.$$

Différenciant la formule M, en faisant varier l'angle horaire et la latitude, on aura

$$dH = \frac{dL (\sin. D - \sin. A \sin. L)}{\cos. D \cos. L^2 \sin. H};$$

équation qui renferme la relation entre l'erreur dans l'angle horaire et l'erreur en latitude.

On apprend donc que l'erreur sur l'angle horaire est d'autant moindre que sin. D — sin. A sin. L, forme une quantité plus petite, et qu'elle est nulle quand sin. D — sin. A sin. L = 0 ; ce qui arrive quand l'astre passe au premier vertical, ou que l'angle PZS est droit.

Substituant dans l'équation, à la place de sin. A, sa valeur sin. D sin. L — cos. D cos. L cos. H, elle deviendra

$$dH = dL \left( \frac{\text{tang. D}}{\sin. H} - \text{tang. L cot. H} \right).$$

Mais (page 390) tang. $PZS = \frac{\text{sin. H}}{\text{cos. L tang. D} - \text{sin. L cos. H}}$,

et par conséquent $\frac{1}{\text{cos. L tang. PZS}} = \frac{\text{tang. D}}{\text{sin. H}} - \text{tang. L cot. H}$;

on aura donc

$$dH = \frac{dL}{\text{cos. L tang. PZS}}, \text{ ou } dL = dH \text{ cos. L tang. PZS.}$$

Ainsi, tant que l'azimut est au-dessous de 45°, l'erreur sur la latitude est plus petite que l'erreur sur l'angle horaire; et elle est plus grande lorsque l'azimut surpasse 45°: elle est d'autant plus grande que l'azimut approche davantage de 90°. Plus au contraire l'azimut approche de 90°, plus l'erreur produite dans l'angle horaire, par l'erreur sur la latitude, est petite.

Différenciant la formule M, en faisant varier la hauteur et la latitude, on aura

$$dL = \frac{dA \text{ cos. A}}{\text{sin. D cos. L} - \text{sin L cos. D cos. H}}.$$

Substituant à la place de cos. H, sa valeur, et réduisant, on aura

$$dL = \frac{dA \text{ cos. A cos. L}}{\text{sin. D} - \text{sin. A sin L}};$$

mais le cos. de l'angle azimutal $PZS = \frac{\text{sin. D} - \text{sin. A sin. L}}{\text{cos. A cos. L}}$;

donc on aura $dL = \frac{dA}{\text{cos. PZS}}$.

L'erreur sur la latitude est donc toujours d'autant plus grande que l'erreur sur la hauteur, que l'azimut approche davantage de 90°. Elle lui est égale dans le méridien. Delà il suit qu'une petite erreur sur la hauteur, vers le premier vertical, en occasionneroit une très-grande sur la latitude.

Voyons une application des équations précédentes, par exemple, de la premiere.

Le 19 mai 1774, à $2^h\ 15'$ après midi, étant par 29° 37′ de latitude boréale, on a observé la hauteur du soleil, laquelle étant corrigée, s'est trouvée de 56° 16′ 16″; on se propose de savoir combien l'erreur qu'on a pu commettre sur la hauteur du soleil a influé sur l'angle horaire. La déclinaison du soleil étoit alors de 19° 53′ 24″. Ainsi D = 19° 53′ 24″, A = 56° 16′ 16″, L = 29° 37′, H = 35° 44′ 15″.

On a donc

| | |
|---|---|
| log. cos. A . . . . . | 9,744500 |
| compl. arith. log. cos. D. . . | 0,233533 |
| compl. arith. log. cos. L. . . . | 0,060805 |
| compl. arith. log. sin. H . . . | 0,026711 |
| Somme . . . . . | 0,065549 |

log. de 1,163. Donc $dH = -1{,}163\ dA$. Donc, si dans l'observation de la hauteur on a commis une erreur de $2'\ 12''$, ensorte que $dA = 2'\ 12''$, on aura $dH = -2'\ 34''$, ou $-10''\ 16'''$ de tems.

*Alinea qui doit suivre la ligne* 18 *de la page* 126 (en Petit Romain).

Nous terminerons par indiquer une formule assez commode pour le calcul de l'heure.

Soit A la hauteur observée, L la latitude, D la distance polaire, H l'angle horaire, on a

$$\cos. H = \frac{\sin. A - \sin. L \cos. D}{\cos. L. \sin D}.$$

Donc, à cause que $2 \sin. \frac{1}{2} H^2 = 1 - \cos. H$, on aura

$$2 \sin. \tfrac{1}{2} H^2 = \frac{\sin. L \cos. D + \cos. L \sin. D - \sin. A}{\cos. L \sin. D} = \frac{\sin. (L + D) - \sin. A}{\cos. L \sin. D}.$$

Mais. . . . $\sin. (L + D) - \sin. A =$
$2 \cos. \frac{1}{2} (L + D + A) \sin. \frac{1}{2} (L + D - A)$.
Donc on aura

$$\sin. \tfrac{1}{2} H^2 = \frac{\cos. \frac{1}{2} (L + D + A) \sin. \frac{1}{2} (L + D - A)}{\cos. L \sin. D}.$$

*On mettra en* petit Romain, *à la suite de la ligne* 32, *page* 217, *ce qui suit :*

Comme il peut arriver qu'un seul exemple du calcul qu'il faut faire pour déterminer la longitude, d'après l'observation de la distance de la lune au soleil, soit jugé insuffisant par quelques personnes, nous allons en ajouter un autre, extrait de la description des octans par Magellan, et inséré dans la connoissance des tems de 1779.

Le 19 Mars 1774, à $2^h\ 15'$ après midi, étant par $29°\ 37'$ de latitude nord, et par $52°$ de longitude estimée, à l'ouest de Paris, trois observateurs ont fait les cinq observations correspondantes qui suivent.

| Observations. | Distance de la Lune au Soleil. | Hauteur du bord inférieur du Soleil. | Hauteur du bord supérieur de la Lune. |
|---|---|---|---|
| 1re. . . | 101° 13′ 0″ | 56° 54′ 0″ | 17° 8′ 30″ |
| 2e. . . | 101 14 15 | 56 27 20 | 17 36 30 |
| 3e. . . | 101 15 40 | 56 2 20 | 18 1 30 |
| 4e. . . | 101 16 15 | 55 34 0 | 18 31 0 |
| 5e. . . | 101 17 30 | 55 7 20 | 18 57 30 |

On fera la somme des distances, celle des hauteurs du bord inférieur du soleil, et celle des hauteurs du bord supérieur de la

lune ; on divisera chacune de ces sommes par le nombre des observations, et l'on aura les observations moyennes suivantes :

| | | | |
|---|---|---|---|
| distance moyenne du soleil et de la lune . . . . | 101° | 15′ | 20″ |
| hauteur moyenne du bord inférieur du soleil. . . . | 56 | 1 | 0 |
| hauteur moyenne du bord supérieur de la lune . . . | 18 | 3 | 0 |

On suppose que ces observations sont corrigées des *erreurs* des instrumens, de celles de la *déviation* et de la *dépression* de l'horizon. Il est indifférent que les intervalles entre les observations soient égaux ou inégaux, pourvu qu'ils ne soient pas trop considérables ; parce que les variations de la distance et celles des hauteurs peuvent toujours être regardées comme proportionnelles aux tems.

Puisque, suivant l'estime, on étoit par 52° de longitude occidentale, et qu'on comptoit 2ʰ 15′ lors de l'observation, il étoit, à Paris, à peu près 5ʰ 43′. Or la connoissance des tems donne, pour cette heure-là, la parallaxe horizontale de la lune, de 56′ 40″ ; son demi-diametre horizontal, de 15′ 28″ ; et le demi-diametre du soleil, de 15′ 50″.

Supposant qu'on ait observé l'attouchement des bords les plus voisins des deux astres, on ajoutera à la distance moyenne des bords ces demi-diametres avec l'augmentation 5″ du demi-diametre de la lune, due à sa hauteur ; ce qui donnera 101° 46′ 43″ pour la distance apparente des centres des deux astres.

Retranchant de la hauteur du bord supérieur de la lune, 18° 3′ 0″, le demi-diametre 15′ 28″ avec l'augmentation 5″, on aura 17° 47′ 27″ pour la hauteur apparente du centre. Calculant la parallaxe pour cette hauteur, on la trouvera de 53′ 58″ ; ajoutant cette parallaxe moins la réfraction qui est de 2′ 39″, on aura 18° 38′ 46″ pour la hauteur vraie du centre de la lune.

Ajoutant à la hauteur du bord inférieur du soleil, 56° 1′ 0″, son demi-diametre 15′ 50″, on aura la hauteur apparente de son centre, qui sera de 56° 16′ 50″. Retranchant la réfraction 39″, et ajoutant sa parallaxe 5″, on trouvera que la hauteur vraie de cet astre est de 56° 16′ 16″.

Nous pouvons maintenant chercher la distance vraie des deux astres.

Demi-somme de la distance apparente et des hauteurs apparentes des astres, 87° 55′ 30″,
log. cos . . . . . 8,558800
Différence entre cette demi-somme et la distance apparente, 13° 57′ 13″,
log. cos . . . . . 9,987179
Hauteur vraie de la lune 18° 38′ 46″,
log. cos . . . . . 9,976584
Hauteur vraie du soleil 56° 16′ 16″,
log. cos . . . . . 9,744499

| | |
|---|---|
| Complément arith. du log. cos. de la haut. app. de la lune 17° 47′ 27″ | 0,021282 |
| Complément arith. du log. cos. de la haut. app. du soleil 56° 16′ 50″ | 0,255608 |
| Somme des six logarithmes | 38,543952 |
| Demi-somme. | 19,271976 |
| Demi-somme des hauteurs vraies du soleil et de la lune 37° 27′ 31″, log. cos | 9,899707 |
| Différence | 9,372269 |
| Log. sinus de 13° 37′ 48″, dont le log. cos. est | 9,987594 |
| Lui ajoutant le logarithme cosinus. | 9,899707 |
| la somme | 9,887301 |

sera le log. sin. de 50° 29′; moitié de la distance vraie, qui sera par conséquent de 100° 58′.

Pour trouver l'heure qu'on comptoit à Paris, lorsque les deux astres étoient à cette distance, on prendra, dans la connoissance des temps de 1774, la différence 1° 28′ 48″ des deux distances de la lune au soleil, 99° 43′ 20″ et 101° 12′ 8″, l'une plus petite et l'autre plus grande que celle qu'on vient de trouver, et la différence 1° 14′ 40″ entre cette distance et la distance précédente, 99° 43′ 20″; et l'on fera cette proportion: la premiere différence est à la seconde, comme 3 heures sont à un quatrieme terme, qu'on trouvera de 2h 31′ 21″; l'ajoutant à l'heure de la distance précédente, 3h 9′ 16″, on trouve que l'heure de Paris étoit 5h 40′ 37″.

Il ne reste plus maintenant qu'à trouver l'heure du vaisseau. La déclinaison du soleil, le 19 Mai 1774, étoit de 19° 50′ 26″, et le 20, elle étoit de 20° 3′ 2″; d'où l'on trouve qu'à 5h 40′ 37″, elle étoit de 19° 53′ 24″; donc la distance polaire étoit de 70° 6′ 36″. Lui ajoutant la hauteur du Soleil 56° 16′ 16″ et la latitude 29° 37′, prenant la moitié de la somme, on a 77° 59′ 56″, dont retranchant la hauteur du soleil, il reste 11° 43′ 40″.

Faisant le calcul de l'angle horaire par la méthode exposée ci-dessus, on a

| | |
|---|---|
| logarithme cosinus de 77° 59′ 56″ | 9,317919 |
| logarithme sinus de 11° 43′ 40″ | 9,568427 |
| complément arith du log. cos. de 29° 37′ | 0,060805 |
| cos. arith. du log. sinus de 70° 6′ 36″ | 0,026712 |
| Somme | 18,973863 |
| Demi-somme | 9,486931 |

c'est le log. sinus de 17° 52′ 11″; en sorte que l'angle horaire est de 35° 44′ 22″. Le convertissant en tems, on a 2h 22′ 57″ pour l'heure du vaisseau. La retranchant de l'heure, pour Paris,

$5^h\ 40'\ 37''$, il reste $3^h\ 17'\ 40''$; différence qui, étant réduite en degrés, donne $49°\ 25'$ pour la longitude du vaisseau.

Il paroit qu'on peut abréger beaucoup le calcul de la distance vraie, sans nuire sensiblement à la précision, en employant les différences logarithmiques, dont Dunthorn a composé une table qu'on trouvera ci-après. Ces différences devroient être la différence entre la somme des logarithmes cosinus des hauteurs vraies du soleil et de la lune, et la somme des logarithmes cosinus des hauteurs apparentes; mais, dans ces tables, on n'a point employé la hauteur du soleil: cependant quand elle est au-dessous de 25°, on ne peut se dispenser d'y avoir égard. Aussi Dunthorn, qui l'a très-bien senti, a-t-il joint à sa table, une table de corrections qu'il faut ajouter aux différences logarithmiques prises dans sa table, pour tenir lieu de la différence entre le logarithme cosinus de la hauteur vraie du soleil et le logarithme cosinus de sa hauteur apparente. On trouvera cette table à la suite de la premiere. Nous l'avons extraite de l'Astronomie du citoyen Lalande, 3e. édition.

Afin qu'on puisse apprécier les avantages de cette méthode, nous allons d'abord l'appliquer à l'exemple que nous venons de rapporter.

On trouve dans les tables de Dunthorn, que la différence logarithmique est 2010, dont le complément arithmétique est 9,997990, que j'ajoute au logarithme cosinus de la moitié de la somme de la distance apparente et des hauteurs apparentes du soleil et de la lune, et au logarithme cosinus de la différence entre cette demi-somme et la distance apparente; je continue ensuite le calcul comme à l'ordinaire. On a donc

| | |
|---|---|
| log. cos . . . . . | 8,558800 |
| log. cos . . . . . | 9,987179 |
| compl. arith. de la diff. log. . . . . | 9,997990 |
| Somme. . . . . | 18,543969 |
| dont la moitié est. . . . . | 9.271984 |
| retranchant . . . . . | 9,899707 |
| il reste. . . . . | 9,372277 |
| log. sinus de 13° 37′ 49″ | |
| dont le log. cos. est . . . . . | 9,987593 |
| ajout. le log . . . . . | 9,899707 |
| Somme . . . . . | 9,887300 |

c'est le log. sinus de 50° 29′; ainsi la distance vraie est de 100° 58′, précisément comme on l'a trouvée ci-dessus, par la méthode rigoureuse.

Voici un autre exemple que nous tirons de l'Astronomie du Citoyen Lalande. On suppose la distance apparente des centres de la lune et du soleil, de 102° 30′; la hauteur apparente du centre de la lune, de 27° 30′; celle du centre du soleil, de 15° 25′;

la parallaxe horizontale de la lune, de 57′ 3″; la hauteur vraie de son centre, de 28° 18′ 47″, et celle du centre du soleil, de 15° 21′ 43″.

La moitié de la somme de la distance apparente et des hauteurs apparentes est 72° 42′ 30″; la différence entre cette demi-somme et la distance apparente est 29° 47′ 30″; et la moitié de la somme des hauteurs vraies est 21° 50′ 15″; enfin la différence logarithmique est 3150, dont le complément arithmétique est 9,996850. Ainsi on aura

| | |
|---|---|
| log. cos. 72° 42′ 30″ . . . . . | 9,473101 |
| log. cos. 29° 47′ 30″ . . . . . | 9,938438 |
| compl. arith. diff. log . . . . . | 9,996850 |
| Somme. . . . . | 19,408389 |
| demi-somme . . . . . | 9,704194 |
| retranchant log. cos. 21° 50′ 15″. . | 9,967661 |
| il reste . . . . . | 9,736533 |

qui est le log. sin. de 33° 2′ 10″.

| | |
|---|---|
| dont le log. cos. est . . . . . | 9,923413 |
| ajoutant logarith. cosinus. . . . . | 9,967661 |
| La somme sera . . . . . | 9,891074 |

log. sin. de 51° 5′ 35″,88.

Donc distance vraie 102° 11′ 11″,76.

Le Citoyen Lalande trouve 102° 11′ 11″ par la méthode rigoureuse de Borda, et par une autre méthode du Cen. Delambre.

*Page* 224, *à la place des lignes* 32, 33, 34, 35, *mettez ce qui suit :*

Si l'on supposoit le cas où $s$ seroit égale à 180°, comme alors cos. $\frac{1}{2}s$ seroit $= 0$, on auroit sin. A $= 0$ et cos. A $= 1$; en sorte qu'on auroit sin. $\frac{1}{2}x =$ cos. $\frac{1}{2}(a' + b')$, ou sin. $\frac{1}{2}x =$ sin. $(90° - \frac{1}{2}(a' + b'))$, et par conséquent $x = 180° - (a' + b') = (90° - a') + (90° - b')$, c'est-à-dire que la distance des centres seroit égale à la somme des deux distances au zenith, corrigées de la parallaxe et de la réfraction. Il n'y auroit donc plus de triangle, comme l'observe le Citoyen Delambre, et la distance des centres passeroit par le zenith.

Si $s$ étoit plus grande que 180°, le triangle qui est censé l'avoir fournie seroit imaginaire. Si l'excès n'étoit que de quelques minutes, on devroit l'attribuer aux erreurs des observations; et avant d'entreprendre le calcul, il conviendroit, dit le Citoyen Delambre, de réduire la somme $s$ à 180°, en corrigeant les trois observations suivant le degré de confiance que chacune mériteroit; on calculeroit les réfractions et les parallaxes pour les hauteurs ainsi rectifiées, et on les appliqueroit avec des signes contraires à la distance observée, pour avoir la distance vraie. (Voyez un excellent

mémoire du Citoyen Delambre, inséré dans la connoissance des tems pour l'an XII, lequel a pour titre : *Réduction de la distance apparente à la distance vraie, dans le calcul des longitudes.*

L'examen que le Citoyen Romme a fait de ce cas, l'a conduit à chercher une formule pour la réduction de la distance apparente en distance vraie, que nous croyons devoir faire connoître.

*Page* 226, *avant l'alinea, ligne* 20, *qui commence par ces mots :* puisque pour déterminer la longitude, etc., on mettra ce qui suit.

Il y a une autre méthode pour la réduction, qui est aussi assez courte, et que par cette raison il est important de connoître. C'est celle de Dunthorn. Nous allons la donner avec sa démonstration.

On a trouvé ci-dessus

$$\cos. x = \cos.(a' - b') - \frac{2 \sin.(\frac{1}{2}s - a) \sin.(\frac{1}{2}s - b) \cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b}.$$

Soit $\sin.(\frac{1}{2}s - a) \sin.(\frac{1}{2}s - b) \frac{\cos. a' \cos. b'}{\cos. a \cos. b} = \sin.\frac{1}{2}G^2$;

on aura

$$\cos. x = \cos.(a' - b') - 2 \sin.\tfrac{1}{2}G^2.$$

Or $\cos. x = 2 \cos.\frac{1}{2}x^2 - 1$, et $2 \sin.\frac{1}{2}G^2 = 1 - \cos. G$;
donc on aura

$$2 \cos.\tfrac{1}{2}x^2 = \cos.(a' - b') + \cos. G,$$

ou $\cos.\frac{1}{2}x^2 = \cos.\frac{1}{2}(a' - b' + G) \cos.\frac{1}{2}(a' - b' - G)$,
ou $\cos.\frac{1}{2}x^2 = \cos.\frac{1}{2}(G + a' - b') \cos.\frac{1}{2}(G + b' - a')$.

Appliquons cette formule à l'exemple de Magellan.

On a $\frac{1}{2}s = 87^\circ\ 55'\ 30''$, $a = 17^\circ\ 47'\ 27''$, $b = 56^\circ\ 16'\ 50''$.
Donc $\frac{1}{2}s - a = 70^\circ\ 8'\ 3''$,
$\frac{1}{2}s - b = 31^\circ\ 38'\ 40''$,

| | |
|---|---|
| log. sin. $70^\circ\ 8'\ 3''$ . . . . | 9,973354 |
| log. sin. $31^\circ\ 38'\ 40''$ . . . . . | 9,719867 |
| compl. arith. de la diff. log. . . | 9,997990 |
| Somme . . . . . | 19,691211 |
| Demi-somme . . . . . | 9,845605 |

c'est le log. sin. de $\frac{1}{2}G$;
ce qui donne $\frac{1}{2}G = 44^\circ\ 29'\ 33''$.
Mais $a' = 18^\circ\ 38'\ 46''$, et $b' = 56^\circ\ 16'\ 16''$,
et par conséquent $\frac{1}{2}(b' - a') = 18^\circ\ 48'\ 45''$.
Donc $\frac{1}{2}(G + b' - a') = 63^\circ\ 18'\ 14''$,
et $\frac{1}{2}(G + a' - b') = 25^\circ\ 40'\ 44''$,

| | |
|---|---|
| log. cos. $63^\circ\ 18'\ 14''$ . . . . . | 9,652500 |
| log. cos. $25^\circ\ 40'\ 48''$ . . . . | 9,954834 |
| Somme . . . . . | 19,607334 |
| Demi-somme . . . . . | 9,803667 |

qui est le log. cos. $\frac{1}{2}x$;
en sorte que $\frac{1}{2}x = 50^\circ\ 28'\ 59''$.

Et par conséquent $x$ ou la distance vraie, est de 100° 57′ 58″.

Appliquons aussi cette formule à l'exemple de Lalande.

On a $\frac{1}{2}s = 72° 42' 30''$, $a = 27° 30'$, $b = 15° 25'$.

Ainsi $\frac{1}{2}s - a = 45° 12' 30''$,

$\frac{1}{2}s - b = 57° 17' 30''$.

Or on trouve

| | |
|---|---|
| log. sin. 57° 17′ 30″ . . . . . | 9,925019 |
| log. sin. 45° 12′ 30″ . . . . . | 9,851058 |
| compl. arith. de la diff. log. . . | 9,996850 |
| Somme . . . . . | 19,772927 |
| Demi-somme ou log. sin. $\frac{1}{2}$ G. | 9,886463 |

en sorte que $\frac{1}{2}G = 50° 20' 58''$.

On a $a' = 28° 18' 47''$, $b' = 15° 21' 43''$;

ainsi $\frac{1}{2}(a' - b') = 6° 28' 32''$.

Donc $\frac{1}{2}(G + a' - b') = 56° 49' 30''$,

et $\frac{1}{2}(G + b' - a') = 43° 52' 26''$;

| | |
|---|---|
| log. cos. 56° 49′ 30″. . . . . | 9,857856 |
| log. cos. 43° 52′ 26″. . . . . | 9,738144 |
| Somme . . . . . | 19,596000 |
| Demi-somme . . . . . | 9,798000 |

c'est le log. cos. $\frac{1}{2}x$, lequel donne $\frac{1}{2}x = 51° 5' 35''$;

ainsi la distance vraie est de 102° 11′ 10″.

On a imaginé dans ces derniers tems, de chercher la réduction au lieu de l'angle réduit. Voici comment on peut la trouver.

Continuant de représenter les mêmes quantités par les mêmes lettres, à l'exception de la distance vraie que nous représenterons par $D + x$, $x$ étant la réduction cherchée, les valeurs de cos. Z donnent l'équation,

$$\frac{\cos. D - \sin. a \sin. b + \cos. a \cos. b}{\cos. a \cos. b} = \frac{\cos.(D + x) - \sin. a' \sin. b' + \cos. a' \cos. b'}{\cos. a' \cos. b'},$$

ou $$\frac{\cos. D + \cos.(a + b)}{\cos. a \cos. b} = \frac{\cos.(D + x) + \cos.(a' + b')}{\cos. a' \cos. b'}.$$

Mais $\cos.(D + x) = \cos. D \cos. x - \sin. D \sin. x = \cos. D - 2 \cos. D \sin. \frac{1}{2}x^2 - \sin. D. \sin. x$.

On aura donc

$$\frac{\cos. D + \cos.(a + b)}{\cos. a \cos. b} = \frac{\cos. D + \cos.(a' + b')}{\cos. a' \cos. b'} - \frac{2 \cos. D \sin. \frac{1}{2}x^2}{\cos. a' \cos. b'} - \frac{\sin. D \sin. x}{\cos. a' \cos. b'}.$$

Multipliant par cos. $a'$ cos $b'$, transposant, divisant par sin. D, représentant $a + b + D$ par $s$, et $a' + b' + D$ par $s'$, on aura

$$\sin. x = \frac{2 \cos. \frac{1}{2}s' \cos.(\frac{1}{2}s' - D)}{\sin. D.} -$$

$$\frac{2\cos.\frac{1}{2}s\cos.(\frac{1}{2}s-D)}{\sin.D}\,\frac{\cos.a'\cos.b'}{\cos.a\cos.b}-2\sin.\tfrac{1}{2}x^2\cot.D,$$

où le dernier terme est très-petit. On peut voir dans les connoissance des tems des années XII et XIV, de très-belles formules pour cet objet, des Citoyens Delambre et Legendre.

Appliquons la formule à un exemple, et prenons celui de Magellan.

On a $a' = 18^\circ\,38'\,46''$, $b' = 56^\circ\,16'\,16''$, $D = 101^\circ\,46'\,43''$. On a donc $\frac{1}{2}s' = 88^\circ\,20'\,52''$, $\frac{1}{2}s' - D = 13^\circ\,25'\,51''$. On a donc, pour le calcul du premier terme,

| | |
|---|---|
| log. cos. 88° 20′ 52″. . . . . | 8,459886 |
| log. cos. 13° 25′ 51″ . . . . . | 9,987958 |
| log. 2 . . . . . | 0,301030 |
| compl. arith. log. sin. D . . . . | 0,009243 |
| Somme . . . . . | 8,758117 |

ce log. est celui de 0,0572950.

A l'égard du second terme, on voit qu'on n'a qu'à ajouter le logarithme de 2 et le compl. arith. de log. sin. D, à la somme des logarithmes 18,543952, trouvée précédemment.

| | |
|---|---|
| Ajoutant donc à . . . . . | 18,543952 |
| log. 2 . . . . . | 0,301030 |
| et le compl. arith. log. sin. D . . . | 0,009243 |
| La somme est . . . . . | 8,854225 |

logarithme auquel appartient le nombre 0,0714867, lequel est négatif. Si donc on en retranche celui qu'on vient de trouver, il restera 0,0141917, nombre négatif, dont le logarithme 8,152085 est le log. sin. de 48′ 47″; en sorte que si on néglige pour le moment le dernier terme, comme étant très-petit, on trouve que $x = 48'\,47''$.

Il reste donc à calculer le troisieme terme, en se servant de la valeur approchée de $x$. On trouve que le log. sin. $\frac{1}{2}x$, ou log. sin. 24′ 23″, est 7,850815. Ainsi

| | |
|---|---|
| log. sin $\frac{1}{2}x^2$ . . . . . | 5,701630 |
| log. 2. . . . . | 0,301030 |
| log. cot. D. . . . . | 9,319151 |
| Somme . . . . . | 5,321811 |
| retranchant (tables de la Caille). . | 4,685575 |
| il reste . . . . . | 0,636236 |

log. de 4″. Les soustrayant de 48′ 47″, il reste 48′ 43″; retranchant de D, c'est-à-dire de 101° 46′ 43″, il reste 100° 58′.

Il est presque superflu d'avertir qu'on peut diminuer considérablement le calcul du second terme, en employant les tables de Dunthorn.

Digitized by Google

*Il faut mettre en* petit Romain, *page* 248, *après la ligne* 27, *ce qui suit :*

Comme il est important de pouvoir déterminer les plus grandes marées, nous croyons devoir faire connoître la méthode que le Citoyen la Place a donnée pour cet objet, dans la connoissance des tems de l'an IX.

Nous devons, avant tout, faire remarquer que les hauteurs des marées ne dépendent pas seulement des distances du soleil et de la lune à la terre, qu'elles dépendent aussi des déclinaisons de ces astres : ces déclinaisons diminuent les marées des syzygies. A Brest, ces marées sont d'environ huit dixiemes de mètre, ou 2,46 pieds plus petites dans les solstices que dans les équinoxes ; les marées des quadratures sont aussi plus petites de la même quantité dans les équinoxes que dans les solstices.

La théorie et les observations nous apprennent 1°. que chaque marée, soit solaire, soit lunaire, augmente comme le cube du diametre apparent ou de la parallaxe de l'astre qui l'occasionne ; 2°. qu'elle diminue comme le carré du cosinus de la déclinaison de cet astre ; 3°. que dans les distances moyennes du soleil et de la lune à la terre, la marée lunaire est trois fois plus grande que la marée solaire.

Nommant donc $\frac{1}{n}$ la distance du soleil, au moment de la syzygie, sa distance moyenne étant prise pour unité, et $m$ sa déclinaison ; $\nu$ la parallaxe de la lune au même instant, divisée par la constante de la parallaxe des tables lunaires, et $\mu$ sa déclinaison ; la hauteur de la plus grande marée qui suit la syzygie dans nos ports, comptée de la surface d'équilibre que la mer prendroit sans l'action variable du soleil et de la lune, est à très-peu près proportionnelle à

$$n^3 \cos. m^2 + 3\,\nu^3 \cos. \mu^2,$$

expression qui devient

$$\tfrac{40}{163}\,(n^3 \cos. m^2 + 3\,\nu^3 \cos. \mu^2),$$

par la considération que dans les syzygies la parallaxe moyenne de la lune surpasse d'un cent vingtième la constante de cette parallaxe, à raison de l'argument de la variation, et que la valeur de $\nu^3$ est par-là augmentée d'un quarantieme et devient $\frac{41}{40}$.

Le citoyen la Place prend pour unité la valeur moyenne de cette hauteur dans les équinoxes, qu'on déterminera par le milieu entre un grand nombre de différences des hautes aux basses mers, qui suivent d'un jour ou deux, les syzygies vers les équinoxes : la moitié de cette différence moyenne est, à fort peu près, la hauteur prise pour unité. Il a trouvé par un grand nombre d'observations, qu'à Brest elle est égale à 3,183 (ou 9,798547 pieds). Multipliant par ce nombre les résultats que donnera la formule précédente, on aura la hauteur absolue des plus grandes marées dans ce port.

Le Citoyen la Place observe que cette formule n'est pas rigou-

reuse; que les quantités négligées peuvent augmenter de deux ou trois unités la dernière décimale des nombres qui composent le tableau qu'il donne des marées; mais que cela n'a lieu que vers les solstices, où il est le moins intéressant de connoître exactement la grandeur des marées, très-sensiblement affoiblies par les déclinaisons des deux astres; et enfin que les plus grandes marées sont à très-peu près égales aux plus grandes dépressions de la mer au-dessous de sa surface d'équilibre. Il est évident que c'est lorsque la syzygie coincide avec le périgée de la lune, vers les équinoxes, que les marées qui suivent la syzygie sont les plus grandes, toutes choses étant d'ailleurs égales.

Pour donner un exemple de la manière dont il faut employer la formule, cherchons la plus haute marée qui a suivi la nouvelle lune du 26 Vendémiaire an IX.

Le moment de la nouvelle lune, le 26, a été à $9^h\ 21'$ du matin; c'étoit donc, en comptant astronomiquement, le 25 à $21^h.21'$, ou le 17 Octobre 1800, à $21^h\ 21'$.

On trouve, pour cet instant, l'anomalie moyenne du soleil, de $3^s\ 17^o\ 10'\ 58''$, avec laquelle on trouve (Astronomie de Lalande) le logarithme de la distance du soleil à la terre, 9,997954, et par conséquent, 9,993862, log. de $n^3$.

La déclinaison du soleil étoit de $9^o\ 35'\ 52''$, dont le log. cos. est 9,993875; en sorte que l'on a 9,987750 pour log. cos. $m^2$.

| | |
|---|---|
| Ajoutant donc au log. $n^3$. . . . . | 9,993862 |
| celui de cos. $m^2$. . . . . | 9,987750 |
| et le compl. arith. du log. de $\frac{40}{163}$. . | 9.389872 |
| on aura . . . . . | 9,371484 |

log. de 0,2352.

La parallaxe de la lune étoit de $59'\ 48''$; prenant $57'\ 3''$ pour la constante de la parallaxe des tables, on a 0.020445 pour le log. de $\nu$; donc le log. de $\nu^3$ est 0,061335. La déclinaison de la lune étoit de $10^o\ 2'$, dont le log. cos. est 9,993307; en sorte que logarithme cosinus $m^2$ est 9,986614. Ajoutant donc les quatre logarithmes. . . . . 0,477121

0,061335
9,986614
9,389872

Leur somme. . . . . 9,914942

sera le log. de ●,8221.

Ajoutant ce nombre à 0,2352, on aura 1,0573 pour la hauteur de la marée qui a suivi la nouvelle lune du 26 Vendémiaire an IX. Le Citoyen la Place trouve 1,06.

Peut-être devons-nous avertir que la constante de la parallaxe est la parallaxe moyenne entre les plus grandes et les plus petites: l'orbite de la lune étant une courbe très-différente d'un cercle

concentrique à la terre, ses distances, et par conséquent ses parallaxes, sont fort éloignées d'être égales; il y en a donc une moyenne entre les plus grandes et les plus petites, et cette parallaxe moyenne est celle qui, demeurant toujours constante dans l'expression de la parallaxe, qui résulte de la théorie, n'a besoin, pour devenir la parallaxe vraie de chaque point de l'orbite, que d'être augmentée ou diminuée par les autres termes qu'on lui applique, et qui sont représentés dans l'expression par des variables.

Clairant donne pour expression de la parallaxe,

$57'3'' - 2'\ 5'',5 \cos. y + 10''\ 3 \cos. 2y + 28'',1 \cos. 2t - 34'',2 \cos. (2t - y)$,

où $57'\ 3''$ est la constante de la parallaxe pour Paris, déterminée par Lalande, $y$ l'anomalie moyenne de la lune, et $t$ la distance moyenne de la lune au soleil.

Nous rapporterons par occasion une formule très-simple, qu'on doit au Citoyen Delambre, pour réduire la parallaxe équatoriale à celle qui convient à une latitude quelconque. Soit P la parallaxe horizontale équatoriale, $p$ la parallaxe qui convient à la latitude donnée L, $\alpha$ l'angle de la verticale; on a

$p = P - \frac{1}{2} P (\text{sin. } \alpha \text{ tang. } (L - \alpha) + \frac{1}{4} \text{sin. } \alpha^2)$.

On peut, dit le Citoyen Delambre, négliger, sans scrupule, le petit terme $\frac{1}{4}$ sin. $\alpha^2$, qui ne peut produire, au plus, que $0'',01$.

Supposons que la parallaxe équatoriale étant de $58'$, on demande la parallaxe pour Paris.

On a d'abord à trouver l'angle de la verticale. Or on a, page 99,

tang. angle au centre $= \frac{b^2}{a^2}$ tang. latitude.

Ainsi supposant l'applatissement de la terre d'un trois cent trente-quatrième, et la latitude de Paris de $48^\circ\ 50'\ 15''$, on aura

tang. angle au centre $= (\frac{333}{334})^2$ tang. $48^\circ\ 50'\ 15''$,

| | |
|---|---|
| compl. arith. du log $(\frac{333}{334})^2$ . . . . . | 9,997396 |
| log. tang. $48^\circ\ 50'\ 15''$ . . . . . | 10,058351 |
| Somme. . . . . | 10,055747 |

log. tang. de $48^\circ\ 40'\ 2'',12$.

Or l'angle de la verticale est égal à la latitude moins l'angle au centre; il est donc égal à $48^\circ\ 50'\ 15'' - 48^\circ\ 40'\ 2'',12$, et par conséquent à $10'\ 12'',88$.

On peut donc calculer maintenant le second terme de la formule, qui est

$29'$ (sin. $10'\ 12'',88$ tang. $48^\circ\ 40'\ 2'',12$),

| | |
|---|---|
| log $29'$. . . . . | 3,240549 |
| log. sin. $10'\ 12'',88$ . . . . . | 7,472950 |
| log. tang. $48^\circ\ 40'\ 2'',12$ . . . | 10,055747 |
| Somme . . . . . | 0,769246 |

qui est le log. de $5'',878$.

Retranchant 5″,878 de 58′, on trouvera que la parallaxe horizotale pour Paris est de 57′ 54′,122.

*On mettra en* petit Romain *ce qui suit, page* 252, *après la ligne* 23

On peut encore trouver l'heure de la pleine mer par le passage de la lune au méridien. Avant d'en exposer la méthode, nous ferons quelques observations.

Nous rappelerons d'abord que les eaux de la mer prennent la forme d'un sphéroïde elliptique par l'action de la lune, et qu'elles en prennent une semblable par l'action du soleil. Le sommet du sphéroïde n'est point dirigé vers l'astre qui agit sur elles; il reste en arrière d'environ 20 degrés, ce qui est dû principalement à l'inertie des eaux. Delà vient que les marées retardent plus ou moins sur les passages de ces astres au méridien.

Chaque sphéroïde suivant l'astre qui le produit, le sphéroïde lunaire fait une révolution autour de la terre dans le même tems que la lune emploie à revenir au méridien, c'est-à-dire, en $24^h\ 48'\ 49''$, et le sphéroïde solaire fait la sienne en $24^h$. Les marées lunaires et les marées solaires ont donc des périodes différentes; et c'est de la différence de ces périodes que résultent les phénomènes qui se font le plus remarquer dans le flux et le reflux de la mer.

Les eaux de la mer formant des sphéroïdes par l'action du soleil et de la lune, l'élévation des eaux dans les syzygies est égale à la somme des quantités dont chacun les éleveroit séparément. Les axes des deux sphéroïdes étant perpendiculaires l'un à l'autre dans les quadratures, la hauteur des marées est alors la différence des effets des deux astres.

Nous ferons remarquer en passant que près de l'instant où les marées sont les plus grandes ou les plus petites, qui, à Brest, suit d'un jour et demi la syzygie ou la quadrature, la diminution des marées dans le premier cas, et leur accroissement dans le second, sont proportionnels au carré du tems écoulé depuis cet instant.

Quand la lune et le soleil sont à quelque distance l'un de l'autre, chacun élève les eaux, dans un lieu donné, d'une quantité différente, et la somme de ces deux quantités est la hauteur de la marée. Si la force de la lune est trois fois plus grande que celle du soleil, le point de la haute mer approchera trois fois plus de la lune que du soleil; le passage de la lune au méridien est donc ce qui influe le plus sur le tems de la haute mer. Aussi à-t-on coutume de supposer que la mer suit le mouvement vrai de la lune, et que la pleine mer retarde tous les jours de la même quantité que le passage de la lune au méridien.

On sent cependant que le soleil doit influer sur l'heure de la marée. Car comme l'observe le Citoyen Lalande, le point de la

plus grande hauteur de la mer n'est point le sommet du sphéroïde lunaire, il en est à une certaine distance du côté du sphéroïde solaire. La plus grande marée est donc moins grande que celle que la lune seule pourroit produire, et le tems où elle arrive est différent de celui qu'on détermine par le passage de la lune au méridien. Celui-ci n'est exact que pour le sommet du sphéroïde lunaire, et en supposant que le point de la haute mer soit toujours à la même distance de la lune.

On peut au reste trouver le point de la haute mer par la règle suivante, qu'on doit à Boscowich : la somme des forces du soleil et de la lune, est à leur différence, comme la tangente de l'élongation, ou distance apparente de la lune au soleil, est à la tangente d'un arc, qui, retranché de cette élongation, donne le double de l'arc compris entre la lune et le point de la haute mer. C'est ainsi qu'on trouve, en supposant la force de la lune triple de celle du soleil, et ces deux astres éloignés l'un de l'autre de 60°, que le point de la haute mer est éloigné de la lune de 9° 33′.

En ne considérant que la lune, qui a une si grande influence sur l'heure des marées; pour avoir l'heure de la pleine mer, il faudra ajouter à l'heure de l'établissement du port, l'heure du passage de la lune au méridien du lieu, pour le jour dont il s'agit, et l'intervalle de tems dont la pleine mer arrive après ou avant le passage de la lune au méridien; la somme sera l'heure qu'on veut avoir.

Tout se réduit donc à savoir comment on trouve le passage de la lune au méridien d'un lieu. Pour cela il faudra faire la proportion : $24^h$ sont à la différence entre le méridien de Paris et celui du lieu, en tems, comme la différence des passages d'un jour à l'autre, est à un nombre de minutes et secondes, qu'on ajoutera à l'heure du passage par le méridien de Paris, si le lieu proposé est à l'Ouest de Paris, et qu'on en retranchera, si le lieu est à l'Est; et on aura le tems du passage au méridien de ce lieu.

Voyons quelques exemples. On demande l'heure de la pleine mer à Brest, le 20 pluviôse an XIII (le 9 Février 1805). Il faut d'abord trouver l'heure du passage de la lune au méridien de Brest ce jour-là.

Ce jour-là, la lune passe au méridien de Paris à $8^h\ 15'$; la différence entre cette heure et l'heure du passage, le 21, est $1^h\ 2'$; et la différence des méridiens est de $27'\ 23''$; on fera la proportion, $24^h : 27'\ 23'' :: 1^h\ 2' :$ un quatrième terme pour lequel on trouvera $1'\ 10''$. Ajoutant $1'\ 10''$ à l'heure $8^h\ 15'$ pour Paris, à cause que Brest est à l'occident de Paris, on trouve que la lune passe au méridien de Brest à $8^h\ 16'\ 10''$. Ajoutant $8^h\ 16'$ à l'heure de l'établissement du port $3^h\ 15'$, on aura $11^h\ 31'$, ce qui sera, à peu près, l'heure de la pleine mer à Brest, le 20 Pluviôse an XIII. La différence des longitudes du

soleil et de la lune ce jour-là, est 7ˢ 28° 12′ 10″, et par conséquent leur distance, de 4ˢ 1° 47′ 50″. Comme la lune se trouve alors près de sa plus petite distance à la terre, la table suivante donne 21′ à ajouter à l'heure de la pleine mer, qu'on vient de trouver; en sorte qu'on a vraiment 11ʰ 52′ pour l'heure de la pleine mer.

*TABLE de l'intervalle de tems dont la haute Mer arrive avant ou après le passage de la Lune au Meridien.*

| DISTANCE de la Lune au Soleil, à son passage par le Méridien. | | La LUNE étant périgée. | La LUNE dans ses moyennes distances. | La LUNE étant apogée. |
|---|---|---|---|---|
| *Sign.* | *Deg.* | *Minutes.* | *Minutes.* | *Minutes.* |
| O | 0 | 18 après. | 22 après. | 27 ½ après. |
| | 10 | 9 ½ après. | 11 ½ après. | 14 après. |
| | 20 | 0 | 0 | 0 |
| I | 0 | 9 ½ avant. | 11 ½ avant. | 14 avant. |
| | 10 | 18 avant. | 22 avant. | 27 ½ avant. |
| | 20 | 26 avant. | 31 ½ avant. | 39 ½ avant. |
| II | 0 | 33 avant. | 40 avant | 50 avant. |
| | 10 | 37 ½ avant. | 45 avant. | 56 avant. |
| | 20 | 38 ½ avant. | 46 ½ avant. | 58 avant. |
| III. | 0 | 33 ½ avant. | 41 ½ avant. | 50 ½ avant. |
| | 10 | 21 avant. | 25 avant. | 31 avant. |
| | 20 | 0 | 0 | 0 |
| IV | 0 | 21 après. | 25 après. | 31 après. |
| | 10 | 33 ½ après. | 40 ½ après. | 50 ½ après. |
| | 20 | 38 ½ après. | 46 ½ après. | 58 après. |
| V | 0 | 37 ½ après. | 45 après. | 56 après. |
| | 10 | 33 après. | 40 après. | 50 après. |
| | 20 | 26 après. | 31 ½ après. | 39 ½ après. |
| VI | 0 | 18 après. | 22 après. | 27 ½ après. |

On trouve 11ʰ 58′ par la méthode qu'on a exposée, page 249 et suivantes.

On demande l'heure de la pleine mer à Brest, le 13 Messidor an XIII (le 2 Juillet 1805).

On

On trouve que la lune passe au méridien à $4^h\ 59'$; les ajoutant à $3^h\ 15'$, on aura $8^h\ 14'$ pour l'heure à peu près de la pleine mer. La distance de la lune au soleil, le 13 Messidor, est $2^s\ 14^o\ 29'$; la lune étant alors à peu de distance de son périgée : la table donne $37'$ à retrancher de $8^h\ 14'$; en sorte que l'heure de la pleine mer est $7^h\ 37'$. L'autre méthode donne $7^h\ 29'$.

Trouver l'heure de la pleine mer à Brest, le 20 Thermidor an XIII (le 8 août 1805).

La lune passe au méridien de Brest à $10^h\ 50'$; les ajoutant à $3^h\ 15'$, on trouve $14^h\ 5'$. Ce jour-là, la distance de la lune au soleil est de $5^s\ 7^o\ 43'$. Comme la lune est alors aux environs de sa plus petite distance à la terre, la table donne $35'$ à ajouter. On trouve donc $14^h\ 40'$ pour l'heure de la pleine mer; mais le 20 Thermidor à $14^h\ 40'$, c'est le 21 à $2^h\ 40'$ du matin. Pour avoir l'heure de la pleine mer de l'après midi du 20, on pourra se contenter de retrancher $12^h\ 25'$ de l'heure trouvée, ce qui ne peut occasionner qu'une différence de quelques minutes, et l'on aura $2^h\ 15'$ pour l'heure cherchée de la pleine mer.

L'autre méthode donne $2^h\ 3'$.

*Alinea à mettre page* 373, *avant le dernier alinea de cette page*, *en* petit Romain.

Suivant M. de la Condamine, on observe dans la riviere des Amazones, dans le tems du flux, deux courants opposés, l'un à la surface de leau, l'autre à quelque profondeur; deux autres courants dont l'un remonte le long des bords du fleuve et s'accélère, tandis que l'autre, au milieu du lit de la riviere, descend et retarde; enfin deux autres courants opposés qui se rencontrent souvent dans le voisinage de la mer, dans des canaux de traverse naturels où le flux entre à la fois par deux endroits opposés.

*Alinea à mettre en* petit Romain, *page* 392, *avant la ligne* 8.

Page 390, on a

$$\cos. BC = \frac{\cos. A + \cos. B \cos. C}{\sin. B \sin. C};$$

donc

$$2 \sin. \tfrac{1}{2} BC^2 = 1 - \cos. BC = \frac{\sin. B. \sin. C - \cos. B \cos. C - \cos. A}{\sin. B \sin. C} =$$

$$\frac{-\cos. (B + C) - \cos. A}{\sin. B \sin. C};$$

donc

$$\sin. \tfrac{1}{2} BC^2 = \frac{-\cos. (A + B + C) \cos. (B + C - A)}{\sin. B \sin. C}.$$

Cette valeur de $\sin. \frac{1}{2} BC^2$ quoique sous une forme négative, est toujours positive.

*TABLE des différences logarithmiques pour calculer facilement la distance de la Lune au Soleil et aux Étoiles.*

| HAUT. de la LUNE. | PARALLAXE HORIZONTALE DE LA LUNE. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 53′ | 54′ | 55′ | 56′ | 57′ |
| *Deg.* | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. |
| 0 | + 11,3 | + 11,2 | + 11,1 | + 11,0 | + 10,9 |
| 1 | + 4,2 | + 3,9 | + 3,6 | + 3,2 | + 2,9 |
| 2 | − 5,3 | − 5,9 | − 6,5 | − 7,1 | − 7,6 |
| 3 | 16,1 | 16,9 | 17,7 | 18,5 | 19,3 |
| 4 | 27,3 | 28,4 | 29,4 | 30,5 | 31,5 |
| 5 | 38,8 | 40,1 | 41,3 | 42,6 | 43,9 |
| 6 | 50,4 | 51,9 | 53,4 | 54,9 | 56,3 |
| 7 | 62,0 | 63,7 | 65,5 | 67,2 | 68,9 |
| 8 | 73,6 | 75,6 | 77,5 | 79,4 | 81,4 |
| 9 | 85,2 | 87,4 | 89,5 | 91,7 | 93,8 |
| 10 | 96,8 | 99,1 | 101,5 | 103,9 | 106,3 |
| 11 | 108,3 | 110,9 | 113,5 | 116,1 | 118,7 |
| 12 | 119,7 | 122,6 | 125,4 | 128,2 | 131,0 |
| 13 | 131,2 | 134,2 | 137,2 | 140,3 | 143,3 |
| 14 | 142,6 | 145,8 | 149,0 | 152,3 | 155,6 |
| 15 | 154,0 | 157,4 | 160,9 | 164,3 | 167,8 |
| 16 | 165,2 | 168,9 | 172,5 | 176,2 | 179,9 |
| 17 | 176,4 | 180,3 | 184,2 | 188,1 | 192,0 |
| 18 | 187,6 | 191,7 | 195,8 | 199,9 | 204,0 |
| 19 | 198,7 | 203,1 | 207,3 | 211,6 | 216,0 |
| 20 | 209,8 | 214,2 | 218,8 | 223,3 | 227,8 |
| 21 | 220,8 | 225,5 | 230,2 | 234,9 | 239,6 |
| 22 | 231,6 | 236,5 | 241,4 | 246,3 | 251,3 |
| 23 | 242,3 | 247,5 | 252,6 | 257,8 | 262,9 |
| 24 | 253,2 | 258,4 | 263,8 | 269,1 | 274,5 |
| 25 | 263,7 | 269,3 | 274,8 | 280,4 | 285,9 |
| 26 | 274,3 | 280,1 | 285,8 | 291,6 | 297,3 |
| 27 | 284,8 | 290,8 | 296,7 | 302,7 | 308,5 |
| 28 | 295,2 | 301,3 | 307,4 | 313,6 | 319,7 |
| 29 | 303,5 | 311,7 | 318,1 | 324,4 | 330,8 |
| 30 | 315,6 | 322,1 | 328,7 | 335,2 | 341,7 |

*Suite de la Table des différences logarithmiques, etc.*

| HAUT. vraie de la Lune. | PARALLAXE HORIZONTALE DE LA LUNE. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 58′ | 59′ | 60′ | 61′ | 62′ |
| *Deg.* | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. |
| 0 | + 10,8 | + 10,8 | + 10,7 | + 10,6 | + 10,4 |
| 1 | + 2,5 | + 2,2 | + 1,8 | + 1,5 | + 1,1 |
| 2 | — 8,2 | — 8,8 | — 9,4 | — 10,0 | — 10,6 |
| 3 | 20,1 | 21,0 | 21,8 | 22,6 | 23,5 |
| 4 | 32,5 | 33,6 | 34,7 | 35,7 | 36,8 |
| 5 | 45,1 | 46,4 | 47,7 | 49,0 | 50,3 |
| 6 | 57,8 | 59,4 | 60,8 | 62,4 | 63,9 |
| 7 | 70,6 | 72,3 | 74,1 | 75,8 | 77,6 |
| 8 | 83,3 | 85,3 | 87,2 | 89,2 | 91,1 |
| 9 | 96,0 | 98,2 | 100,3 | 102,5 | 104,7 |
| 10 | 108,6 | 111,0 | 113,4 | 115,9 | 118,2 |
| 11 | 121,3 | 123,9 | 126,5 | 129,1 | 131,7 |
| 12 | 133,8 | 136,6 | 139,5 | 142,3 | 145,2 |
| 13 | 146,4 | 149,4 | 152,4 | 155,5 | 158,5 |
| 14 | 158,8 | 162,0 | 165,4 | 168,6 | 171,9 |
| 15 | 171,2 | 174,7 | 178,2 | 181,7 | 185,2 |
| 16 | 183,5 | 187,1 | 191,0 | 194,6 | 198,3 |
| 17 | 195,8 | 199,8 | 203,7 | 207,6 | 211,5 |
| 18 | 208,1 | 212,2 | 216,3 | 220,4 | 224,6 |
| 19 | 220,2 | 224,6 | 228,9 | 233,3 | 237,6 |
| 20 | 232,3 | 236,8 | 241,4 | 245,9 | 250,4 |
| 21 | 244,4 | 249,1 | 253,8 | 258,6 | 263,3 |
| 22 | 256,2 | 261,2 | 266,1 | 271,0 | 276,0 |
| 23 | 268,1 | 273,2 | 278,3 | 283,5 | 288,6 |
| 24 | 279,8 | 285,2 | 290,5 | 295,8 | 301,2 |
| 25 | 291,4 | 297,0 | 302,5 | 308,1 | 313,7 |
| 26 | 303,1 | 308,7 | 314,5 | 320,2 | 326,0 |
| 27 | 314,4 | 320,4 | 326,3 | 332,3 | 338,3 |
| 28 | 325,8 | 332,0 | 338,1 | 344,3 | 350,4 |
| 29 | 337,0 | 343,4 | 349,7 | 356,1 | 362,4 |
| 30 | 348,2 | 354,7 | 361,3 | 367,8 | 374,3 |

*Suite de la Table des différences logarithmiques, etc.*

| Haut. de la Lune. | Parallaxe horizontale de la Lune. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 53′ | 54′ | 55′ | 56′ | 57′ |
| Deg. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. |
| 30 | 315,6 | 322,1 | 328,7 | 335,2 | 341,7 |
| 31 | 325,7 | 332,4 | 339,1 | 345,8 | 352,5 |
| 32 | 335,7 | 342,5 | 349,4 | 356,3 | 363,2 |
| 33 | 345,5 | 352,6 | 359,7 | 366,8 | 373,8 |
| 34 | 355,3 | 362,6 | 369,8 | 377,1 | 384,3 |
| 35 | 364,9 | 372,3 | 379,8 | 387,2 | 394,7 |
| 36 | 374,4 | 382,0 | 389,7 | 397,3 | 404,9 |
| 37 | 383,8 | 391,6 | 399,3 | 407,2 | 415,0 |
| 38 | 393,1 | 401,1 | 409,0 | 417,0 | 425,0 |
| 39 | 402,3 | 410,4 | 418,5 | 426,7 | 434,8 |
| 40 | 411,3 | 419,6 | 427,9 | 436,2 | 444,6 |
| 41 | 420,2 | 428,7 | 437,2 | 445,6 | 454,1 |
| 42 | 428,9 | 437,6 | 446,2 | 454,9 | 463,5 |
| 43 | 437,5 | 446,4 | 455,2 | 464,0 | 472,8 |
| 44 | 446,0 | 455,0 | 464,0 | 472,9 | 481,9 |
| 45 | 454,4 | 463,5 | 472,6 | 481,8 | 490,9 |
| 46 | 462,6 | 471,8 | 481,1 | 490,4 | 499,7 |
| 47 | 470,6 | 480,0 | 489,5 | 498,9 | 508,4 |
| 48 | 478,5 | 488,1 | 497,7 | 507,3 | 516,9 |
| 49 | 486,3 | 496,0 | 505,7 | 515,5 | 525,2 |
| 50 | 493,9 | 503,8 | 513,6 | 523,5 | 533,4 |
| 51 | 501,4 | 511,4 | 521,4 | 531,4 | 541,4 |
| 52 | 508,7 | 518,8 | 529,0 | 539,1 | 549,3 |
| 53 | 515,8 | 526,1 | 536,3 | 546,6 | 556,9 |
| 54 | 522,7 | 533,2 | 543,6 | 554,0 | 564,4 |
| 55 | 529,5 | 540,1 | 550,6 | 561,2 | 571,7 |
| 56 | 536,1 | 546,8 | 557,5 | 568,1 | 578,8 |
| 57 | 542,6 | 553,4 | 564,2 | 574,9 | 585,7 |
| 58 | 548,8 | 559,7 | 570,6 | 581,6 | 592,5 |
| 59 | 554,9 | 565,9 | 577,0 | 588,0 | 599,1 |
| 60 | 560,8 | 571,9 | 583,1 | 594,2 | 605,4 |

*Suite de la Table des différences logarithmiques, etc.*

| Haut. vraie de la Lune. | Parallaxe horizontale de la Lune. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 58′ | 59′ | 60′ | 61′ | 62′ |
| *Deg.* | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. |
| 30 | 348,2 | 354,7 | 361,3 | 367,8 | 374,3 |
| 31 | 359,2 | 366,0 | 372,7 | 379,4 | 386,1 |
| 32 | 370,1 | 377,1 | 383,9 | 390,9 | 397,8 |
| 33 | 380,9 | 388,0 | 395,1 | 402,2 | 409,3 |
| 34 | 391,6 | 398,9 | 406,1 | 413,4 | 420,7 |
| 45 | 402,1 | 409,6 | 417,0 | 424,5 | 432,0 |
| 36 | 412,5 | 420,2 | 427,8 | 435,5 | 443,1 |
| 37 | 422,9 | 430,6 | 438,5 | 446,3 | 454,1 |
| 38 | 433,0 | 441,0 | 449,0 | 457,0 | 465,0 |
| 39 | 443,0 | 451,2 | 459,3 | 467,5 | 475,7 |
| 40 | 452,9 | 461,2 | 469,6 | 477,9 | 486,2 |
| 41 | 462,7 | 471,1 | 479,6 | 488,1 | 496,7 |
| 42 | 472,2 | 480,9 | 489,5 | 498,2 | 506,9 |
| 43 | 481,6 | 490,5 | 499,3 | 508,1 | 517,0 |
| 44 | 490,9 | 499,9 | 508,9 | 517,9 | 526,9 |
| 45 | 500,0 | 509,2 | 518,3 | 527,5 | 536,6 |
| 46 | 509,0 | 518,3 | 527,6 | 536,9 | 546,2 |
| 47 | 517,8 | 527,3 | 536,7 | 546,2 | 555,6 |
| 48 | 526,5 | 536,1 | 545,7 | 555,3 | 564,9 |
| 49 | 535,0 | 544,7 | 554,5 | 564,2 | 574,0 |
| 50 | 543,3 | 553,2 | 563,1 | 573,0 | 582,9 |
| 51 | 551,4 | 561,5 | 571,5 | 581,5 | 591,6 |
| 52 | 559,4 | 569,6 | 579,8 | 589,9 | 600,1 |
| 53 | 567,2 | 577,6 | 587,8 | 598,1 | 608,5 |
| 54 | 574,8 | 585,3 | 595,7 | 606,1 | 616,6 |
| 55 | 582,3 | 592,8 | 603,4 | 614,0 | 624,5 |
| 56 | 589,5 | 600,2 | 610,9 | 621,6 | 632,3 |
| 57 | 596,6 | 607,4 | 618,2 | 629,0 | 639,8 |
| 58 | 603,4 | 614,3 | 625,2 | 636,2 | 647,1 |
| 59 | 610,1 | 621,1 | 632,1 | 643,2 | 654,2 |
| 60 | 616,5 | 627,7 | 638,8 | 650,0 | 661,2 |

*Suite de la Table des Différences logarithmiques, etc.*

| Haut. de la Lune. | Parallaxe horizontale de la Lune. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 53′ | 54′ | 55′ | 56′ | 57′ |
| *Deg.* | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. |
| 60 | 560,8 | 571,9 | 583,1 | 594,2 | 605,4 |
| 61 | 566,5 | 577,8 | 589,0 | 600,3 | 611,5 |
| 62 | 572,1 | 583,5 | 594,8 | 606,2 | 617,5 |
| 63 | 577,6 | 589,0 | 600,4 | 611,9 | 623,4 |
| 64 | 582,8 | 594,3 | 605,9 | 617,4 | 629,0 |
| 65 | 587,9 | 599,5 | 611,0 | 622,8 | 634,4 |
| 66 | 592,7 | 604,4 | 616,2 | 627,9 | 639,7 |
| 67 | 597,3 | 609,2 | 621,0 | 632,8 | 644,7 |
| 68 | 601,8 | 613,8 | 625,7 | 637,6 | 649,5 |
| 69 | 606,1 | 618,2 | 630,2 | 642,2 | 654,2 |
| 70 | 610,2 | 622,3 | 634,4 | 646,5 | 658,5 |
| 71 | 614,2 | 626,3 | 638,5 | 650,6 | 662,7 |
| 72 | 617,8 | 630,1 | 642,4 | 654,5 | 666,7 |
| 73 | 621,1 | 633,7 | 645,9 | 658,2 | 670,5 |
| 74 | 624,7 | 637,0 | 649,4 | 661,7 | 674,2 |
| 75 | 627,9 | 640,3 | 652,7 | 665,1 | 677,5 |
| 76 | 630,9 | 643,3 | 655,7 | 668,2 | 680,6 |
| 77 | 633,6 | 646,0 | 658,5 | 671,1 | 683,6 |
| 78 | 636,0 | 648,6 | 661,2 | 673,7 | 686,3 |
| 79 | 638,3 | 650,9 | 663,5 | 676,1 | 688,7 |
| 80 | 640,5 | 653,1 | 665,7 | 678,3 | 691,0 |
| 81 | 642,3 | 654,9 | 667,7 | 680,4 | 693,1 |
| 82 | 644,0 | 656,7 | 669,4 | 682,2 | 694,9 |
| 83 | 645,5 | 658,2 | 671,0 | 683,8 | 696,5 |
| 84 | 646,9 | 659,5 | 672,3 | 685,2 | 697,9 |
| 85 | 647,9 | 660,7 | 673,5 | 686,4 | 699,1 |
| 86 | 648,8 | 661,6 | 674,5 | 687,3 | 700,1 |
| 87 | 649,5 | 662,3 | 675,2 | 688,0 | 700,9 |
| 88 | 650,1 | 662,9 | 676,0 | 688,5 | 701,5 |
| 89 | 650,3 | 663,2 | 676,2 | 688,9 | 701,8 |

Digitized by Google

*Suite de la Table des Différences logarithmiques, etc.*

| Haut. vraie de la Lune. | PARALLAXE HORIZONTALE DE LA LUNE. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 58′ | 59′ | 60′ | 61′ | 62′ |
| *Deg.* | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. | Diff. log. |
| 60 | 616,5 | 627,7 | 638,8 | 650,0 | 661,2 |
| 61 | 622,8 | 634,0 | 645,3 | 656,6 | 667,9 |
| 62 | 628,9 | 640,3 | 651,6 | 663,0 | 674,4 |
| 63 | 634,8 | 646,3 | 657,8 | 669,2 | 680,7 |
| 64 | 640,6 | 652,1 | 663,7 | 675,3 | 686,9 |
| 65 | 646,1 | 657,8 | 669,4 | 681,1 | 692,8 |
| 66 | 651,4 | 663,2 | 674,9 | 686,7 | 698,4 |
| 67 | 656,5 | 668,3 | 680,2 | 692,0 | 703,9 |
| 68 | 661,4 | 673,3 | 685,3 | 697,2 | 709,2 |
| 69 | 666,2 | 678,1 | 690,2 | 702,2 | 714,2 |
| 70 | 670,6 | 682,7 | 694,8 | 706,9 | 719,0 |
| 71 | 674,9 | 687,0 | 699,2 | 711,3 | 723,5 |
| 72 | 678,9 | 691,2 | 703,4 | 715,6 | 727,9 |
| 73 | 682,8 | 695,1 | 707,4 | 719,7 | 732,0 |
| 74 | 686,5 | 698,8 | 711,2 | 723,5 | 735,9 |
| 75 | 689,9 | 702,3 | 714,7 | 727,1 | 739,6 |
| 76 | 693,2 | 705,6 | 718,1 | 730,6 | 743,0 |
| 77 | 696,1 | 708,6 | 721,2 | 733,8 | 746,2 |
| 78 | 698,8 | 711,4 | 724,0 | 736,6 | 749,1 |
| 79 | 701,3 | 714,0 | 726,6 | 739,2 | 751,8 |
| 80 | 703,6 | 716,3 | 729,0 | 741,6 | 754,3 |
| 81 | 705,7 | 718,4 | 731,1 | 743,8 | 756,5 |
| 82 | 707,6 | 720,3 | 733,1 | 745,8 | 758,5 |
| 83 | 709,3 | 722,0 | 734,8 | 747,5 | 760,3 |
| 84 | 710,7 | 723,5 | 736,2 | 748,9 | 761,8 |
| 85 | 711,9 | 724,7 | 737,5 | 750,1 | 763,1 |
| 86 | 713,9 | 725,7 | 738,5 | 751,3 | 764,2 |
| 87 | 713,7 | 726,5 | 739,3 | 752,1 | 765,0 |
| 88 | 714,2 | 727,1 | 740,0 | 752,8 | 765,6 |
| 89 | 714,5 | 727,3 | 740,3 | 753,1 | 766,0 |

*TABLE de ce qu'il faut ajouter à la différence logarithmique, prise dans la table précédente, pour tenir lieu de la différence des log. cos. de la hauteur vraie et de la hauteur apparente du Soleil ou de l'Étoile, quand la réfraction est trop grande.*

| HAUT. du Soleil ou de l'Étoile. | CORRECTIONS de la Différence logarith. | | HAUT. du Soleil ou de l'Étoile. | CORRECTIONS de la Différence logarith. | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Étoiles. | Soleil. | | Étoiles. | Soleil. |
| 3° | 2,7 | 2,8 | 12 | 0,3 | 0,7 |
| 4 | 1,8 | 1,9 | 14 | 0,2 | 0,7 |
| 5 | 1,3 | 1,4 | 15 | 0,1 | 0,7 |
| 6 | 0,9 | 1,1 | 25 | 0,1 | 0,8 |
| 7 | 0,7 | 0,9 | 26 | 0,0 | 0,9 |
| 8 | 0,6 | 0,8 | 32 | 0,0 | 1,0 |
| 9 | 0,5 | 0,7 | 50 | 0,0 | 1,5 |
| 10 | 0,4 | 0,7 | 70 | 0,0 | 1,8 |

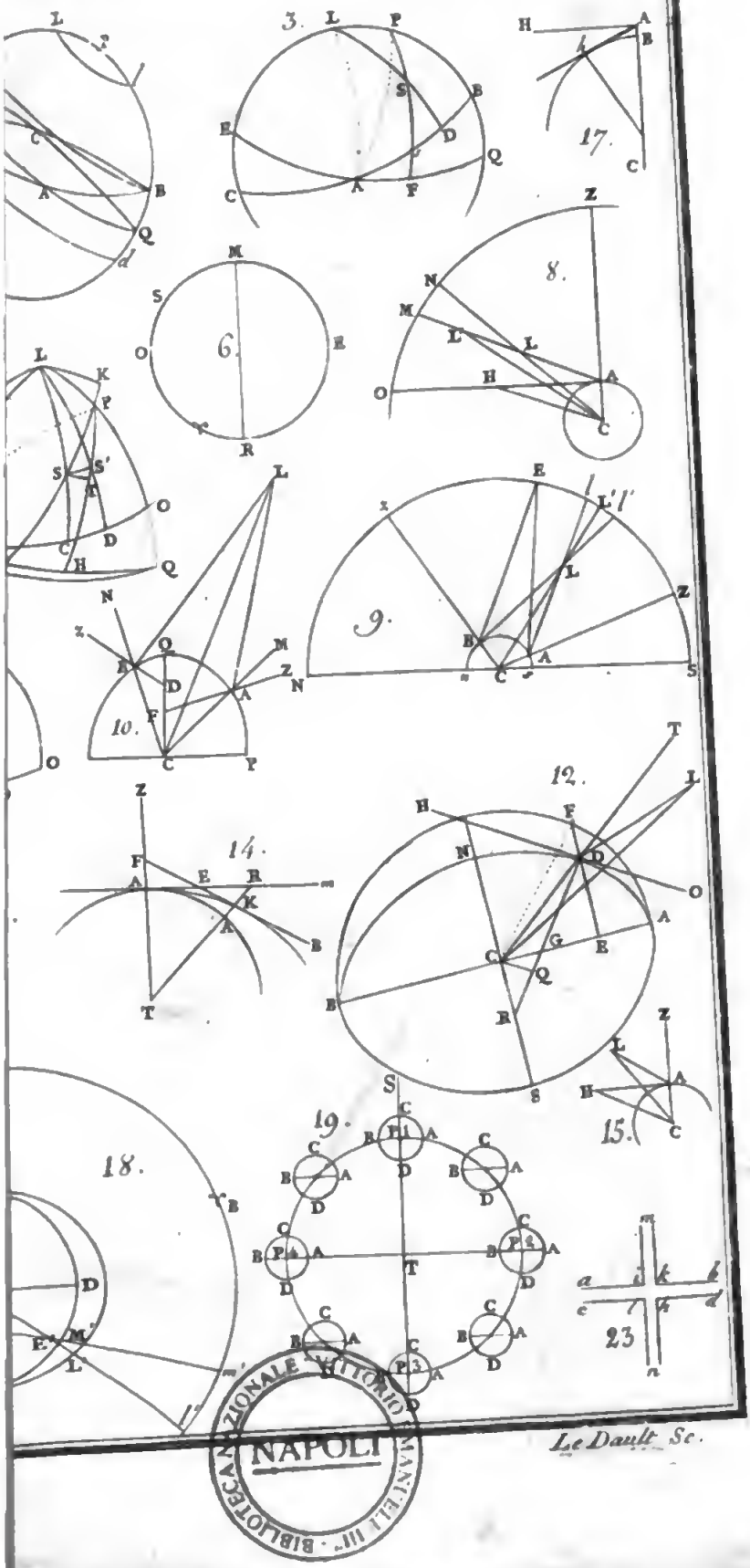
*CORRECTIONS de plusieurs fautes qu'on n'avoit pas apperçues.*

Premiere page de l'avertissement, ligne 21, quiconque n'a pas assez, *lisez* : ceux qui ont peu ; ligne 22, blamera, *lisez* : blameront. Page 52, ligne 29, la, *lisez* : le. Page 72, ligne 20, du rayon, *lisez* : au rayon. Page 100, ligne 5, cos. $x$, *lisez* : $a$ cos. $x$. Page 126, ligne 15 de la note, $d$ sin. ZS, *lisez* : $d$. ZS. Page 160, ligne 12, par consé-, *lisez* : par conséquent. Page 225, ligne 13, $= h$, *lisez* : $=$ cos. $h$. Page 240, supprimez la derniere ligne de la note qui est au bas de la page. Page 250, ligne 24, 1082, *lisez* : 1802. Page 259, ligne 4, ce rapport, *lisez* : le rapport. Page 284, ligne 8, 54′, *lisez* : 45′; ligne 10, supprimez : et demie. Page 370, ligne 30, dilations, *lisez* : dilatations. Petite note de la derniere page des corrections, avant derniere ligne, équation des tems, *lisez* : équation du tems.

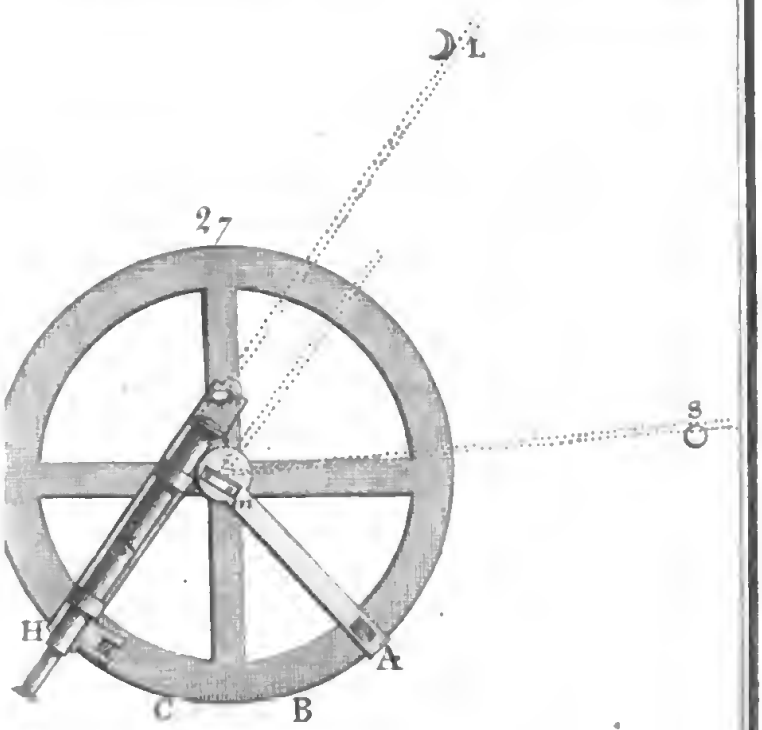
Premier exemple de la page 155, corrigé.

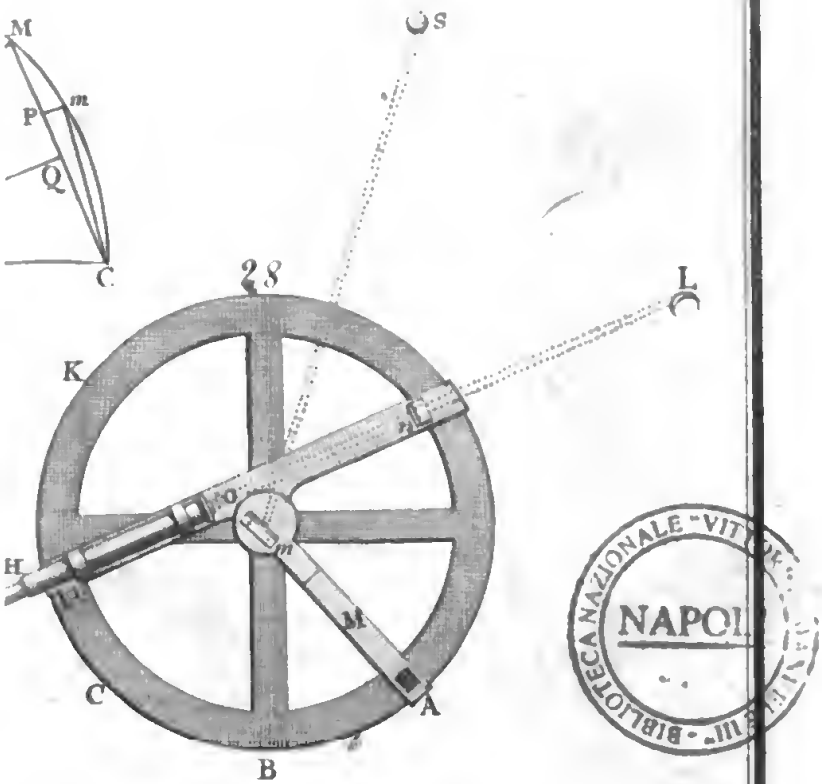
| | | | | Nombres A. |
|---|---|---|---|---|
| Pour 1806 . . . . . | 31 | 20h | 0′ . . . . . | 483 |
| Pour Juillet . . . . . | 10 | 21 | 27 . . . . . | 965 |
| Équation pour les syz. . . | | 18 | 2 | 448 |
| Somme. . . . . | 15 | 11 | 29 | |
| Diff. de mér. . . . . | | + 1 | 52 | |
| Tems de la N. L. . . | 15 | 13 | 21 | |

607705



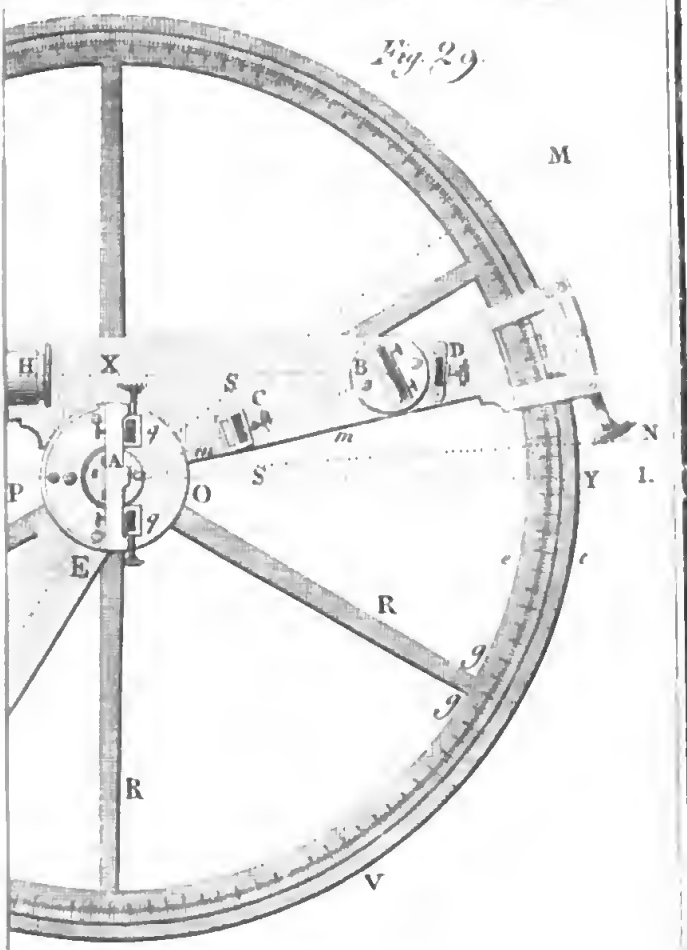

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

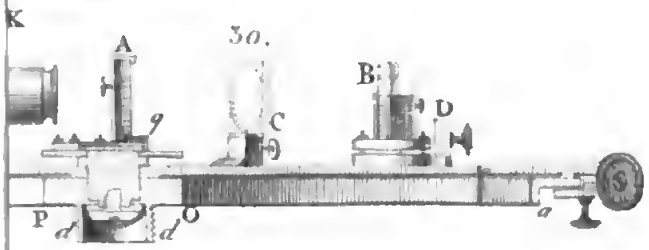


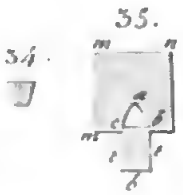




BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Fig. 29.

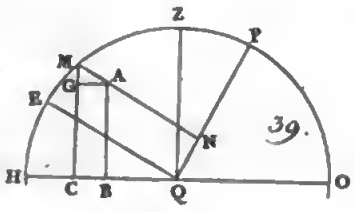


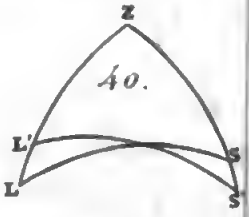



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

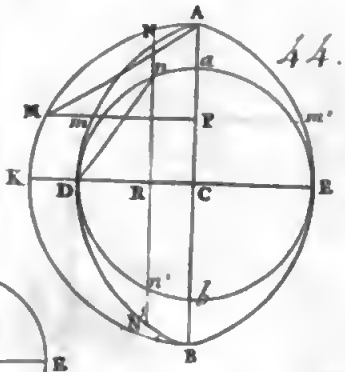
L.e Dault Sc.



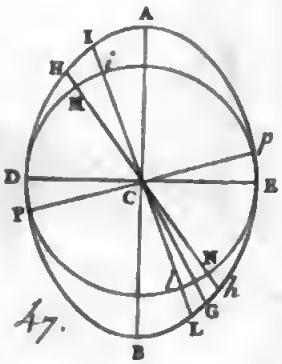

39.



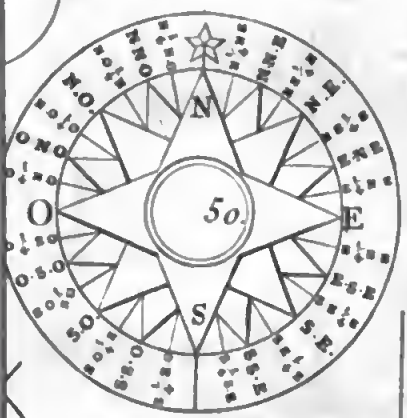

40.



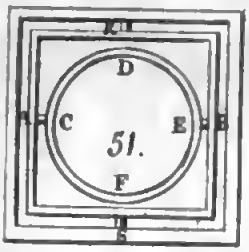

44.



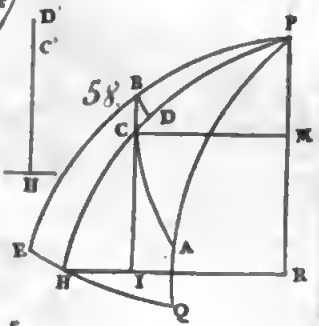

47.



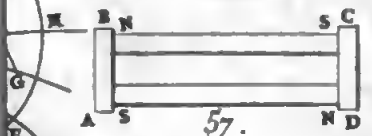

50.



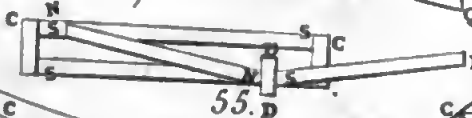

51.



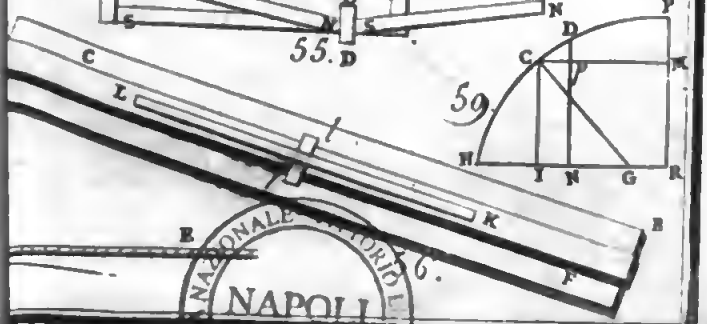

58.



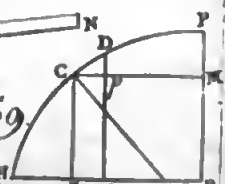

57.




55.



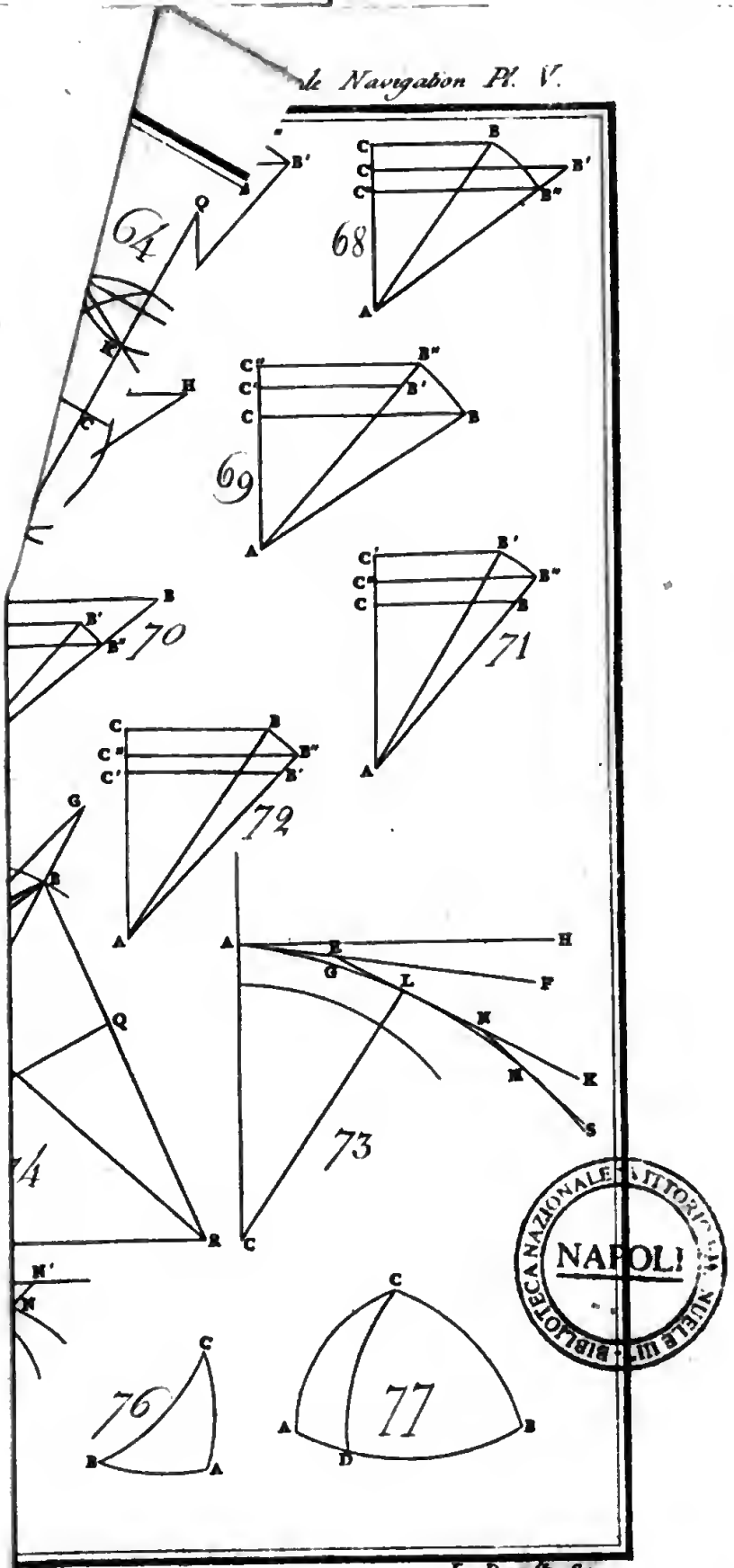

56.



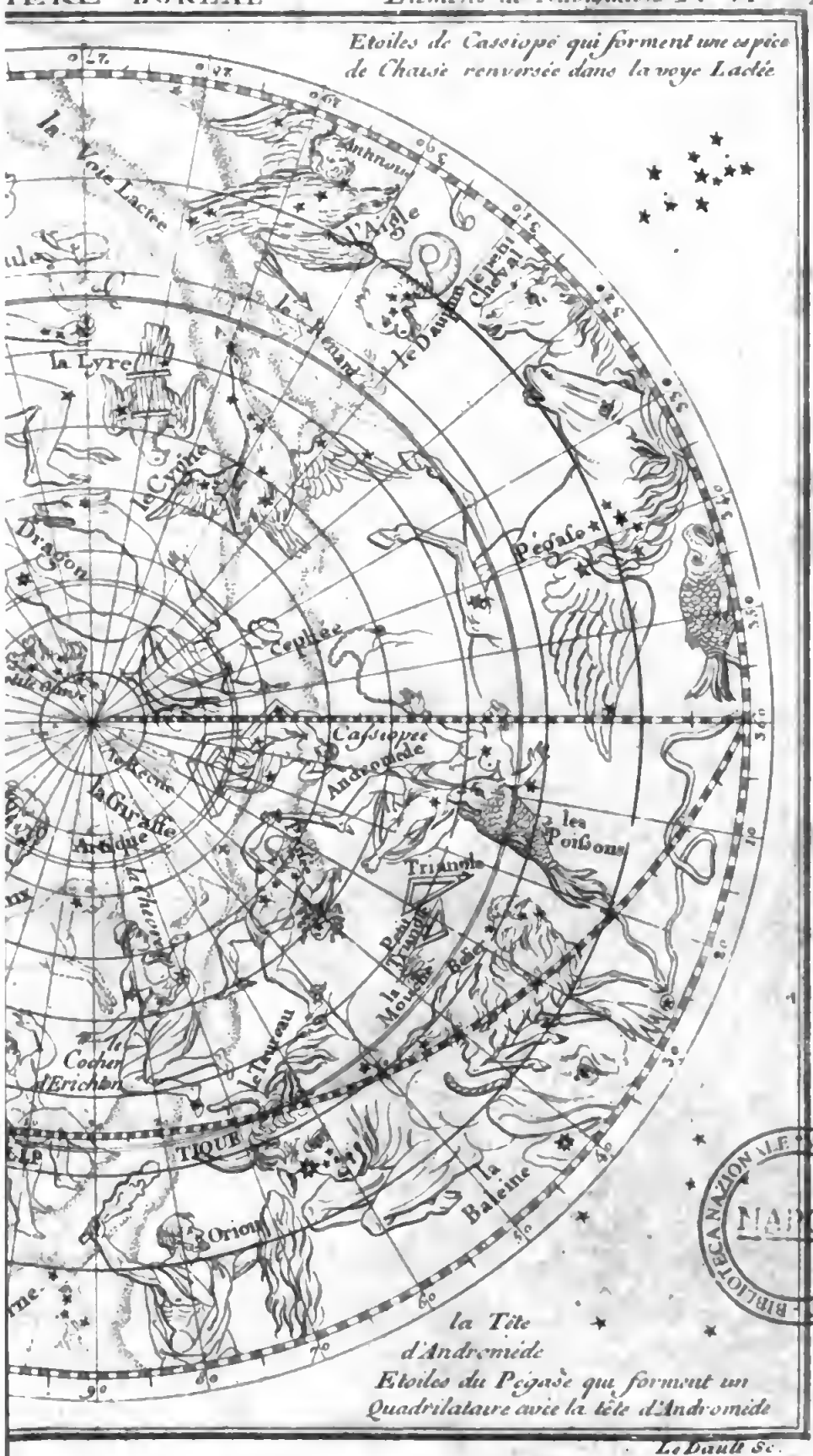

59.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III - NAPOLI

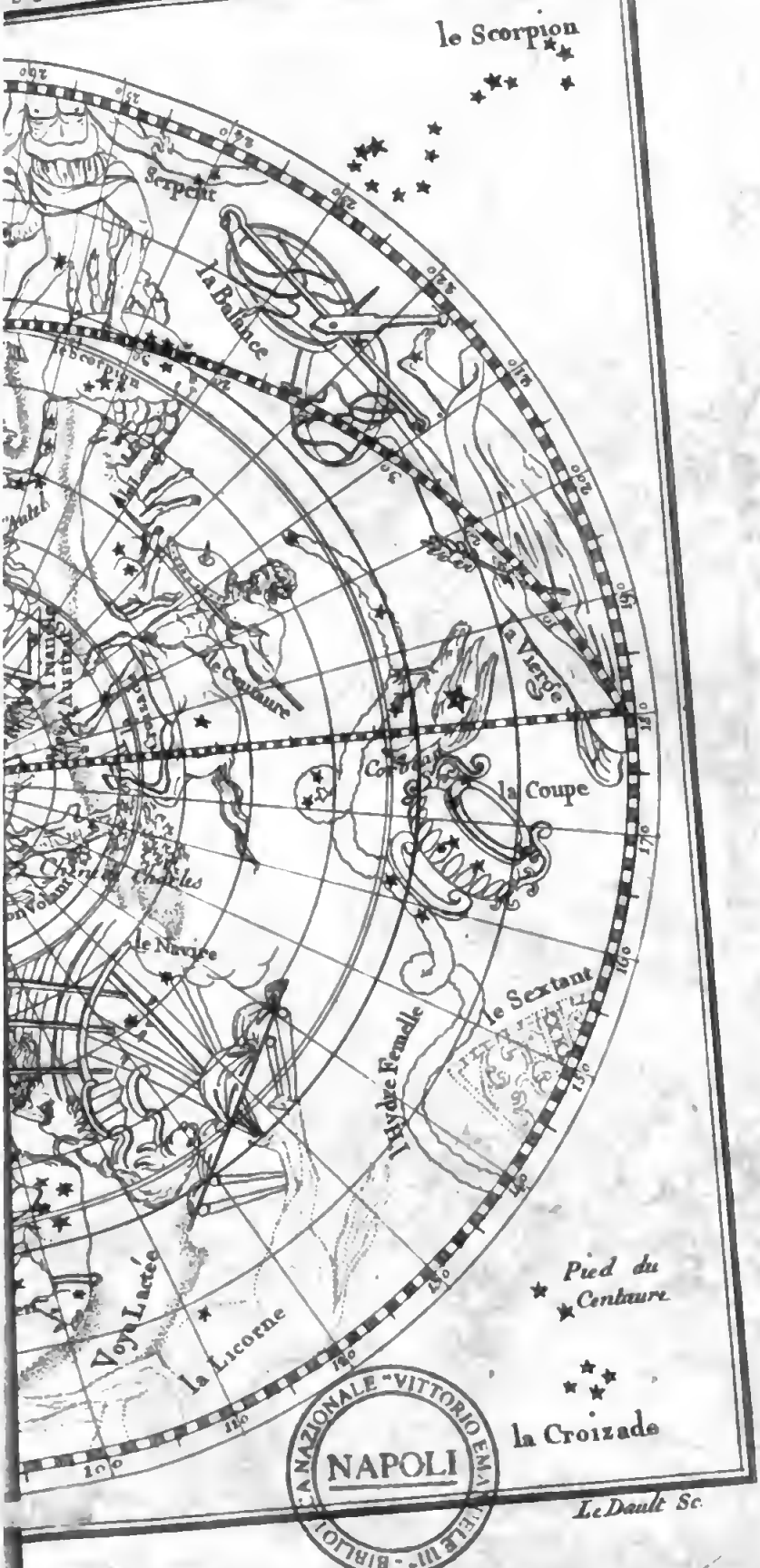
*Le Dault Sc*




Le Dault Sc.




BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI




BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI